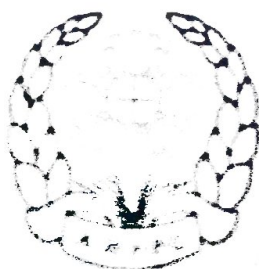


АКАДЕМИЈА НАУКА И УМЈЕТНОСТИ РЕПУБЛИКЕ СРПСКЕ

НАУЧНИ СКУПОВИ
Књига XXXI

ОДЕЉЕЊЕ ПРИРОДНО-МАТЕМАТИЧКИХ И ТЕХНИЧКИХ НАУКА
Књига 24

САВРЕМЕНИ МАТЕРИЈАЛИ



Београд, 1998. 211 с.

ACADEMY OF SCIENCES AND ARTS OF
THE REPUBLIC OF SRPSKA

SCIENTIFIC CONFERENCES
Book XXXI

DEPARTMENT OF NATURAL-MATHEMATICAL AND
TECHNICAL SCIENCES
Book 24

CONTEMPORARY MATERIALS

EDITORIAL BOARD

Academician Rajko Kuzmanović, academician Ljubomir Zuković,
academician Vaskrsija Janjić, academician Dragoljub Mirjanić,
academician Branko Škundrić

EDITOR IN CHIEF

Academician Rajko Kuzmanović

EDITOR

Academician Dragoljub Mirjanić



Banja Luka 2015

АКАДЕМИЈА НАУКА И УМЈЕТНОСТИ
РЕПУБЛИКЕ СРПСКЕ

НАУЧНИ СКУПОВИ
Књига XXXI

ОДЈЕЉЕЊЕ ПРИРОДНО-МАТЕМАТИЧКИХ И
ТЕХНИЧКИХ НАУКА
Књига 24

САВРЕМЕНИ МАТЕРИЈАЛИ

РЕДАКЦИОНИ ОДБОР

Академик Рајко Кузмановић, академик Љубомир Зуковић,
академик Васкрсија Јањић, академик Драгољуб Мирјанић,
академик Бранко Шкундрић

ГЛАВНИ УРЕДНИК
Академик Рајко Кузмановић

ОДГОВОРНИ УРЕДНИК
Академик Драгољуб Мирјанић



Бања Лука 2015

ОРГАНИЗАЦИОНИ ОДБОР
НАУЧНОГ СКУПА

Академик Рајко Кузмановић, председник
Академик Драгољуб Мирјанић, потпредседник
Академик Васкрсија Јањић
Академик Бранко Шкундрић
Проф. др Симо Јокановић
Проф. др Зоран Рајилић
Проф. др Мирко Станетић
Проф. др Небојша Јованић
Мр Винко Богдан
Доц. др Синиша Вученовић

НАУЧНИ ОДБОР
НАУЧНОГ СКУПА

Академик Драгољуб Мирјанић
Академик Бранко Шкундрић
Академик Јован Шетрајчић
Академик Стане Пејовник (Словенија)
Академик Пантелија Дакић
Проф. др Неђо Ђурић, дописни члан АНУРС-а
Академик Томислав Павловић (Србија)
Академик Ростислав Андриевски (Русија)
Академик Филип Говоров (Украјина)
Академик Џералд Полак (САД)
Проф. др Румиана Тсенкова (Јапан)
Проф. др Мај Ван Хо (Велика Британија)
Проф. др Ифа Говен (Ирска)
Проф. др Јукио Косуги (Јапан)
Др Мајрон Д. Еванс (Канада)
Проф. др Мартин Чаплин (Велика Британија)
Проф. др Ђуро Коруга (Србија)
Проф. др Драгица Лазић
Проф. др Перо Дугић
Проф. др Слободан Чупић

- P. Kovač, B. Savković, M. Gostimirović, D. Ješić*
 USVAJANJE SPECIFIČNE TEHNOLOGIJE BORIRANJA
 ČELIČNOG OBRATKA I ISPITIVANJE DOBIJENOG
 BORIDNOG SLOJA NA PAVANJE 73
 Adoption of Specific Boronising Technology of Steel Workpiece and
 Examination of Borid Layer Wear
- V. Mičić, B. Pejović, M. Tomić, I. Ristić, S. Begić*
 RECIKLAŽA PLASTIČNOG MATERIJALA I PROIZVODI OD
 RECIKLIRANIH PLASTIČNIH MATERIJALA 83
 Recycling of Plastic Material and Products from Recycled Plastics Materials
- N. Angelov*
 INFLUENCE OF SPEED AND FREQUENCY OF PROCESS
 LASER MARKING OF PRODUCTS OF STRUCTURAL STEEL 103
 Утицај брзине и фреквенције на процес ласерског означавања
 производа од конструкцијског челика
- B. Алексић, B. Мићућ, З. Петровић, Д. Лукић, Д. Мањечић*
 СИНТЕЗА НЕЛИНЕАРНИХ КОПОЛИМЕРА ЛАКТИДА И ГЛИЦЕРОЛА ... 109
 Synthesis of Nonlinear Copolyesters Based on Lactide and Glycerol
- Г. Тадић, Б. Пејовић, М. Радић, Д. Петковић, С. Павловић*
 ОПТИМИЗАЦИЈА КАРАКТЕРИСТИЧНЕ ТЕМПЕРАТУРЕ
 КОД КОНДЕНЗАТОРА С ОБЗИРОМ НА
 ТЕХНОЕКОНОМСКИ АСПЕКТ 117
 Optimization of Characteristic Temperature the Condenser
 Considering Techno-Economic Aspect
- Д. В. Тошковић, Д. З. Рајић, С. М. Павловић, Н. Д. Тошковић*
 ОДРЕЂИВАЊЕ БРЗИНЕ КОРОЗИЈЕ АУСТЕНИТНИХ ЧЕЛИКА
 С 4571 И С4580 У РАСТВОРИМА КАЛЦИЈУМ-ХИПОХЛОРИТА 133
 Determination of Corrosion Rate Austenitic Steels S 4571 and S 4580 in a
 Solution of Calcium Hypochlorite
- Б. Пејовић, В. Мићућ, Г. Тадић, М. Перушић, С. Павловић*
 НОВИ МОДЕЛ ЗА ОДРЕЂИВАЊЕ ПРОМЕНЕ
 ЕНТРОПИЈЕ ПОЛУИДЕАЛНОГ ГАСА ПРИМЕНОМ
 РАЗЛОМЉЕНЕ ТЕМПЕРАТУРНЕ ФУНКЦИЈЕ 147
 New Model for Determining of Change Entropy of Semi Ideal Gas
 by Using Fractional Temperature Function
- S. Kirin, S. Trmčić, A. Sedmak, G. Dimić, B. Pejić*
 ЕКОНОМСКИ I ЕНЕРГЕТСКИ ПОКАЗАТЕЛЈИ
 КОРИШЋЕЊА МИСКАНТУСА У РЕАЛНОМ СИСТЕМУ 167
 Economic and Energetic Aspects of Miscantus Use in Real Systems

<p><i>С. Павловић, Б. Пејовић, В. Мићић, М. Перушић, Г. Тадић</i> ✓ ГРАФИЧКО ОДРЕЂИВАЊЕ ЕКСПОНЕНТА ПОЛИТРОПЕ У КАРАКТЕРИСТИЧНИМ ДИЈАГРАМИМА..... 177 Graphical Determination of Polytropic Index in Characteristic Diagrams</p>	177
<p><i>М. Јотановић, В. Мићић, Г. Тадић</i> НЕМИЈСКО ИНЖЕНЈЕРСТВО I NJEGOVA ULOGA U RAZVOJU НАУКЕ, ТЕХНИКЕ I STANDARDA LJUDI..... 191 Chemical Engineering and its Function in the Development of Science, Technology and Standards of the People</p>	191
<p><i>С. Пануга, П. Гверо, И. Мусић</i> УТИЦАЈ ВРЕМЕНА РЕАКЦИЈЕ НА ПИРОЛИЗУ ОТПАДНЕ ПЛАСТИКЕ У РЕАКТОРУ СА ФИКСНИМ СЛОЈЕМ 209 Influence of the Reaction Time on the Pyrolysis of Plastic Waste in the Fixed Bed Reactor</p>	209
<p><i>М. Плавшић, С. Симић, Д. Мухић, Д. Талијан</i> ПРИМЈЕНА МЕХАНИКЕ ЛОМА НА НАПОНСКУ КОРОЗИЈУ 221 Use of Mechanics of Fracture Materials on Stress Corrosion</p>	221
<p><i>Д. Петковић, М. Модић</i> APPLICATION OF NOVEL MCDM METHOD FOR MATERIALS SELECTION..... 241 Примена новог метода вишекритеријумског одлучивања за избор материјала</p>	241
<p><i>М. Модић, Д. Петковић</i> APPLICATION OF MCDM METHODS FOR MATERIALS SELECTION..... 251 Примена метода вишекритеријумског одлучивања за избор материјала</p>	251
<p><i>Б. Шупић, П. Дакић, Р. Иванковић, Д. Јокановић</i> ЕНЕРГЕТСКА ЕФИКАСНОСТ КОД ОБНОВЉИВИХ ИЗВОРА ЕНЕРГИЈЕ У РЕПУБЛИЦИ СРПСКОЈ.....259 Energy Efficiency of Renewable Energy in the Republic of Srpska</p>	259
<p><i>П. Дакић, Б. Шупић</i> УТИЦАЈ САВРЕМЕНИХ МАТЕРИЈАЛА НА ЕНЕРГЕТСКУ ЕФИКАСНОСТ У РЕПУБЛИЦИ СРПСКОЈ269 Impact of Contemporary Materials to Energy Efficiency in the Republic of Srpska</p>	269
<p><i>П. Дакић, Б. Грозданић, Б. Дакић</i> ЕФЕКТИВАН, ЕФИКАСАН И ЕКОЛОШКИ СИСТЕМ ГРИЈАЊА ГЕНЕРИСАН КОРИШЋЕЊЕМ САВРЕМЕНИХ МЕТОДА И МАТЕРИЈАЛА .. 277 Effective, Efficient and Environmentally Friendly Heating System Generated Using Modern Methods and Materials</p>	277

ГРАФИЧКО ОДРЕЂИВАЊЕ ЕКСПОНЕНТА ПОЛИТРОПЕ У КАРАКТЕРИСТИЧНИМ ДИЈАГРАМИМА

С. Павловић, Б. Пејовић, В. Мухић, М. Перушић, Г. Тадић

Универзитет у Источном Сарајеву, Технолошки факултет, Зворник, БиХ

Апстракт: У овом раду, користећи постојећа знања из термодинамике, приказана су три начина графичког одређивања експонента политропе, као и класични аналитички начин. У раду смо користили карактеристичне дијаграме $p-v$ и $T-s$ и у њима конструисали одређене политропске промене које смо у даљим разматрањима користили за одређивање експонента политропе. Први начин заснива се на конструисању дијаграма $\log p = f(\log v)$ и из нагиба праве читавамо вредност траженог експонента. Други начин је нешто сложенији и заснива се на конструисању политропе у $p-v$ дијаграму, на коју, у произвољној тачки политропе, повлачимо тангенту и диференцијалном методом долазимо до експонента политропе. А трећи начин заснива се на конструисању политропе у $T-s$ дијаграму, коришћењу основних теорема диференцијалног рачуна, односно I и II закона термодинамике за уочене изотермске промене и писању основне једначине политропске зависности у диференцијалном облику. Приказана графичка решења омогућују ефикасније теоријско изучавање политропских промена стања и знатно помажу јаснијем сагледавању проблема који су у вези са овом врстом промене стања.

Кључне речи: експонент политропе, специфични топлотни капацитет, идеалан гас, диференцијални и интегрални рачун, $T-s$ и $p-v$ дијаграм, зависност $\log p = f(\log v)$, графичке конструкције.

УВОД

Теоријски разматрано, постоји бесконачно много вредности специфичног топлотног капацитета, а самим тим, када се посматрају процеси при којима специфични топлотни капацитет остаје непромењен, $c = const.$, у бесконач-

но много потпуно одређених термодинамичких процеса. Због тога што сви ови процеси имају управо поменуто заједничко својство, уводи се појам политропске промене стања (гр. *политропос* – нешто што може да се одвија на више начина, односно да иде по више различитих путева) [1]. Управо ово n , тј. експонент политропе нам то и наговештава, тј. наговештава нам могућност одвијања процеса на више начина. Политропску промену стања још можемо описати и као промену стања којом се подразумева нека промена из широке класе квазистатичких промена стања идеалног гаса за коју важи да се у току њеног одвијања, специфични топлотни капацитет не мења [2, 7].

Једначина политропске промене стања има општи облик дат једначином:

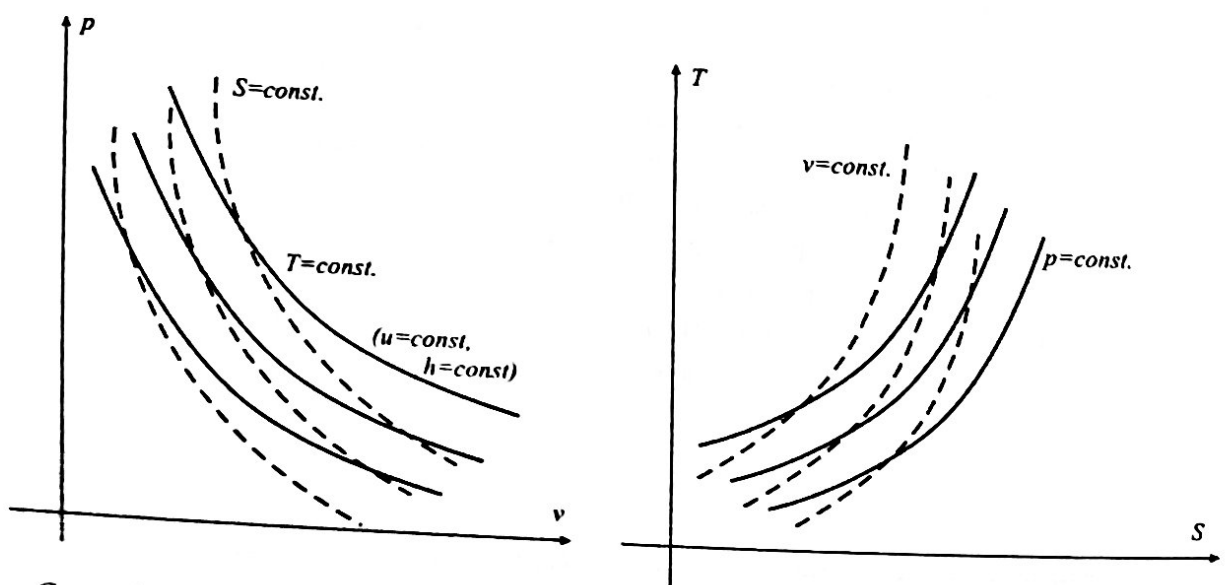
$$p \cdot v^n = p_1 \cdot v_1^n = \text{const.} \quad (1)$$

Као што можемо видети у изразу (1) фигурише нам n тј. тзв. експонент политропе. Израз (1) може да се трансформише у још неке облике. Ти облици политропске зависности касније ће нам послужити за боље објашњење ових процеса, као и за графичко одређивање експонента политропе, што је и тема овог рада.

Ако посматрамо стање 1 и стање 2, важиће [6]:

$$p_1 \cdot v_1^n = p_2 \cdot v_2^n \quad (2)$$

Експонент политропе може имати било коју вредност у интервалу $\pm \infty$, односно $-\infty \leq n \leq +\infty$. Када је $n = 0$, процес је изобаран ($p = \text{const.}$), а када је $n = \pm \infty$ процес је изотерман ($T = \text{const.}$) Стога једначина (1) с општим експонентом и описује бесконачно много политропа, а иста једначина с дефинисаном вредношћу експонента $n = \text{const.}$, описује само једну конкретну политропу. Политропе се међусобно разликују по вредности експонента n . Неке карактеристичне промене политропа, као и друге равнотежне промене дате су на слици 1 [1, 5, 6].



Слика 1. Карактеристичне политропске промене стања идеалног гаса у p - v и T - s координатном систему

У овом уводном делу, изложене су неке основне једначине које ће нам бити неопходне у објашњењу одређивања експонента политропе у карактеристичним дијаграмима.

ОДРЕЂИВАЊЕ ЕКСПОНЕНТА ПОЛИТРОПЕ У $\log p$ - $\log v$ КООРДИНАТНОМ СИСТЕМУ

У пракси се најчешће срећемо са експонентом политропе чија је вредност већа од 1 [7]. Први, аналитички метод одређивања експонента политропе, од кога крећемо у овом раду, заснива се на логаритмовању једначине политропе.

Претпоставимо да имамо стање 1, које је дефинисано притиском p_1 и запремином v_1 , и стање 2, које је дефинисано притиском p_2 и запремином v_2 . За овакав систем једначина, политропске зависности имаће облик дат једначином (2). Ако израз (2) логаритмујемо добијамо следећи израз:

$$\log p_1 + n \cdot \log v_1 = \log p_2 + n \cdot \log v_2 \quad (3)$$

Сређивањем израза (3) долазимо до израза којим дефинишемо експонент политропе.

$$\log p_1 - \log p_2 = n \cdot \log v_2 - n \cdot \log v_1 \quad (4)$$

$$\log p_1 - \log p_2 = n \cdot (\log v_2 - \log v_1)$$

Из израза (4) следи да је експонент политропе n :

$$n = \frac{\log p_1 - \log p_2}{\log v_2 - \log v_1} \quad (5)$$

Другачије написано, експонент политропе је:

$$n = \frac{\log \frac{p_1}{p_2}}{\log \frac{v_2}{v_1}} \quad (6)$$

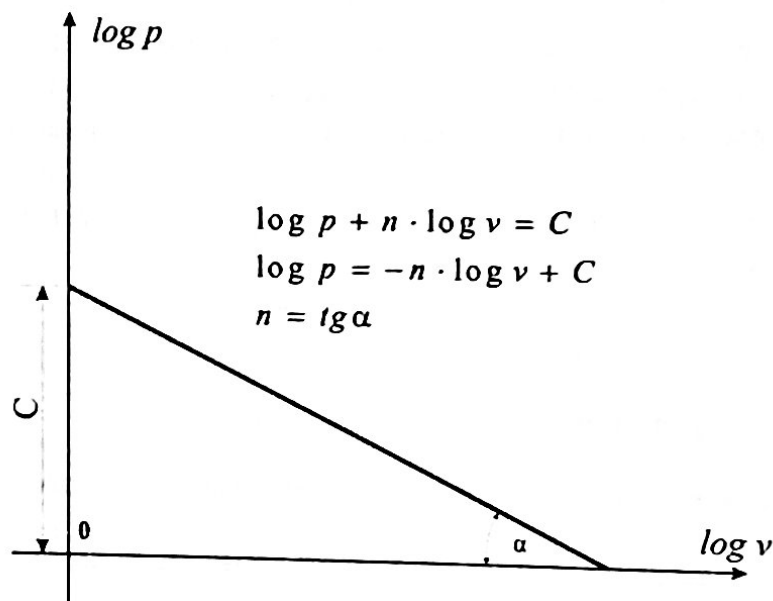
Сада се поставља питање, на који начин можемо графички одредити експонент политропе? Да бисмо дошли до једначине правца, крећемо од израза (1) који ћемо логаритмовати.

$$\log p + n \cdot \log v = C \quad (7)$$

Како је познато да општи облик једначине правца има облик $y = k \cdot x + n$, по аналогији, израз (7) можемо претворити у тај облик, који је дат следећом једначином:

$$\log p = C - n \cdot \log v \quad (8)$$

Ако посматрамо једначину (8) и општи облик једначине правца, закључујемо да је $y = \log p$, $x = -\log v$, $k = n$. Како је у општој једначини правца k – коефицијент правца, по аналогији, у једначини (8), експонент политропе који одређујемо представља тај коефицијент. Дакле, да бисмо дошли до вредности експонента политропе, цртамо дијаграм $\log p = f(\log v)$.



Слика 2. Функционална зависност $\log p = f(\log v)$

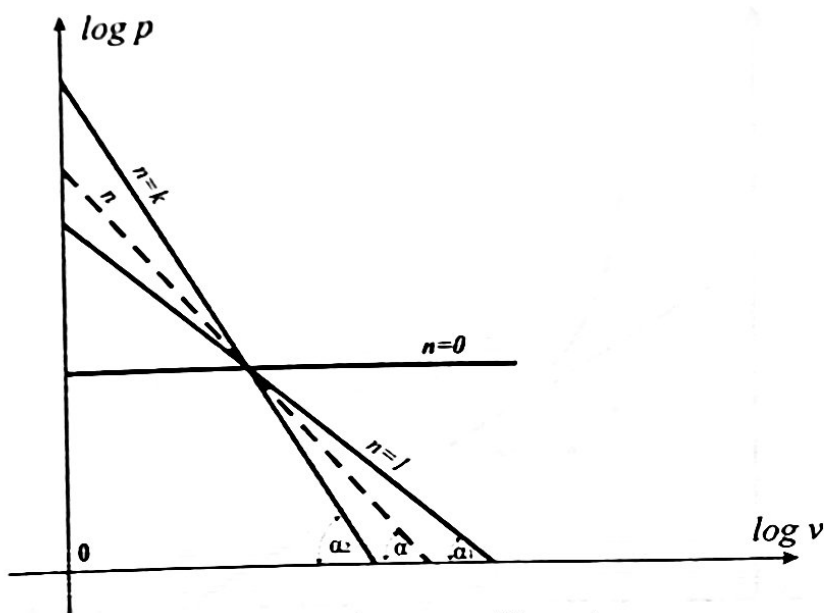
Са дијаграма уочавамо да је наш експонент политропе једнак нагибу праве, тј. n је једнако:

$$n = \operatorname{tg} \alpha \quad (9)$$

Ако сада посматрамо стања 1 и 2, за која смо већ рекли да су дефинисана одређеним вредностим притиска и запремине, нагиб односно експонент политропе је:

$$n = \operatorname{tg} \alpha = \frac{\log p_1 - \log p_2}{\log v_2 - \log v_1} \quad (10)$$

На овај начин смо дошли до вредности експонента политропе. Као што је у уводном делу речено, експонент може имати вредности у интервалу $\pm \infty$. Сада ћемо у дијаграму, који је приказан на слици 3, ($\log p = f(\log v)$), представити карактеристичне праве за различите вредности експонента политропе.



Слика 3. Функционална зависност $\log p = f(\log v)$, за различите вредности експонента политропе

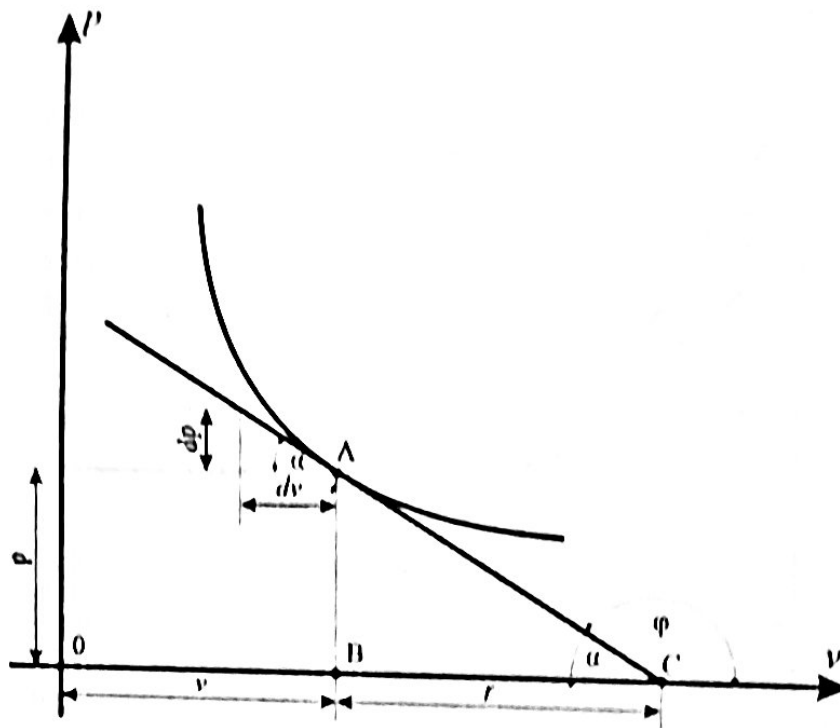
Као што можемо видети са дијаграма, за вредност $n = 1$ имамо зависност коју смо описали у претходном случају, користећи једначине (4), (5) и (6). Такође, за случај $n = 1$, имамо $p \cdot v = const.$, тј. имамо изотерман процес. Када је $n = k$, онда имамо адијабату. У случају када нам је вредност $n = 0$, онда израз (8) има облик:

$$\log p = C \quad (11)$$

То се јасно и види на дијаграму, на слици 3, где се ова зависност приказује хоризонталном линијом, тј. имамо случај да је $\log p = const.$, тј. у питању је изобара.

ГРАФИЧКО ОДРЕЂИВАЊЕ ЕКСПОНЕНТА ПОЛИТРОПЕ ДИФЕРЕНЦИЈАЛНОМ МЕТОДОМ, КОНСТРУИСАЊЕМ ПОЛИТРОПЕ У $p-v$ ДИЈАГРАМУ

Други начин, којим бисмо могли доћи до експонента политропе, заснива се на диференцирању израза (1). Да би овај метод био јаснији, кренимо од $p-v$ дијаграма у којем ћемо конструисати једну политропу, која је добијена експериментално. Ако на конструисаној политропи, у $p-v$ дијаграму, приказаном на слици 4, изаберемо произвољну тачку А и кроз ту тачку повучемо тангенту, уочавамо да тангента са апсцисом, у овом случају v -осом, заклапа неки угао α са негативним смером v -осе, а φ са позитивним смером v -осе.



Слика 4. Диференцијални метод одређивања експонента политропе у p - v дијаграму

Пошто је тачка А утврђена, то се вредност овог угла мења у зависности од промене вредности апсице v , тј. угао α представља функцију од v . Производна тачка А одређена је притиском p и запремином v . Ако из тачке А спустимо нормалу на v -осу, у пресецишту са v -осом добијамо тачку В, а већ поменута тангента у пресецишту са v -осом чини тачку С. Дужина AC одсечка тангенте између тачке додира А и v -осе назива се *дужином тангенте*. Проекција одсечка AC на v -осу, тј. BC , назива се *субтангентом*, а дужина AB на дијаграму представља *субнормалу* [3, 4].

Дакле, диференцирањем израза (1) и вођени смерницама које смо претходно описали, можемо доћи до израза помоћу кога ћемо израчунати експонент политропе.

Диференцирањем израза (1):

$$p \cdot v^n = const.$$

$$p'(v^n) + p \cdot (v^n)' = (const)'$$

и решавањем извода функције, добијамо израз:

$$v^n \cdot dp + n \cdot p \cdot v^{n-1} \cdot dv = 0 \tag{12}$$

Израз (12) можемо поделити са $p \cdot v^n$

$$v^n \cdot dp + n \cdot p \cdot v^{n-1} \cdot dv = 0 / : p \cdot v^n$$

$$\frac{v^n}{p \cdot v^n} \cdot dp + \frac{n \cdot p \cdot v^{n-1}}{p \cdot v^n} \cdot dv = 0 \tag{13}$$

Сређивањем израза (13) добијамо:

$$\frac{dp}{p} + n \cdot \frac{dv}{v} = 0 \quad (14)$$

Сада већ из израза (14) можемо изразити и експонент политропе:

$$n \cdot \frac{dv}{v} = -\frac{dp}{p}$$

$$n = -\frac{\frac{dp}{p}}{\frac{dv}{v}} = -\frac{v}{p} \cdot \frac{dp}{dv} \quad (15)$$

Уочавамо да нам у претходном изразу фигурише однос диференцијала притиска и диференцијала запремине. У сагласности са дијаграмом који је приказан на слици 3, уз претходно успостављене услове, можемо написати да је, према дефиницији првог извода:

$$p' = \frac{dp}{dv}$$

$$\frac{dp}{dv} = \operatorname{tg} \varphi \quad (16)$$

односно

$$\frac{dv}{dp} = \operatorname{ctg} \varphi = \frac{1}{\operatorname{tg} \varphi} \quad (17)$$

Уврштавањем израза (16) у (15) добијамо:

$$n = -\frac{v}{p} \cdot \operatorname{tg} \varphi \quad (18)$$

Са дијаграма произилази да се дужина субтангенте, тј. пројекције одсјечка AC на v -осу BC , односно r , како је означено на дијаграму, може израчунати на следећи начин:

$$\overline{BC} = r = \overline{AB} \cdot \operatorname{ctg} \alpha = p \cdot \operatorname{ctg} \alpha = p \cdot \frac{dv}{dp} \quad (19)$$

Уз услов да је $\varphi > \frac{\pi}{2}$, а $\alpha < \frac{\pi}{2}$, важиће:

$$\operatorname{tg} \varphi = \operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha \quad (20)$$

Вредност угла $\operatorname{tg} \alpha$ за претходно описан случај биће:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{p}{r} \quad (21)$$

где је: p -дужина АВ, а r -дужина ВС, тј. субтангента.

Комбинујући израз (19) и (20) добијамо:

$$\operatorname{tg} \varphi = -\frac{p}{r} \quad (22)$$

Уврштавањем израза (22) у израз (18) добијамо коначан израз за израчунавање експонента политропе, примјеном ове методе:

$$n = -\frac{v}{p} \cdot \left(-\frac{p}{r} \right)$$

$$n = \frac{v}{r} \quad (23)$$

Дакле, применом ове методе, експонент политропе рачунамо као однос запремине и дужине субтангенте, тј. однос геометријског растојања ОВ и растојања ВС.

Из релације (23), за $n = 1$, следи да је:

$$v = r \quad (23a)$$

то значи да израз (23a) важи за изотерму.

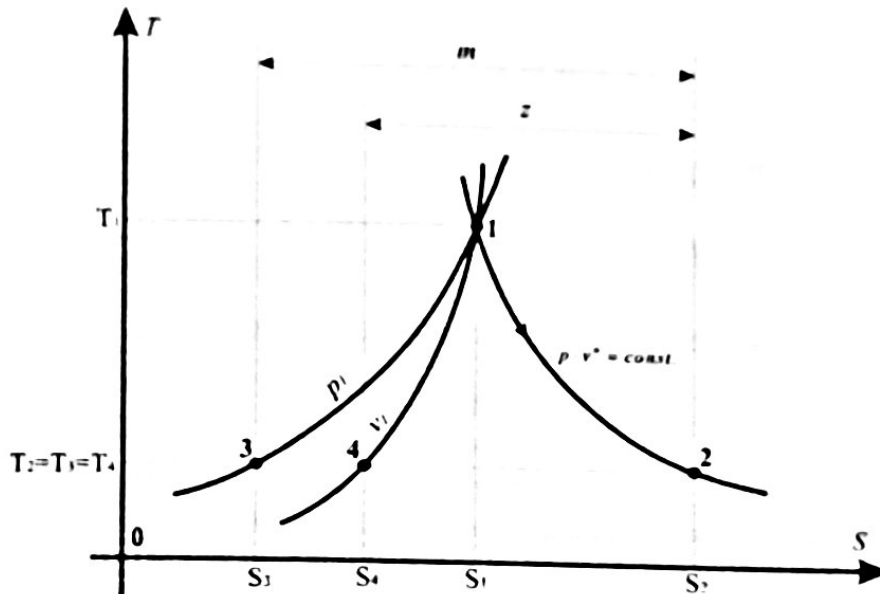
Ако је $n = k$, имаћемо:

$$k = \frac{v}{r} \quad (23b)$$

дакле, израз (23b) важи за адијабату.

ГРАФИЧКО ОДРЕЂИВАЊЕ ЕКСПОНЕНТА ПОЛИТРОПЕ, КОНСТРУИСАЊЕМ ПОЛИТРОПА У T - s ДИЈАГРАМУ

У циљу проналажења експонента политропе у овом случају ћемо кренути од конструкисања политропе.



Слика 5. Један од начина конструкисања политропе у T - s дијаграму

Политропа 1-2 у T - s дијаграму је позната, а затим конструкисамо једну изобару и једну изохору из тачке 1. Политропа, изобара и изохора приказане су на слици 5.

Први корак у проналажењу експонента политропе биће одређивање промене ентропије за произвољне изотерме 32 и 42. Тачке 2, 3 и 4 изабране су произвољно.

Да бисмо одредили промену ентропије, кренимо од првог закона термодинамике [8]:

$$\delta q = du - \delta w$$

Претходни израз можемо написати у следећем облику:

$$Tds = du + pdv$$

односно,

$$Tds = c_v \cdot dT + pdv$$

Како је процес изотермски претходни израз добија облик [9, 10]:

$$Tds = pdv \quad (24)$$

Кориштењем једначине стања идеалног гаса, из које можемо изразити притисак, уз услов да се ради о 1 mol -у идеалног гаса [10]

$$p \cdot v = R \cdot T \rightarrow p = \frac{R \cdot T}{v}$$

Ако вредност притиска уврстимо у израз (24) добијамо израз (25);

$$Tds = R \cdot T \cdot \frac{dv}{v} \quad (25)$$

Ако израз (25) интегралимо у границама s_2 и s_4 и v_2 и v_4 добијамо:

$$T \int_{s_2}^{s_4} ds = R \cdot T \cdot \int_{v_4}^{v_2} \frac{dv}{v} \quad (26)$$

Решавањем интеграла добијамо:

$$T \cdot (s_4 - s_2) = R \cdot T \cdot \ln \frac{v_2}{v_4} \quad (27)$$

Сређивањем израза (25), добијамо да је промена ентропије, за стање 42:

$$\Delta s_{42} = s_4 - s_2 = R \cdot \ln \frac{v_2}{v_4} \quad (28)$$

За промену стања 32, с обзиром на то да је реч о изотермном процесу, промена ентропије за ово стање је:

$$\Delta s_{32} = s_3 - s_2 = R \cdot \ln \frac{p_3}{p_2} \quad (29)$$

С обзиром на то да смо пронашли вредности промена ентропије, остаје нам још да одредимо и експонент политропе. Вредност експонента политропе, пратећи дијаграм дат на слици 5 и користећи се претходно добијеним изразима, можемо изразити као однос промене ентропије стања 32 и стања 42, односно, како је на дијаграму означено, однос дужина m и z .

Дакле,

$$\frac{m}{z} = \frac{\Delta s_{23}}{\Delta s_{24}} = \frac{R \cdot \ln \frac{p_3}{p_2}}{R \cdot \ln \frac{v_2}{v_4}} \quad (30)$$

Како изобара 13 и изохора 14 крећу из исте тачке, важиће:

$$\begin{aligned} p_1 &= p_3 \\ v_1 &= v_4 \end{aligned} \quad (31)$$

Вођени овим условима, израз (30) имаће следећи облик:

$$\frac{m}{z} = \frac{\Delta s_{32}}{\Delta s_{42}} = \frac{R \cdot \ln \frac{p_1}{p_2}}{R \cdot \ln \frac{v_2}{v_1}} = \frac{\ln \frac{p_1}{p_2}}{\ln \frac{v_2}{v_1}} \quad (32)$$

Из израза (32) види се да је идентичан са изразом (6) до кога смо дошли у првом поглављу.

Дакле,

$$n = \frac{m}{z} = \frac{\ln \frac{p_1}{p_2}}{\ln \frac{v_2}{v_1}} \quad (33)$$

На овај начин дошли смо до експонента политропе, конструирајући политропу у T - s дијаграму, и видели смо такође његово геометријско значење у T - s дијаграму.

ЗАКЉУЧАК

Датом анализом показано је на које све начине можемо доћи до експонента политропе, а уједно смо се подсетили основних појмова и чињеница који су у директној вези са овим експонентом, а то су политропске зависности, изотермски, изобарски и изохорски процеси. Исто тако показано је где све I и II закон термодинамике могу да се примене, а да то нису класична поља примене. У овом раду приказане су неке нове графичке методе које могу имати практичан значај у проналажењу експонента политропе. Видели смо најпре како до поменутог експонента долазимо користећи $\log p$ - $\log v$ координатни систем, а затим смо већ у следећем поглављу прешли на нешто сложенији начин, где смо у p - v дијаграму конструисали политропу, а затим графичком методом дошли до траженог експонента. Такође смо пратили и политропске промене стања у T - s дијаграму, где смо најпре конструисали политропу, потом смо из заједничке тачке конструисали изобару и изохору, а затим смо посматрали две произвољне изотерме, које су нам послужиле да дођемо до траженог експонента. Графичко представљање политропских процеса у p - v и T - s дијаграмима, омогућило је јасније и прегледније праћење и квалитативну анализу, при чему на једноставнији начин уочавамо и долазимо до решења, тј. експонента политропе, што је и био циљ овог рада. Поред наведеног, пружена је већа могућност за разне компарације са другим политропским процесима који су дати у истим или различитим дијаграмима, што на још један начин описује саму природу политропских процеса, а то је могућност одвијања на више начина, што заправо они и јесу.

Приказани начини могу се без неких већих потешкоћа и недоумица користити у решавању неких проблема који су у вези са овом врстом процеса. Одређене релације и графици који су приказани у овом раду могу се користити у решавању великог броја задатака у којима је потребно пронаћи експонент политропе или је потребно доћи до неких веома важних термодинамичких величина. Такође, треба још једном поменути да се овде ради о графичким методама и да ће резултати добијени на овај начин одступати од класич-

них аналитичких метода, али то одступање биће у границама дозвољеног, уколико се метода неправно спроводи.

LITERATURA

- [1] Ђ. Г. Козић, *Термодинамика – Инжењерски аспекти*, Машински факултет, Београд, 2007.
- [2] С. Ђорђевић, В. Дражић, *Физичка хемија*, Tehnološko-metalurški fakultet, Beograd, 2007.
- [3] Д. Михиловић, Р. Јанић, *Elementi matematičke analize I*, Naučna knjiga, Beograd, 1976.
- [4] Д. Михиловић, Д. Тошић, *Elementi matematičke analize II*, Naučna knjiga, Beograd, 1976.
- [5] Д. В. Ђорђевић, В. Ј. Шербановић, *Термодинамика са термотехником*, Технолошко-металуршки факултет, Београд, 2007.
- [6] Р. К. Рајпут, *Comprehensive Engineering Thermodynamics*, Firewall Media, London, 2005.
- [7] М. Ј. Моран, Н. Н. Шапиро, Д. Д. Боетнер, М. В. Бајли, *Fundamentals of engineering thermodynamics*, 7th edition, John Wiley and Sons, New York, 2009.
- [8] С. Боргнаке, Р. Е. Соннтаг, Г. Ј. Вјлен, *Fundamentals thermodynamics*, John Wiley and Sons, New York, 2009.
- [9] М. Ј. Михаел, С. Н. Хауард, *Fundamentals of Engineering Thermodynamics*, John Wiley and Sons, New York, 1999.
- [10] А. Бејам, *Advanced Engineering Thermodynamics*, John Wiley and Sons, New York, 1997.

GRAPHICAL DETERMINATION OF POLYTROPIC INDEX IN CHARACTERISTIC DIAGRAMS

Abstract: In this paper, using existing knowledge of thermodynamics, we show three graphical ways of determining the polytropic index, as well as classical analytical method. In this paper we have used the characteristic p - v and T - s diagrams, and in these diagrams we have constructed some polytropic changes that are further considerations for the determination of the polytropic index. The first method is based on constructing a diagram $\log p = f(\log v)$ from the slope of the line and we read the value of the polytropic index. The second method is more complex and it is based on the construction of the

polytropic change in p - v diagram, to which, in an arbitrary point of polytropic, tangent is drawn and differential method come to the polytropic index. The third method is based on the construction of the polytropic change in T - s diagram, using the basic theorem of the calculus, and first and second laws of thermodynamics for isothermal change, which we observe and writing the basic equation of polytropic change in differential form. Displayed graphics solutions enable efficient theoretical study of polytropic change of the state and it significantly helps to a clearer consideration of problems that are related to this kind of change of state .

Key words: polytropic index, specific heat capacity, ideal gas, the differential and integral calculus, T - s and p - v diagrams, dependency $\log p = f(\log v)$, graphical structures.