

TEHNOLOŠKO-METALURŠKI FAKULTET
UNIVERZITET U BEOGRADU
Katedra za hemijsko inženjerstvo

Mihal M. Đuriš

**ISPITIVANJE FLUIDIZACIONIH
KARAKTERISTIKA POLIDISPERZNIH
SMEŠA NESFERIČNIH ČESTICA**

Doktorska disertacija

Beograd, 2013

MENTOR:

Dr Željko Grbavčić, red. prof
Tehnološko-metalurški fakultet, Beograd

ČLANOVI KOMISIJE:

Dr Srđan Pejanović, van. prof
Tehnološko-metalurški fakultet, Beograd

Dr Nevenka Bošković-Vragolović, van. prof
Tehnološko-metalurški fakultet, Beograd

Dr Tatjana Kaluđerović Radoičić, docent
Tehnološko-metalurški fakultet, Beograd

Dr Zorana Arsenijević, viši naučni saradnik
Institut za hemiju, tehnologiju i metalurgiju, Beograd

**KANDIDAT:
odbrane:**

Datum

Mihal Đuriš, dipl.inž. tehnologije

Ova doktorska disertacija je urađena na Katedri za hemijsko inženjerstvo Tehnološko-Metalurškog fakulteta, Univerziteta u Beogradu.

Želim posebno da se zahvalim prof. dr Željku Grbavčiću, pod čijim rukovodstvom je izrađena ova disertacija, na nesebičnoj pomoći, stručnom usmeravanju, ukazanom poverenju, ohrabrenjima i savetima koje mi je pružio.

Zahvaljujem se doc. dr Tatjani Kaluđerović Radoičić, na korisnim sugestijama i pruženoj podršci prilikom izrade doktorske disertacije.

Zahvaljujem se dr Radmili Garić Grulović i dr Zorani Arsenijević na saradnji i savetima prilikom obrade rezultata eksperimentalnog rada.

Zahvaljujem se van. prof. Srđanu Pejanoviću i van. prof. Nevenki Bošković Vragolović na pomoći i savetima prilikom izrade doktorske disertacije

Zahvaljujem se i kolegama sa Instituta za hemiju, tehnologiju i metalurgiju na pruženoj podršci i razumevanju.

Posebno bih se zahvalio svojim roditeljima, sestri i naravno supruzi Jeleni, na inspiraciji i motivaciji kao i za pruženu podršku, moralnu potporu i sva odricanja koja su bila neminovna prilikom izrade disertacije. Najlepše vam hvala.

*Ovu doktorsku disertaciju posvećujem
mojim ćerkama Nataliji i Isidori.*

Izvod

Sistemi koji obuhvataju interakcije fluid-čestice nalaze široku primenu u različitim procesima. Jedan od najšire primenjenih sistema fluid-čestice u industriji je fluidizovani sloj čestica. Sistemi sa fluidizovanim slojem čestica primenjuju se u različitim granama industrije kao što su: separacija i klasifikacija čestica, adsorpcija, jonska izmena, katalitički krekning, operacijama u hidrometalurgiji, operacijama prerade otpadnih voda. Periodično ispiranje pešćanih filtera je jedna od najšire primenjenih sistema fluidizovanog sloja čestica sa tečnošću.

U okviru ovog rada primenjene su različite metode za karakterizaciju veličine i oblika nesferičnih polidisperznih smeša kvarcnog peska. Na osnovu dobijenih rezultata predložene su korelacione jednačine za određivanje ekvivalentnih prečnika čestica i faktora oblika. Za određivanje sferičnosti korišćenje su različite metode: metoda na osnovu eksperimentalnog određivanja pada pritiska u pakovanom sloju čestica i metoda bazirana na određivanju brzine taloženja nesferičnih čestica.

Karakterizacija čestica peska razdvojenih po visini fluidizovanog sloja tokom fluidizacije polidisperzne smeše vršena je korišćenjem softverskog paketa SigmaScan (*Image Analysis*).

U programu Sigma Scan obrađene su skenirane slike čestica upoređivanjem sa prethodno zadatim referentnim sistemom. Na osnovu obrade skenirane slike, kao izlazni podaci dobijaju se karakteristične veličine snimljenih čestica: veličina čestica (projektovani prečnik), faktor oblika čestica (odnosno dvodimenzione projekcije čestica), projektovana površina čestica, zapremina čestica, kao i broj snimljenih čestica.

Na osnovu ovih podataka formirane su krive frakcione i kumulativne raspodele veličina čestica peska pre i tokom fluidizacije na osnovu čega se dobija jasna slika o segregacije čestica do koje dolazi tokom fluidizacije. Razdvajanje slojeva tokom fluidizacije izvršeno je hidrauličkom klasifikacijom materijala.

Pokazano je da se raspodela veličine čestica frakcija peska približno pokorava normalnom zakonu raspodele, koji može da se opiše Gaus-ovom jednačinom. Analizom raspodele veličine čestica sa vrha i sa dna sloja određeno je da će do segregacije čestica po veličini doći kada je odnos većih i manjih čestica u populaciji $d_R = d_v/d_m > 1.5$.

Eksperimenti su izvršeni korišćenjem 12 osnovnih frakcija peska srednje veličine zrna od 0.297 mm do 2.830 mm, koje su formirane prosejavanjem, korišćenjem

standardnog sistema sita. Pored toga, kombinovanjem nekoliko frakcija formirane su frakcije sa različitim opsegom odnosa d_R (odnos prečnika najkrupnijih i najsitnijih čestica u populaciji).

Za svaku od prosejanih frakcija, određene su fluidizacione karakteristike polidisperzne smeše: ekspanzija, poroznost sloja i minimalna brzina fluidizacije. Ispitivanja su vršena u cilindričnim kolonama od pleksistakla unutrašnjih prečnika 144, 64 i 40 mm. Visina sve tri kolone iznosila je 2000 mm. Fluidizacione karakteristike sitnijih frakcija ispitane su u koloni sa manjim unutrašnjim prečnikom, radi održavanja približno konstantnog odnosa prečnika kolone prema prečniku čestice. Tokom eksperimentalnih ispitivanja, pratćena je promena visine fluidizovanog sloja u zavisnosti od brzine fluida u cilju određivanja srednje poroznosti, kao i padovi pritiska. Protok tečnosti meren je korišćenjem elektromagnetnih Yamatake-Honeywell merača protoka različitih opsega merenja, a pritisisci su mereni pomoću piezometara. Na osnovu eksperimentalnih merenja fluidizacionih karakteristika frakcija peska pokazana je primenljivost serijskog modela *Epstein*-a za predviđanje ekspanzije sloja sačinjenog od više frakcija peska određenih granulacija.

U ovom radu merene su brzine kretanja staklenih čestica oblika sfere $d_p=1.94, 2.98, 4.00$ i 6.00 mm u prečniku u fluidizovanom sloju u dvo-dimenzionoj koloni. Za svaku od veličina čestica nezavisno su konstruisane kolone tako da debljina kolone približno odgovara prečniku 3 čestice. Brzina kretanja čestice određivana je snimanjem kretanja obeležene čestice u fluidizovanom sloju i analizom projektovane slike trajektorije kretanja čestice. Za određivanje reprezentativne vrednosti srednje brzine kretanja čestica potreban je veliki broj pojedinačnih merenja. U radu je utvrđeno da je za određivanje stabilne vrednosti srednje brzine čestice potrebno minimum 4000 pojedinačnih podataka. Raspodela brzina kretanja čestica ima oblik Maksvelove raspodele brzina molekula gasa. Površinska brzina vode ima uticaj na raspodelu brzina kretanja čestica sličan uticaju temperature na brzinu kretanja molekula gasa u kinetici gasnog stanja. Raspodela brzina čestica u horizontalnom i vertikalnom pravcu se može opisati Gausovom raspodelom.

Predložena je korelaciona jednačina za predviđanje srednje brzine kretanja čestica u fluidizovanom sloju. Srednje procentno odstupanje eksperimentalnih od izračunatih vrednosti iznosi 9.45%.

U radu je određena optimalna poroznost sloja, koja se nalazi u opsegu poroznosti 0.68-0.72 sa stanovišta ukupne cirkulacije čestica u sloju, ili u opsegu 0.59-0.64 sa stanovišta maksimalne frekvencije sudara.

Vizuelnim posmatranja fluidizovanog sloja sfernih čestica prečnika 10 mm, utvrđeno je da sudari u fluidizovanom sloju u većini slučajeva nisu trenutni sudari para čestica, već da se čestice koje se sudaraju posle sudara često kreću zajedno neko vreme u aglomeratu pre odvajanja. Većina sudara u fluidizovan sloju se veoma razlikuje od trenutnih sudara molekula gasa iz kinetičke teorije gasova.

Ključne reči: *fluidizacija, ekspanzija, poroznost, karakterizacija čestica, faktor oblika, segregacija, frekvencija sudara, cirkulacija čestica*

Abstract

The systems involving fluid-particle interaction are widely used in different industrial processes. One of the most widespread fluid-particle systems is fluidized bed of particles. Fluidized beds are used in many applications, such as solids separation and classification, adsorption, ion exchange, catalytic cracking, hydrometallurgical operations, wastewater treatment etc. The periodic back-washing of down flow granular filters, especially sand filters is one of the widest uses of liquid fluidized beds .

Different methods for particle characterization were applied to the polydisperse sets of particles of quartz filtration sand in order to derive the correlations between equivalent diameters, sphericity and 2D shape factor. For the determination of sphericity using different methods, the following characteristics of the particles were experimentally determined: pressure drop of the packed bed of particles, terminal velocity of the particles and porosity at minimal fluidization. The sphericities obtained were critically evaluated and the best method for particle characterization was proposed.

Size distribution of sand particles for fractions obtained by sieving follows approximately modified normal (Gaussian) distribution with respect to the projected particle diameter, while the shape factor decreases linearly with the increase in the projected particle diameter. Expansion of sand particles during fluidization follows Richardson-Zaki relationship. Intercept velocity, i.e. extrapolated value of fluid superficial velocity at $\varepsilon=1$ on the plot $\log(U)$ vs. $\log(\varepsilon)$, agree quite well with the experimentally determined mean free settling velocity of the cloud of about 30 randomly selected particles. During fluidization the beds were hydraulically separated into 10 sub-fractions which were subsequently analyzed. The results indicate that the bed is partially segregated for the fraction $d_p=0.75-1.25$ mm during the fluidization at overall bed expansion of 35% since the smallest particles were concentrated at the top, while the largest particles were concentrated in the bottom zone. In the remaining part of the bed (about 80% of the total mass) the particles are well mixed. Similar experiments were performed with sand mixtures $d_p=1.60-2.00$ mm, $d_p=1.40-2.00$ mm, $d_p=1.166-2.00$ mm. By analyzing particle size distribution at the bottom and at the top of the bed it was concluded that the the bed is well mixed during fluidization when the sieving ratio of largest to smallest sieve opening is less than about 1.5.

Particle velocities have been measured in two-dimensional water fluidized beds of mono-sized spherical glass particles $d_p = 1.94, 2.98, 4.00$ and 6.00 mm in diameter. For each particle size, a separate column was constructed in a manner that the column thickness corresponded to approximately 3 particle diameters. A large number of observations are required to obtain a stable value of total particle speed. The presented data indicated that in order to obtain a stable value of the mean total particle speed, a minimum of 4000 data points was needed. The distribution of total particle speeds follows the Maxwell distribution quite well. The effect of water velocity on the distribution function was similar to the effect of temperature on molecular speed distribution in the kinetic theory. The distribution of vertical and horizontal particle velocity components followed approximately a modified Gaussian distribution. The correlation for predicting the total mean particle speed in 2D water fluidized beds is proposed. The mean absolute deviation between the experimental and measured particle velocities for the present data is 11.1

The optimal porosity of the fluidized bed was defined as the porosity at which the overall circulation rate or frequency of collisions show their maximum, which is also the porosity at which the transport coefficients in the bed show their maximal values. The optimal porosities were calculated from the derivatives of the proposed correlations. The calculated optimal porosity was in the range 0.68-0.72 for the overall circulation rate, and 0.59-0.64 for the frequency of particle-particle collisions. By visual observations of the monolayer fluidized bed of spherical particles of 10 mm in diameter we concluded that the collisions in the liquid fluidized beds in most cases are not pairwise, but that the particles that collide often move together for some time in agglomerates before separating. The majority of collisions in fluidized beds differ very much from the instantaneous collisions as regarded in the kinetic theory of gases. The overall circulation rate is better measure of the dynamics of the fluidized bed and the intensity of transport properties in the beds than the frequency of collisions.

Keywords: *fluidization, expansion, characterization, shape factor, segregation, porosity, frequency of collisions, particle circulation*

SADRŽAJ

UVOD	1
TEORIJSKI DEO	3
1. PARTIKULATIVNI SISTEMI	3
1.1 <i>Izračunavanje karakterističnog prečnika čestice</i>	4
1.2 <i>Oblik čestica – faktori oblika</i>	5
1.3 <i>Određivanje veličine čestica</i>	7
1.3.1 <i>Metoda standardnih sita</i>	8
1.4 <i>Nasuti slojevi čestica</i>	11
1.4.1 <i>Koncentracija čestica u sloju i poroznost</i>	11
1.4.2 <i>Specifična površina sloja</i>	13
1.4.3 <i>Proticanje fluida kroz poroznu sredinu</i>	14
1.5 <i>Fluidizacija</i>	17
1.5.1 <i>Tipovi fluidizacije</i>	18
1.5.2 <i>Kriterijumi za određivanje tipa fluidizacije</i>	19
1.5.3 <i>Zavisnost pada pritiska od površinske brzine fluida</i>	20
1.5.4 <i>Poroznost fluidizovanog sloja</i>	21
1.5.5 <i>Minimalna brzina fluidizacije</i>	22
1.5.6 <i>Brzina odnošenja, Ut</i>	24
1.5.7 <i>Ekspanzija partikulativno fluidizovanog sloja</i>	28
1.5.8 <i>Mešanje i segregacija fluidizovane smeše čestica</i>	30
1.5.8 <i>Raspodela čestica u binarnom fluidizovanom sloju čvrsto-tečno</i>	31
1.6 <i>Primena varijacionogi modela za predviđanje ekspanzije smeše</i>	34
2. PROCESI PREČIŠĆAVANJA VODE	41
2.1 <i>Svojstva prirodnih voda</i>	41
2.1.1 <i>Molekularno-disperzni sistemi ili pravi rastvori</i>	41
2.1.2 <i>Koloidno-disperzni sistemi ili koloidi</i>	41
2.1.3 <i>Grubo disperzni sistemi ili suspenzije</i>	41
2.2 <i>Standardi kvaliteta vode za piće</i>	42
2.3 <i>Procesi i operacije prečišćavanja vode</i>	42
2.4 <i>Filtracija</i>	43
2.4.1 <i>Filtracija u kontrolisanim uslovima</i>	44
2.4.2 <i>Spori filteri</i>	45
2.4.3 <i>Brzi filteri</i>	46
2.4.3.1 <i>Gravitacioni filteri</i>	46
2.5 <i>Izbor filtracionog materijala</i>	48
2.5.1 <i>Vrste filtracionog materijala</i>	48
2.5.1.1 <i>Homogen</i>	48
2.5.1.2 <i>Heterogen</i>	48
2.5.1.3 <i>Multi – media filter</i>	48
2.6 <i>Osnovne karakteristike filtracionog materijala</i>	50

2.6.1 Efektivna veličina čestica i koeficijent uniformnosti	50
2.7 Ispiranje filtera	52
2.7.1 Intenzitet i učestanost pranja	52
2.8 Rad filtera i način upravljanja	54
2.9 Dužina rada filtera i analiza optimalnih uslova rada	55
EKSPERIMENTALNI DEO	57
3. METODE I APARATURE	57
3.1 Priprema materijala	58
3.2 Ispitivanje fluidizacionih karakteristika materijala	60
3.3 Segregacija polidisperznih smeša	62
3.4 Postupak analize veličine čestica u paketu SigmaScan	65
3.5 Aparatura za merenje kretanja čestica i frekvencije sudara čestica u partikulativno fluidizovanom sloju	67
3.6 Postupak određivanja srednje brzine čestica u fluidizovanom sloju	68
3.7 Konture za model za optimalnu poroznost	71
3.8 Frekvencija sudara	76
REZULTATI I DISKUSIJA	78
4. KARAKTERIZACIJA VELIČINE ČESTICA I ISPITIVANJE EKSPANZIJE SLOJA TOKOM FLUIDIZACIJE	78
4.1 Karakterizacija veličine i oblika polidisperznih smeša nesferičnih čestica filtracionog peska ..	78
4.1.1 Određivanje zapreminskog prečnika kao karakteristične veličine	84
4.1.2 Određivanje površinsko zapreminskog prečnika kao karakteristične veličine	86
4.1.3 Određivanje veličine nesferičnih čestica zasnovane na brzini taloženja čestica	86
4.2 Definisane faktora oblika (sferičnosti) čestica	87
4.2.1 Određivanje sferičnosti čestica merenjem brzine taloženja nesferičnih čestica	90
4.2.3 Ostale (indirektne) metode za određivanje sferičnosti (ψ) čestica	93
4.2.4 Poli-sferičnost (2D faktor oblika)	94
.....	98
5. ISPITIVANJE FLUIDIZACIONIH KARAKTERISTIKA	99
5.1 Ispitivanje fluidizacionih karakteristika polidisperznih smeša filtracionog peska	99
5.1.1 Minimalna brzina fluidizacije U_{mF} i poroznost sloja	105
5.1.2 Jednačine- korelacije za U_{mF} :	107
5.2 Ekspanzija smeše	109
5.3 Brzina taloženja i odnošenja čestica	110
5.3.1 Eksperimentalno određivanje brzine taloženja	110
5.3.2 Direktna empirijske korelacije za U_t	113
5.3.3 Jednačine za predviđanje koeficijenta ekspanzije sloja	116
5.3.4 Upoređenje sa literaturnim korelacijama	118
5.3.5 Primena „serijskog“ modela za određivanje ekspanzije smeše sastavljene od niza različitih frakcija peska	122
5.4 Primena varijacionog modela za određivanje ponašanja ekspanziju smeše	124
5.4.1 Primena varijacionog modela za predviđanje ekspanzije sloja sferičnih čestica	126

5.4.2 Primena varijacionog modela za predviđanje ekspanzije sloja nesferičnih čestica	129
5.5 Segregacija čestica u fluidizovanom sistemu voda-polidisperzna smeša čestica.....	135
5.5.1 Segregacija čestica određena na osnovu ekspanzije izdvojenih delova sloja	135
5.5.2 Uticaj površinske brzine tečnosti (ekspanzije sloja) na stepen segregacije čestica po visini sloja	142
6. ODREĐIVANJE OPTIMALNE POROZNOSTI SLOJA	149
6.1 Brzine kretanja čestica u fluidizovanom sloju tečnost-sferične čestice.....	149
6.1.1 Eksperimentalni sistem.....	149
6.1.2 Parametri fluidizacije	150
6.2 Cirkulacija čestica u jedinici vremena i sudari čestica u 2D-fluidizovanom sloju sferičnih čestica.....	166
6.2.1 Stoks-ov broj	169
6.2.2 Ukupna cirkulacija čestica u jedinici vremena	170
6.3 Učestalost (frekvencija) sudara.....	175
ZAKLJUČAK.....	184
LITERATURA:.....	187

UVOD

U praksi se filtriranje vode u kontrolisanim uslovima izvodi u sporim filterima, brzim gravitacionim filterima i filterima pod pritiskom. Filtraciona jedinica, u svim ovim slučajevima sastoji se od objekta izrađenog od betona i čelika sa perforiranom podlogom i nosećim pakovanim slojem preko kog prolazi voda koja se filtrira. Isti sistem se koristi i za ispiranje, propuštanjem vode za ispiranje u suprotnom smeru, odozdo na gore. Kao filtracioni medijum u praksi se najčešće koristi pakovani sloj polidisperzne smeše čestica peska različitih frakcija, pakovanih tako da se najsitnije čestice nalaze na dnu bazena a one najkrupnije na vrhu bazena za filtraciju. Ispiranje filtra vrši se propuštanjem vode odozdo naviše tako da sloj peska počne da fluidizuje. Prilikom fluidizacije, polidisperzne smeše čestica istih gustina imaju karakteristiku da se fluidizovani slojevi tečnost-čestice jasno razdvoje po veličini zrna čestica, tako da najkrupnije čestice fluidizuju na dnu, a najsitnije na vrhu sloja.

Ova nova raspodela čestica filtracionog medijuma po veličini nije povoljna za sledeći ciklus filtracije vode, jer je poroznost na vrhu filtracionog medijuma smanjena zbog grupisanja najsitnijih čestica na tom delu filtracionog bazena. U sledećem ciklusu filtracije zato dolazi do brzog zagušenja filtra. Kao posledica zagušenja filtera javlja se potreba za češćim ispiranjem filtera, što zahteva veću potrošnju vode za ispiranje.

Cilj ove doktorske disertacije je da se primenom različitih metoda za karakterizaciju veličine i oblika nesferičnih polidisperznih smeša kvarcnog peska predložene su korelacione jednačine za određivanje ekvivalentnih prečnika čestica, i faktora oblika, koje znatno olakšavaju određivanje veličine čestica i faktora oblika naročito za sferičnost koja je teška za određivanje, skoro je i nemoguće da se odredi direktnom analizom.

Za određivanje sferičnosti korišćenje su različite metode, na osnovu eksperimentalnog određivanja pada pritiska pakovanom sloju čestica, određivanja brzine taloženja nesferičnih čestica.

Na osnovu ispitivanja fluidizacionih karakteristika 14 frakcija filtracionog peska različitih granulacija, predložene su korelacione jednačine za određivanje ekspanzije sloja tokom fluidizacije. Dobijene korelacione jednačine mogu da se primene za

predviđanje ponašanje sloja filtracionog peska tokom fluidizacije, pa se u praksi mogu primeniti za određivanje brzine vode potrebne za ispiranje pešćanih filtera.

Pokazana je primenljivost serijskog modela *Epstein*-a za predviđanje ekspanzije sloja sačinjenog od više frakcija peska određenih granulacija.

Rad obuhvata i eksperimentalnu analizu segregacije čestica smeša peska tokom fluidizacije, sa ciljem da se odredi stepen segregacije čestica po veličini tokom ispiranja pešćanih filtera. Ova eksperimentalna analiza izvršena su pri šest različitih brzina fluidizacije. Na osnovu ove analize pokazano je do kog stepena segregacije čestica dolazi tokom fluidizacije polidisperznih smeša (ispiranja), kao i brzinu fluidizacije pri kojoj dolazi do najmanje segregacije čestica.

Dalji cilj rada je da se osnovu izmerenih brzina kretanja čestica u fluidizovanom sloju predloži matematički model „optimalne poroznosti“ fluidizovanog sloja. Optimalna poroznost fluidizovanog sloja čestica je ona poroznost pri kojoj je sloj najefikasniji u pogledu frekvencije sudara između čestica, a samim tim i u pogledu brzine prenosa toplote i mase. Određivanje optimalne poroznosti sloja je veoma značajno sa stanovišta određivanja optimalne brzine ispiranja filtracionog medijuma, koja bi dovela do smanjenja potrošnje vode za ispiranje, kao i ukupne potrošnje energije u procesu.

Rezultati predstavljeni u okviru ove doktorske disertacije su veoma značajni za inženjersku primenu i to:

Za proračun i projektovanje uređaja za filtraciju vode, na osnovu modela i korelacija koje su predložene u ovom radu, a koje obuhvataju karakterizaciju čestica odnosno određivanje zapreminskog prečnika i faktora oblika na osnovu granulometrijske analize i određivanje pada pritiska u sloju i karakteristika ekspanzije sloja.

Zakovitosti koje su utvrđene u vezi kretanja čestica u sloju, frekvencije sudara između čestica kao i cirkulacije čestica i metodologija proračuna optimalne poroznosti sloja su značajne za optimalno projektovanje uređaja za adsorpciju, razmenjivača toplote sa fluidizovanim česticama.

TEORIJSKI DEO

1. Partikulativni sistemi

Sistemi gde su dimenzija čestica male u odnosu na njihovo okruženje nazivaju se partikulativni sistemi i izuzetno su česti u procesnoj tehnici. Takvi sistemi su relativno složene prirode, tako da je za njihovo dalje izučavanje neophodno izvršiti karakterizaciju čestica koje ga sačinjavaju. U zavisnosti od prirode prisutnih faza postoji širok dijapazon mogućih mogućih sistema (*Sinnott, 2005*). Ovaj rad će biti ograničen na sisteme čvrsta faza – tečni fluid. Početni zahtev koji se javlja pri proučavanju vezan je za odabir karakteristične veličine čestica koja će najbolje opisati česticu. Veličina čestica, oblik, gustina, poroznost (površinska karakteristika), prisutnost fizičkih sila itd., sve su to veličine koje određuju ukupno ponašanje sistema. U praksi se često sreću operacije i procesi sa jako velikim brojem čestica koje nisu uniformne ni po veličini ni po obliku (polidisperzni sistemi). Kod takvih polidisperznih sistema, način definisanja karakteristične (reprezentativne) dimenzije čestice zavisi pre svega od fenomena koji se odvija u sistemu. Kada se proces odvija uz prisustvo hemijske reakcije ili ukoliko su čestice katalizatori definisanje karakteristične veličine čestica baziran je na površini čestice, dok u slučajevima kretanja čestica (tj. kada je bitan centar mase čestice) primenjuje se koncept baziran na zapremini čestica. Najjednostavniji sistem sastojao bi se od sferičnih čestica uniformne veličine, pri čemu bi prečnik čestica predstavljao karakterističnu veličinu čestice za takav sistem, (*Rhodes, 2008; Yang, 2003*). (*Rhodes, 2008; Yang, 2003*) Mnogi fenomeni vezani za partikulativne sisteme najčešće se opisuju modelima koji su bazirani na aproksimaciji čestica nepravilnog oblika (nesferičnog) česticama sferičnog oblika, pošto takvo uprošćenje u mnogome olakšava iznalaženje rešenja. Iz navedenog razloga u praksi se često čestice nepravilnog oblika porede sa takozvanim „ekvivalentim“ sfernim česticama i tako dobijeni parametri koriste se za dalje definisanje određenog izučavanog sistema. U tabeli 1.1 prikazano je nekoliko načina definisanja reprezentativnog prečnika nesferičnih čestica, pri čemu izbor zavisi od fenomena koji je potrebno definisati.

Definisanje reprezentativne veličine čestice i određivanje oblika je prvi korak prilikom karakterizacije monodisperznih i polidisperznih sistema, tako da se određivanju ovih veličina mora posvetiti posebna pažnja budući da se na njih oslanjaju sva dalja modelovanja određenog fenomena.

Tabela 1.1 Definisanje reprezentativnog prečnika čestica

Simbol	Naziv	Definicija
d_A	Površinski prečnik	Prečnik sfere koja ima istu površinu kao čestica
d_V	Zapreminski prečnik	Prečnik sfere koja ima istu zapreminu kao čestica
d_{SV}	Zapreminsko površinski prečnik	Prečnik sfere koja ima isti odnos površine i zapremine kao čestica
d_d	„Drag“ prečnik	Prečnik sfere koja pruža isti otpor kretanju kao data čestica u istom fluidu, pri istim uslovima (gustina i viskozitet)
d_t	Prečnik pri istoj brzini taloženja	Prečnik sfere koja ima istu brzinu taloženja kao i čestica u istom fluidu pri istim uslovima
d_a	Prečnik iste projektovane površine	Prečnik sfere koja ima istu projektovanu površinu kao i čestica posmatrana u ravni normalnoj na ravan najveće stabilnosti
d_{St}	Stoksov prečnik	Prečnik sfere koja ima istu gustinu kao čestica i istu brzinu taloženja u laminarnom (Stksovom) režimu
d_s	Prečnik „sa sita“ dobijen sejanjem	Širina min. Otvora kvadrata sita kroz koje prolazi čestica

1.1 Izračunavanje karakterističnog prečnika čestice

Pošto su navedeni neki od načina definisanja karakterističnog prečnika čestice, biće prikazan i način za izračunavanje najčešće korišćenih reprezentativnih prečnika koji se koriste za karakterizaciju fluidizovanih sistema.

➤ Zapreminski prečnik, d_V

gde su V_p , m_p , ρ_p : zapremina, masa i gustina čestice, respektivno

$$d_V = \sqrt[3]{\frac{6V_p}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{6m_p}{\rho_p \pi}} \quad (1.1)$$

➤ Površinski prečnik, d_A

$$d_s = \sqrt{\frac{A_p}{\pi}} \quad (1.2)$$

gde je A_p površina čestice

- Površinsko-zapreminski prečnik, d_{sv} :

$$\frac{A_p}{V_p} = \frac{A_s}{V_s} = \frac{d_s^2 \pi}{d_s^3 \pi / 6} = \frac{6}{d_s} \quad (1.3)$$

Površinsko-zapreminskim prečnikom, ili prečnikom ekvivalentne sfere, naziva se onaj prečnik koji bi imala sfera sa istim odnosom površine (A_s) i zapremine (V_s) kao i data čestica nepravilnog oblika. Ovaj prečnik se često primenjuje u definisanju sistema kod kojih se javlja kontakt između čvrstih čestica i fluida. Jednačina (1.3) može da se proformuliše u sledeći izraz.

$$d_{sv} = \frac{6V_p}{A_p} = \frac{d_v^3}{d_s^2} \quad (1.4)$$

- Stoksov prečnik, d_{st} :

$$d_{st} = \sqrt{\frac{18\mu \cdot U_t}{(\rho_p - \rho_t)g}} \quad (1.5)$$

1.2 Oblik čestica – faktori oblika

Oblik čestice, pored njene veličine je jedan od najbitnijih parametara za karakterizaciju sistema. Velika raznolikost u izgledu čestica nametnula je problem univerzalnog definisanja njenog oblika preko karakterističnih parametara – faktora oblika. Postoji veći broj klasifikacija čestica po navedenom principu:

- Površinski faktor oblika (ψ_A) predstavlja odnos spoljne površine tela (čestice) prema kvadratu projektovanog prečnika:

$$\psi_A = \frac{A_p}{d_a^2} \quad (1.6)$$

Uočavamo da je za sferu površinski faktor oblika $\psi_A = \pi$.

- Zapreminski faktor oblika (ψ_V) predstavlja odnos zapremine tela (čestice) prema zapremini kocke čija je stranica jednaka projektovanom prečniku (d_a)

$$\psi_V = \frac{V_p}{d_{pV}^3} \quad (1.7)$$

Za sfernu česticu zapreminski faktor oblika $\psi_V = \pi/6$

- Sferičnost se najčešće koristi u praksi za definisanje oblika nesferičnih čestica i predstavlja odnos između površine sfere i površine čestice ukoliko su im zapremine iste, (Wadell, 1932).

$$\psi = \frac{\text{spoljna površina sfere iste zapre. kao čestica}}{\text{spoljna površina čestice}} \Big|_{V_s=V_p} \quad (1.8)$$

$$\psi = \frac{\pi}{A_p} \sqrt{\left(\frac{6V_p}{\pi}\right)^2}$$

$$\psi = \frac{d_{sv}}{d_v} \quad (1.9)$$

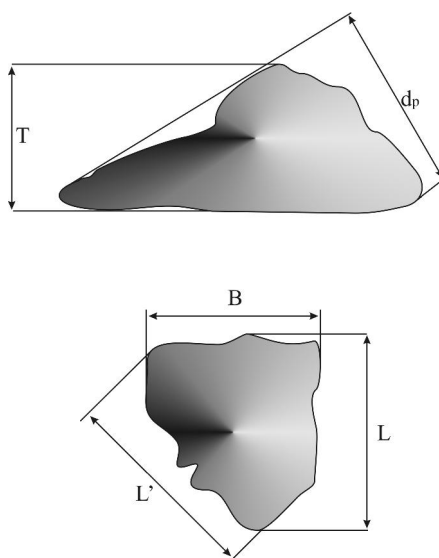
Vrednost sferičnosti za sfere je $\psi=1$ a za nesferične čestice sferičnost ima vrednost $\psi<1$.

- Prečnik „ d_a “ po Hejvudu, (Heywood, 1948) definisan je na osnovu sledeće jednakosti:

$$d_a = \frac{4}{\pi} \sqrt{0.75B \cdot L} = \frac{4}{\pi} \sqrt{0.75n \cdot B^2} \quad (1.10)$$

U slučaju „zaobljenih“ čestica empirijski koeficijent 0.75 je veći i iznosi 1.77.

Veličine u jednačini (1.10) definisane su na sledeći način, slika 1.1:



Slika 1.1 Osnovne dimenzije koje definišu veličinu čestica

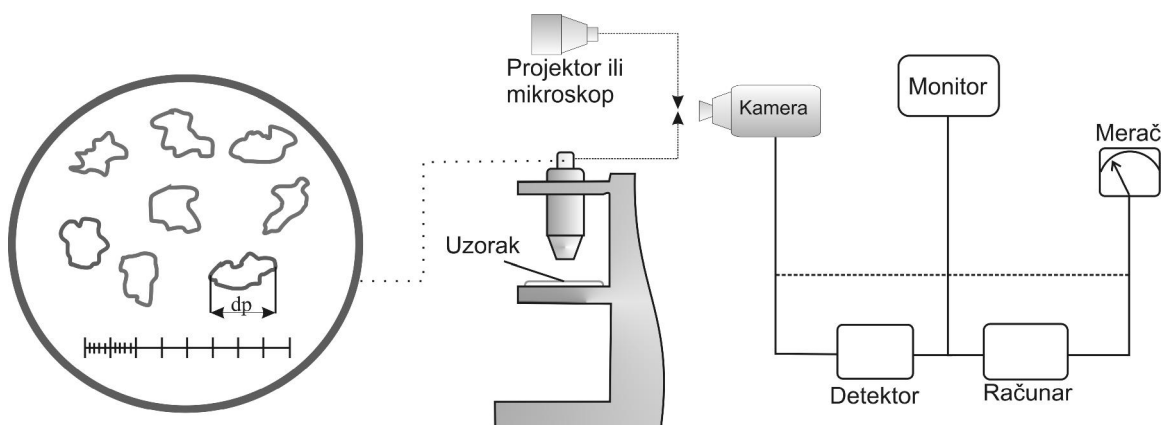
- B (*breadth*) širina – predstavlja minimalno rastojanje između dve paralelne ravni koje su normalne na ravan koja definiše debljinu, a tangiraju suprotne strane posmatrane čestice.

- L (*length*) dužina – predstavlja rastojanje između dve paralelne ravni koje su normalne na ravni koje definišu debljinu i širinu, a tangiraju suprotne strane čestice.
- T (*thicknes*) debljina – definisana je kao najkraće rastojanje između dve paralelne ravni koje tangiraju suprotne strane čestica od kojih je jedna ravan maksimalne stabilnosti.
- n predstavlja odnos izduženja: $n=L/B$

1.3 Određivanje veličine čestica

Kao što je već naglašeno, veoma se često javlja problem vezan a određivanje reprezentativne veličine čestica, te je stoga razrađeno više metoda, (*Merkus, 2009; Syvitski, 2007; Swain, 2011*), koje se bave ovom problematikom, i mogu se klasifikovati u četiri osnovne grupe:

1. Direktna merenja
2. Metoda standardnih sita
3. Metoda mernog mikroskopa
4. Metoda sedimentacije
5. Savremene metode (laser-dopler anemometrija, automatski elektronski mikroskop i dr.)



Slika 1.2 Mikroskopiranje čestica

Izbor metode zavisi pre svega od veličine čestica koje je potrebno karakterizovati. Ukoliko se u sistemu nalaze krupne čestice ($> 5 \text{ mm}$) koristi se metoda direktnog merenja pomoću nonijusa ili mikrometarskog zavrtnja, dok je reprezentativna veličina

aritmetička sredina dobijena na osnovu merenja što većeg broja čestica koje leže u dijapazonu najkrupnijih i najsitnijih čestica.

Za sitnije čestice veličine (2 - 100 μ m) najčešće se koriste metoda sedimentacije ili metoda mernog mikroskopa (Syvitski, 2007).

Kod metode sedimentacije vrši se merenje brzine taloženja čestice u nekom fluidu poznatih reoloških karakteristika, a nakon toga se na osnovu podataka o zakonitostima kretanja preračunava tražena veličina.

Kod metode mernog mikroskopa se pomoću končanice, koja se nalazi na okularu mikroskopa, vrši merenje slučajno orjentisanih čestica na mikroskopskoj pločici slika 1.2.

Pošto se izvrše merenja prečnika „ d_{pi} “ kod n – broja različitih čestica, srednji prečnik se izračunava kao aritmetička sredina svih merenja:

$$d_{psr} = \frac{1}{n} \sum_1^n d_{pi} \quad (1.11)$$

Metoda skeniranja bazično se zasniva na navedenoj metodi mikroskopiranja i dosta je primenljiva za granulometrijsku analizu, najrazličitijih mono i polidisperznih sistema. Spregnuta sa računarom, omogućava brzu i detaljnu analizu ne samo osnovnih geometrijskih veličina čestica, već i analizu površine, prečnika ekvivalentne sfere, faktora oblika i dr.

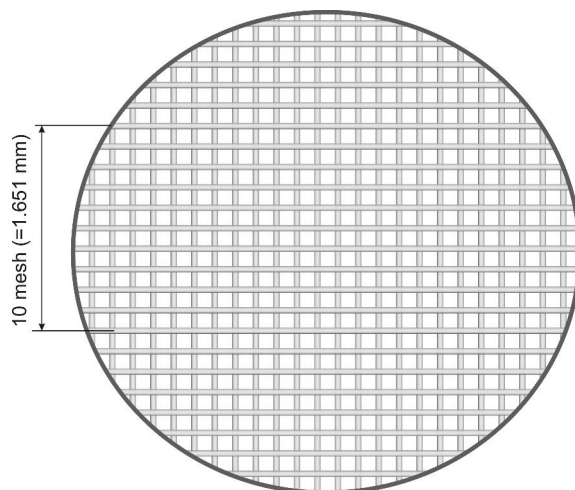
Za čestice srednje veličine najčešće se koristi metoda standardnih sita ($d_p > 400\mu$ m). To je ujedno i najrasprostranjenija metoda, a zasniva se na jednostavnoj mehaničkoj klasifikaciji.

1.3.1 Metoda standardnih sita

Prosejavanje materijala jedna je od najčešće metoda klasifikacije čestica po veličini, čija prednost leži u jednostavnosti i brzini postupka, kao i mogućnosti efikasnog određivanja frakcija prilikom granulometrijske analize (Merkus, 2009; Syvitski, 2007; Swain, 2011). Garnitura se sastoji iz tačno definisanog seta, pri čemu se svako naredno razlikuje po veličini otvora (okca).

Postoje različiti standardi koji definišu veličinu okca, npr. Set po Tyler-u, (Swain, 2011), po kome je specificiran broj okaca po kvadratnom inču – „mesh“, a

pošto su žice od kojih je izrađeno sito određene debljine, treba da bude definisana i širina okca, slika 1.3.

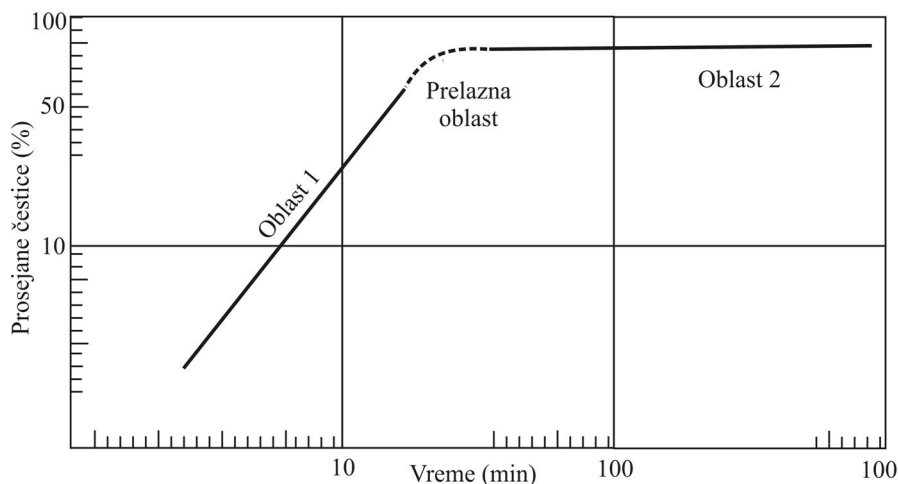


Slika 1.3 Izgled mrežice sita za sejanje materijala (standard po Tyleru)

Sita se obično biraju tako da je površina okaca dva uzastopna sita razlikuje duplo. Na osnovu toga sledi da im se stranice razlikuju $2^{1/2}$ puta, što je ujedno i osnovni modul ovog standarda. Pošto površina okaca po osnovnom modelu raste relativno brzo, uveden je dopunski modul $2^{1/4}$. Pored Tyler-a koji predstavlja američki standard, postoje i drugi standardi sita koji se međusobno razlikuju po propisanom modulu sita, kao što su francuski *A.F.N.O.R.* standard ili britanski B.S.S.410 standard. Nemačka takođe ima DIN standard sita koji je široko primenjivan u Evropi, ali karakteristika nemačkog standarda je u tome što nema definisan modul, (Swain, 2011).

Uređaj za prosejavanje sastoji se od rama ma koji se učvršćuju sita koja su nameštana jedno iznad drugog po rastućoj veličini okaca, ram zajedno sa sitima pričvršćen je za elektromotor koji preko ekcentra proizvodi oscilatorne udare koji se zatim prenosi na čitav sistem. Sita mogu biti izrađena od različitih materijala. Mreža sita se najčešće izrađuje od metalne žice za veće veličine otvora, dok se mrežice sa sitnim otvorima izrađuju od najfinijih svilenih niti, ram sita u koji je smeštena mreža najčešće je izrađen od livenog lima. Kao karakteristična veličina figurira prečnik sita d_A , koji se dobija nakon prosejavanja a predstavlja veličinu minimalnog kvadrata kroz koji čestica može da prođe slika 1.3.

Operacija prosejavanja ne bi trebalo da traje duže od 15 min, jer se efikasnost nakon tog vremena znatno ne menja slika 1.4, a i u suprotnom može doći do oštećenja sita kao i do abrazije ili spršaivanja čestica ukoliko ne poseduju dovoljnu čvrstinu.



Slika 1.4 Udeo prosejanih čestica u zavisnosti od vremena

Prikazani dijagram na slici 1.4 predložio je (*Whitby, 1958*), koji je konstantovao da se prosejavanje odvija u dva različita stepena.

Oblast 1, na krivoj sa dijagrama slika 1.4, definisana je pomoću zakonitosti:

$$P = at^b \quad (1.12)$$

gde su:

P – kumulativna masa frakcija koja su prošla kroz sito

a – frakcija koja je prošla sito po jedinici vremena

b – konstanta (veoma bliska jedinici)

t – vreme prosejavanja

Whitby (*Whitby, 1958*) je definisao:

$$\frac{\alpha M}{A_0 S} = C_1 \left(\frac{S}{K_S d_m} \right) \frac{h}{\log \sigma} \quad (1.13)$$

gde su:

M – totalna masa na situ,

S – veličina okca,

A_0 – površina okca na situ,

C_1, h – empirijske konstante

α – standardna geometrijska devijacija veličine sita

K_{sd_m} , linearna funkcija mase u zavisnosti od raspodele eličine čestica

Kao rezultat prosejavanja dobijaju se težinski udeli pojedinih frakcija čestica, na osnovu čega je moguće izvršiti granulometrijsku analizu. Ukoliko se nakon prosejavanja dobije veći broj frakcija u uskim intervalima veličine čestica, za svaku od frakcija, kao reprezentativan prečnik možemo uzeti aritmetičku sredinu dimenzije okaca gornjeg i donjeg sita. Ako želimo naći reprezentativni prečnik za veći raspon dimenzija čestica očito je da to neće biti samo aritmetička sredina već moramo voditi računa i o udelima pojedinih frakcija.

U opštem slučaju srednja vrednost neke veličine y u intervalu (x_1, x_2) može se izračunati na sledeći način, (Swain, 2011):

$$y_{sr} (x_2 - x_1) = \int_{x_1}^{x_2} y dx \quad (1.14)$$

Funkcija se definiše eksperimentalnom procedurom, nakon granulometrijske analize, kao zavisnost distribucije veličine čestica svedeno na broj čestica u uzorku ili njegovu masu.

1.4 Nasuti slojevi čestica

Kontakt između fluida i čvrstih čestica je vrlo čest u industrijskoj praksi, pri čemu se može ostvariti na više načina od kojih je proticanje kroz nasuti sloj jedan od najčešćih. Naravno, u zavisnosti od operacije ili procesa koji se odvijaju, možemo imati slučajeve različitog stepena složenosti, od najobičnijeg „klasičnog“ proticanja, preko filtracije gde se vrši zadržavanje suspendovanih čestica iz fluida na čestice iz sloja pa do složenih hemijskih reakcija, katalitičkih postupaka i slično.

Za karakterizaciju nasutog sloja, pored veličine čestice figurišu i druge veličine, kao što su koncentracija čestica u sloju, poroznost, specifična površina sloja itd.

1.4.1 Koncentracija čestica u sloju i poroznost

Udeo čestica u sloju određene zapremine kao i način njihovog pakovanja u mnogome određuje osobine sloja u odnosu na fluid koji protiče kroz sloj. Fizička slika sistema je takva da se on sastoji od čestica i praznog prostora tako da se, očigledno, može definisati nekakva koncentracija čestica u sloju kao mera za gustinu pakovanja čestica u sloju, (Yang, 2003).

$$c = \frac{\left\{ \text{zapremina svih čestica u sloju} \right\}}{\left\{ \text{ukupna zapremina poroznog sloja} \right\}} = \frac{\sum V_p}{V_{sl}} \quad (1.15)$$

Znatno češće od pojma gustine nasutog sloja koristi se poroznost (ε) sloja, koja predstavlja odnos ukupne zapremine svih kanala u sloju prema ukupnoj zapremini sloja. Ako je V_{sl} ukupna zapremina poroznog sloja ona je zbir ukupne zapremine svih čestica i ukupne zapremine svih kanala sloja ($\sum V_k$), tj:

$$\varepsilon_0 = 1 - \frac{\sum V_k}{\sum V_{sl}} = \frac{\sum V_k}{V_{sl}} = \frac{V_{sl} - \sum V_p}{V_{sl}} = 1 - \frac{\sum V_p}{V_{sl}} = 1 - c \quad (1.16)$$

Pošto je zapremina čestica u sloju $\sum V_p = M/\rho_p$, gde je M – ukupna masa sloja a ρ_p je gustina čestica, onda se poroznost može izračunati pomoću izraza:

$$\varepsilon_0 = 1 - \frac{M}{\rho_p \cdot A_c \cdot H_0} \quad (1.17)$$

Očito je da se vrednost poroznosti nalazi u intervalu $0 < \varepsilon < 1$. Poroznost zavisi od veličine čestica d_p , od oblika čestica, načina pakovanja čestica u sloju, hrapavosti itd. Najveći uticaj na poroznost potiče od oblika čestica.

Tabela 1.2 Uticaj oblika čestice na poroznost sloja

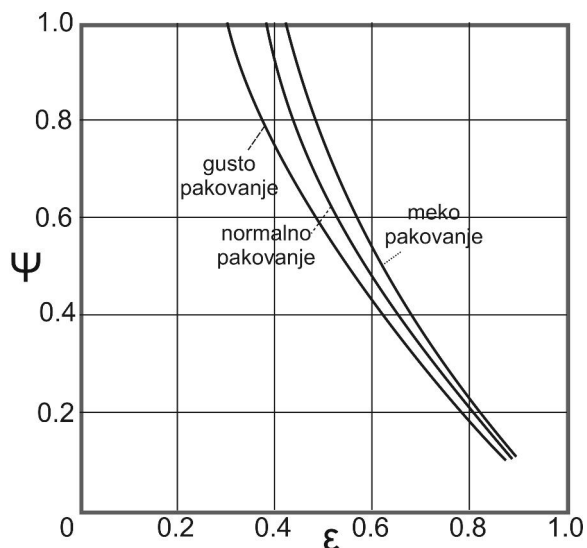
Izgled čestice	Sferičnost, ψ	Poroznost, ε
Sferičan	1.00	0.38
Zaobljen	0.98	0.38
Oštar	0.81	0.40
Uglast	0.78	0.43
Izlomljen	0.70	0.48

Sferičnost je faktor oblika koji se najčešće koristi prilikom definisanja oblika čestica, u tabeli 1.2 prikazano je kako se sferičnost manifestuje na vrednost poroznosti.

Pored sferičnosti, na poroznost sloja jako utiče i način pakovanja, tako da se u literaturi često daje grafička zavisnost poroznosti u funkciji sferičnosti i načina pakovanja, slika 1.5.

Kod nesferičnih čestica poroznost se menja pod uticajem veličine čestica, načinom pakovanja čestica, naravno prilikom proučavanja ovog fenomena neophodno je

izdvojiti sva ostala dejstva, naime potrebno je posmatrati i uticaj d_p na poroznost za svaku česticu materijala posebno.



Slika 1.5 Zavisnost čnosti ψ od poroznosti ϵ i načina pakovanja

1.4.2 Specifična površina sloja

Jedna od bitnih karakteristika sloja je i specifična površina sloja (a), (Yang, 2003), koja se definiše kao odnos između površine svih čestica i ukupne zapremine sloja:

$$a = \frac{n(d_p^2\pi)}{V_{sl}} \quad (1.18)$$

Ukupan broj čestica u sloju se može izračunati kao:

$$n = \frac{M}{m_p} = \frac{M}{\rho_p V_p} = \frac{M}{d_p \pi / 6} \quad (1.19)$$

Iz poznatog izraza za poroznost, sledi da je:

$$1 - \epsilon = \frac{M}{\rho_p V_{sl}} \quad (1.20)$$

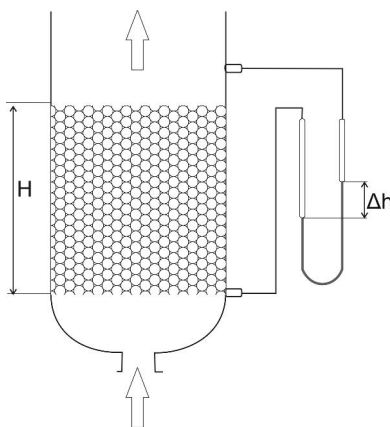
$$V_{sl} = \frac{M}{\rho_p (1 - \epsilon)} \quad (1.21)$$

Kada se jednačine (1.21) i (1.19) uvrste u izraz (1.18) dobija se analitički izraz za proračun specifične površine sloja:

$$a = \frac{6(1-\varepsilon)}{d_p} \quad (1.22)$$

1.4.3 Proticanje fluida kroz poroznu sredinu

Tokom proticanja fluida kroz nasuti sloj dolazi do smanjenja njegove ukupne energije, što se manifestuje kao pad kinetičke energije fluida usled proticanja fluida kroz mrežu kanalića koje čine čestice u sloju, takođe dolazi i do gubitka energije fluida usled podužnog trenja jer je unutrašnja strana kanalića hrapava i zbog otpora usled oblika čestica. Svi gubici se zbirno prate preko pada ukupnog pritiska u sloju slika 1.6.



Slika 1.6 Strujanje kroz porozan pakovan sloj

Postoji i veći broj jednačina koje definišu pad pritiska fluida usled proticanja kroz poroznu sredinu od kojih je sigurno najpoznatija i najviše korišćenja Ergunova jednačina, (Ergun, 1952):

$$\frac{\Delta p}{H} = 150 \frac{\mu}{d_p^2} \frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3} U + 1.75 \frac{\rho_f}{d_p} \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon^3} U^2 \quad (1.23)$$

Oznaka U predstavlja prividnu (površinsku) brzinu tečnosti koja se obračunava u odnosu na poprečni presek suda u kome se nalazi sloj (bez čestica):

$$U = \frac{\text{zapreminski protok fluida}}{\text{povr. cevi u kojoj se nalazi sloj}} \quad (1.24)$$

Jednačina (1.23) se može primeniti za sve režime strujanja, međutim u praksi se često koriste uprošćeni oblici, pošto se u zavisnosti od vrste toka, pojedini delovi jednačine mogu zanemariti.

Tako za laminaran režim strujanja ($Re_p < 5$):

$$\Delta p = 150 \frac{\mu H}{d_p^2} \frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3} U \quad (1.25)$$

Jednačina (1.25) poznata je kao Karman-Kozenijeva jednačina, (Carman i Kozeny, 1956), dok se za turbulentni režim ($Re_p > 200$), Ergunov izraz transformiše u jednačinu Bark-Plamerovu, (Burke i Plummer, 1928):

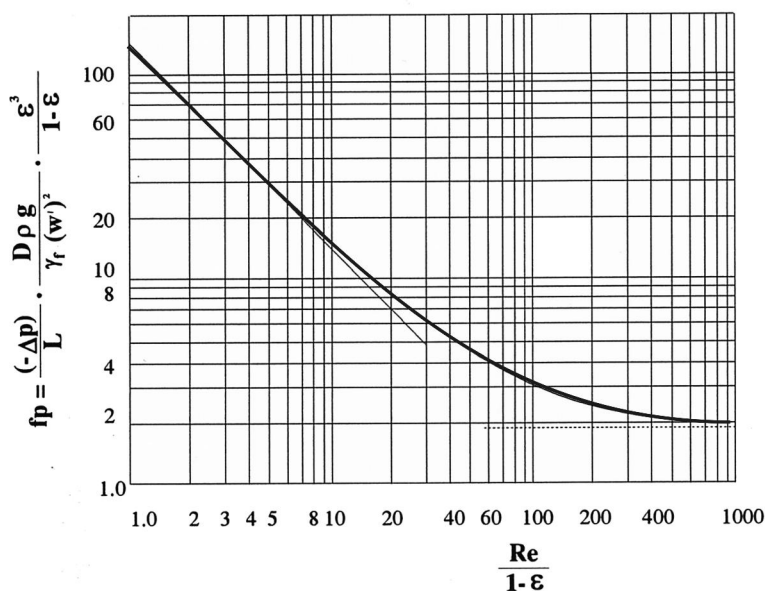
$$\Delta p = 1.75 \frac{H \rho_f}{d_p} \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon^3} U^2 \quad (1.26)$$

Pun izraz za Ergun-ovu jednačinu (1.23) se najčešće primenjuje za prelaznu oblast koja podrazumeva vrednosti $5 < Re < 200$; pri čemu je modifikovan Re broj za česticu definisan sledećim izrazom:

$$Re_p = \frac{\rho_f d_p U}{\mu_f} = \frac{d_p U}{\nu_f} \quad (1.27)$$

Često se Ergun-ova jednačina izražava preko modifikovanog koeficijenta trenja f_p – jednačina (1.28), ili preko dijagrama na slici 1.7.

$$f_p = \frac{\Delta p d_p}{H \rho_f U^2} \frac{\varepsilon^3}{(1-\varepsilon)^2} = 150 \frac{1-\varepsilon}{Re_p} + 1.75 \quad (1.28)$$



Slika 1.7 Zavisnost f_p od Re broja

Ergunova jednačina je empirijskog karaktera, ali se do nje može doći i teorijski, uz korišćenje izvesnih korekcionih faktora. Biće prikazana procedura za dobijanje

Karman-Kozenijeve jednačine prilikom čega se može dobiti jasna slika fenomena proticanja fluida kroz pakovan sloj čestica.

Ukoliko se sa F_D obeleži ukupna sila trenja po jedinici poprečnog preseka sloja onda za jednu česticu važi:

$$F_d = \frac{F_D}{N} \quad (1.29)$$

Gde je N ukupan broj čestica po jedinici poprečnog preseka sloja. Ukoliko se radi o sloju sačinjenom od uniformnih čestica onda je:

$$N = \frac{6V_p}{d^3 \pi} \quad (1.30)$$

Ukupna energija rasipanja u sloju se može izraziti preko pada pritiska ili pomoću sile trenja:

$$\Delta E = U \Delta p = \frac{U}{\varepsilon} F_D \quad (1.31)$$

Član (U/ε) u jednačini (1.31) predstavlja brzinu fluida oko čestica nasutog sloja. Za pojedinačne čestice može se pisati:

$$F_d = \frac{d^3 \pi \varepsilon \Delta p}{6V_p} \quad (1.32)$$

Ako se usvoji pretpostavka da su kanalići kroz koje protiče fluid idealne prave cevi, u tom slučaju se može primeniti *Hagen-Poiseov zakon* (*Massej, 1998*):

$$\Delta p = \frac{32 \mu L v}{D} \quad (1.33)$$

Pri čemu je v definisano kao (U/ε) , dok je D okvašeni prečnik koji se za nasuti sloj uniformnih sfera prečnika d_p može definisati:

$$D = D_H = \frac{2 \varepsilon d_p}{3(1 - \varepsilon)} \quad (1.34)$$

Svrstavanjem jednačina (1.32) i (1.33) u izraz (1.31), dobija se:

$$\Delta p = 72 \frac{\mu L U (1 - \varepsilon)^2}{d_p^2 \varepsilon^3} \quad (1.35)$$

Jednačina (1.35) razlikuje se od Karman-Kozenijeve jednačine samo za vrednost konstante, što je posledica uvedenih uprošćenja i otuda i razlika u vrednostima koeficijenata (72 i 150).

$$Fd = 12\pi\mu d_p U \frac{(1-\varepsilon)}{\varepsilon^3} \quad (1.36)$$

Izraz 1.36, definiše silu otpora za čitav opseg koncentracija čestica, tj. poznato je da Štoksov zakon, (Massey, 1998), koji važi samo za usamljenu sferu u slobodnom fluidu, i glasi:

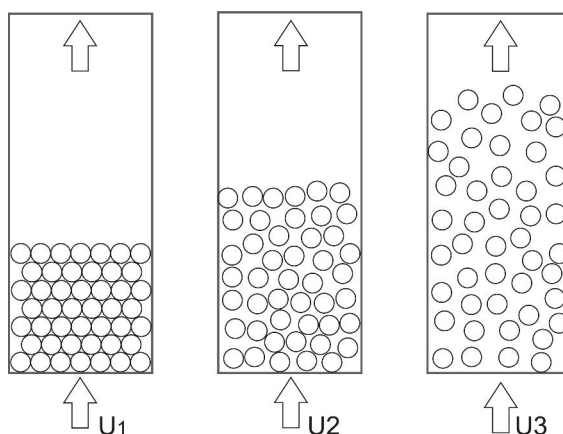
$$Fd = 3\pi\mu dU \quad (1.37)$$

Dakle na osnovu navedenog, sila otpora sferne čestice se za laminarnu oblast mora nalaziti u sledećem opsegu:

$$3\pi\mu d_p U < F_d < 12\pi\mu d_p U \frac{(1-\varepsilon)}{\varepsilon^3} \quad (1.38)$$

1.5 Fluidizacija

U prethodnom poglavlju bilo je reči o proticanju fluida kroz nasuti sloj čestica. Postepenim povećanjem brzine fluida čestice će u jednom trenutku početi blago da osciluju, nakon čega će daljim povećanjem brzine fluida doći i do postepene ekspanzije sloja a čestice će poprimiti neke osobine fluida. Takav sloj se naziva fluidizovan sloj a sama pojava fluidizacija. Na slici 1.8 šematski je prikazano kako čestice iz pakovanog sloja prelaze u fluidizovan ($U_1 < U_2 < U_3$).



Slika 1.8 Šematski prikaz početka fluidizacije

Kada bi se brzina fluida i dalje povećavala u jednom trenutku bi čestice počele da napuštaju sistem- tj. došlo bi do odnošenja čestica iz sloja i do pojave transporta čestica. Fluidizacija je danas široko primenjena u industriji, zbog niza prednosti koje poseduje u odnosu na klasične sisteme, a to su pre svega visoki koeficijenti prenosa količine kretanja, mase i toplote, mogućnost relativno lakog kontrolisanja sistema kao i njihova

mobilitnost koja omogućuje višestepene uređaje i ostvarivanje sistema izuzetno velikih gabarita.

Ovakvi sistemi, naravno, imaju i mana, a to su pre svega problemi odnošenja sitnih i lakih čestica, prisutnost erozije uređaja i čestica, kao i velika ulaganja u preliminarna istraživanja (laboratorijska ispitivanja, „*pilot-plant*“ ispitivanja, uvećanje razmera procesa i dr.), pošto kod industrijskih sistema dolazi do znatnog odstupanja od teorijskih proračuna. Primena fluidizacije, svakako zavisi od analize svih navedenih aspekata za konkretan slučaj, (Yang, 2003), jer je generalan stav gotovo nemoguće unapred predvideti i doneti.

Fluidizacija se kao tehnološki postupak danas koristi u mnogim oblastima, kao što su:

- klasifikacija čestica po veličini
- kvašenje i pranje
- rast kristala
- adsorpcija i izmena jona
- razmenjivači toplote sa samočišćenjem
- reaktori i bioreaktori
- ispiranje granularnih filtera i dr.

1.5.1 Tipovi fluidizacije

U praksi razlikujemo dva osnovna tipa fluidizacije:

- partikularnu
- agregativnu.

Kod partikulativne fluidizacije, kada se brzina postepeno povećava iznad minimalne brzine, dolazi do ravnomerne ekspanzije sloja, tj. povećava se visina fluidizovanog sloja i to srazmerno povećanju brzine fluida. Pojedinačne čestice se sve intenzivnije kreću, ali su ravnomerno raspoređene po zapremini sloja.

Ako se fluidizacije izvodi gasom, dakle ako je velika razlika između gustine čestica i fluida, fluidizacije će biti agregativna. U tom slučaju, povećanjem brzine gasa iznad minimalne brzine fluidizacije veći deo gasnog toka struji kroz sloj u vidu mehura. Mehuri se formiraju pri dnu sloja, putuju naviše i delimično se usput spajaju prksajući na vrhu sloja. Mehuri za sobom povlače čestice i transportuju ih na vrh sloja, pa kažemo da je u pitanju agregativna fluidizacija. Okolne čestice nalaze se približno u stanju

minimalne fluidizacije. Sav gas koji je iznad količine potrebne za minimalnu fluidizaciju protiče kroz sloj u vidu mehura.

U zavisnosti od vrste čestica, granulometrijskog sastava, dimenzije čestica i od odnosa gustina čestica i fluida u slučaju agregativne fluidizacije moguć je niz podrežima.

1.5.2 Kriterijumi za određivanje tipa fluidizacije

Koji će tip fluidizacije biti zastupljen u nekom konkretnom slučaju zavisi od granulometrijskog sastava, dimenzije čestica i od gustina čestica i fluida. Ako se gustina čestica i fluida ne razlikuje mnogo i ako se radi o sitnim česticama, potrebna brzina za fluidizaciju će biti relativno mala i fluidizacija će, po pravilu, biti partikulativna. Najčešće partikulativna fluidizacija će biti zastupljena ako je fluid kojim se vrši fluidizacija tečnost.

Vrednost Froude-ovog broja u tački minimalne fluidizacije, pokazuje nam da li će fluidizacija u konkretnom slučaju biti partikulativna ili agregativna. Froude-ov kriterijum je odnos kinetičke i gravitacione energije, a za tačku minimalne fluidizacije glasi, (Yang, 2003):

$$(Fr)_{mf} = \frac{U_{mf}^2}{gd_p} \quad (1.39)$$

- $(Fr)_{mf} > 1$ fluidizacija je agregativna,
- $(Fr)_{mf} < 1$ fluidizacija je partikulativna .

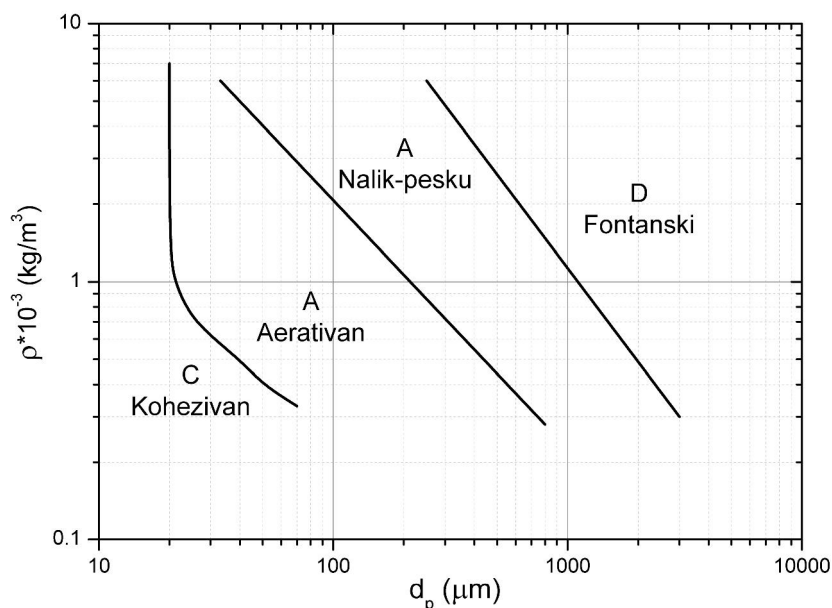
Često se primenjuje i jednačina Romera i Johansona, (Romero i Johanson, 1962):

$$RJ = Fr_{mf} \cdot Re_{mf} \frac{(\rho_p - \rho_f) L_{mf}}{\rho_f D_c} \quad (1.40)$$

gde je L_{mf} – visina sloja pri min brzini fluidizacije, D_c prečnik kolone u kojoj se fluidizacija odvija.

- $RJ < 100$ – Fluidizacija je partikulativna,
- $RJ > 100$ – Fluidizacija će biti agregativna.

Posmatrajući različite tipove fluidizacije, (Geldart, 1973) napravio je klasifikaciju materijala formirajući četiri grupe čestica (A, B, C, D) pri čemu svaka grupa može da se fluidizuje određenim tipom fluidizacije. Geldart svoju klasifikaciju bazira na razlici u gustinama čestica i fluida, kao i na veličini fluida, slika 1.9:



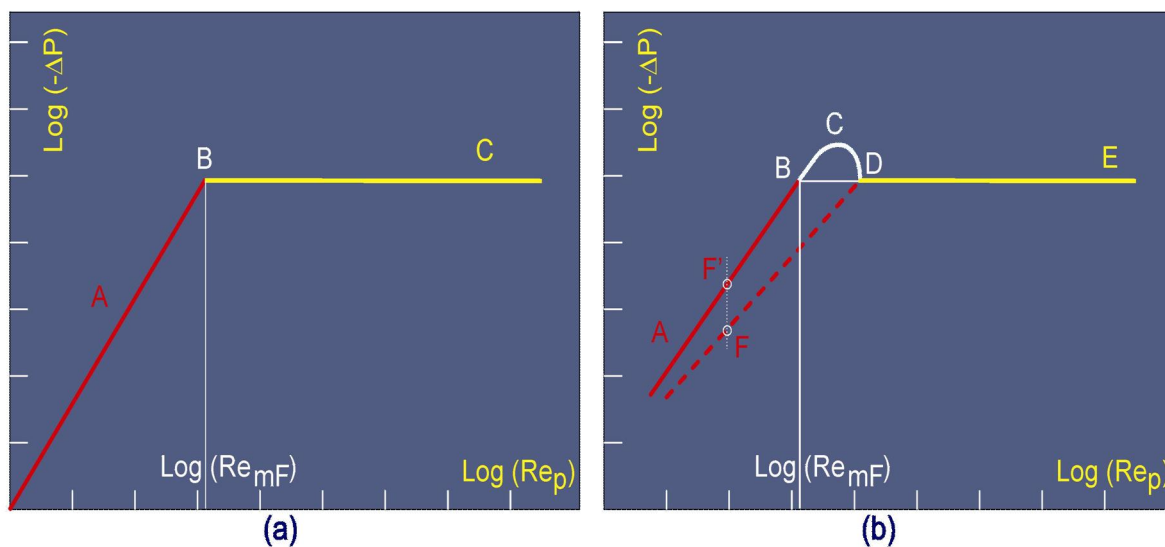
Slika 1.9 Geldartova klasifikacija materijala

1.5.3 Zavisnost pada pritiska od površinske brzine fluida

Ako imamo cilindričnu kolonu prečnika D_c u kojoj se nalazi sloj čestica koji leži na propustljivom nosaču, tada će pri malim brzinama fluida (malim vrednostima Reynoldsa) zavisnost $\Delta p = f(Re_\rho)$ u logaritamskom sistemu biti opisana pravom linijom AB, gde je U površinska brzina fluida, a $Re_\rho = d_p \rho f U / \mu$ je modifikovan Reynoldsov broj. Prava linija AB je u stvari Ergunova jednačina za strujanje kroz nepokretan sloj čestica, (Yang, 2003).

U tački B pad pritiska postaje jednak efektivnoj težini sloja po jedinici površine. Daljim povećanjem protoka fluida, pad pritiska ostaje konstantan. Tačku B nazivamo tačkom minimalne fluidizacije, a odgovarajuću brzinu fluida, minimalnom brzinom fluidizacije, U_{mf} . Međutim, ovo je kriva tzv. idealne fluidizacije gde pri brzini minimalne fluidizacije trenutno dolazi do transformacije sloja iz nepokretnog u fluidizovani, slika 1.10. U realnom slučaju, deo AB na grafiku je isti i odgovara strujanju kroz nepokretan sloj. U tački B pad pritiska postaje jednak efektivnoj težini sloja po jedinici površine i dolazi do blagog pomeranja čestica. Daljim povećavanjem

protoka fluida dolazi do postepenog međusobnog odvajanja čestica, pad pritiska dostiže maksimalnu vrednost u tački C, a zatim opada do tačke D kada su sve čestice pokrenute. Maksimum na krivoj $\Delta p=f(Re_\rho)$ je proporcionalan dopunskoj energiji potrebnoj za savlađivanje međučestičnih kohezionih sila i potpuno razdvajanje čestica. Daljim povećanjem brzine fluida, pad pritiska ostaje konstantan (prava DE).



Slika 1.10 Zavisnost pada pritiska od brzine fluidizacije

Ukoliko bi se proces odvijao u suprotnom i protok fluida se smanjivao, od tačke E do D ne bi došlo do promene. Međutim od tačke D pad pritiska se kreće linijom DA koju nazivamo linijom histerezisa. Drugim rečima, u ovom slučaju se energija ne troši na savlađivanje međučestičnih sila, pa je pad pritiska manji nego pri povećanju protoka fluida. Zaključak je da će pri istoj brzini fluida pad pritiska uvek biti niži ako je sloj rastresitiji.

1.5.4 Poroznost fluidizovanog sloja

Poroznost sloja tokom fluidizacije može da se odredi na isti način kao i za pakovan sloj poznavanjem tačne mase čestica u sloju i površine poprečnog preseka kolone u kojoj se odvija fluidizacija, praćenjem promene visine sloja sa površinskom brzinom fluida, (Yang, 2003).

$$\varepsilon = 1 - \frac{M}{\rho_p \cdot A_c \cdot H} \quad (1.41)$$

Ako je poznata poroznost nasutog sloja ε_0 i visina ovog sloja pre fluidizacije H_0 , poroznost fluidizovanog sloja ε može se izračunati iz relacije:

$$(1 - \varepsilon_0)H_0 = (1 - \varepsilon)H \quad (1.42)$$

Merenjem visine fluidizovanog sloja i rešavanjem po ε :

$$\varepsilon = 1 - (1 - \varepsilon_0) \frac{H_0}{H} \quad (1.43)$$

Kako je masa čestica konstantna, uz uslov da je i poprečni presek suda A_c konstantan, sledi da je i proizvod $(1 - \varepsilon) \cdot H$ takođe uvek konstantan.

Ako je poznata vrednost pad pritiska Δp u sloju poroznost može da se izračuna iz izraza:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta p}{H} &= (\rho_p - \rho_f) g (1 - \varepsilon) \\ \varepsilon &= 1 - \frac{\Delta p}{H} \frac{1}{(\rho_p - \rho_f) g} \end{aligned} \quad (1.44)$$

1.5.5 Minimalna brzina fluidizacije

U stanju fluidizacije sve čestice su suspendovane i lebde u fluidu zahvaljujući energiji koju saopštava fluid česticama, pa se po analogiji sa uslovom ravnoteže za jednu česticu može reći da je:

$$\sum F_g = \sum F_b + \sum F_d \quad (1.45)$$

gde je:

$$\sum F_g = g \cdot (A_c \cdot H) \cdot (1 - \varepsilon) \cdot \rho_p - \text{ukupna težina sloja}$$

$$\sum F_d = \Delta P \cdot A_c \quad - \text{ukupna sila trenja između fluida i čestica}$$

$$\sum F_b = g \cdot (A_c \cdot H) \cdot (1 - \varepsilon) \cdot \rho_f - \text{ukupna sila potiska izazvana suspendovanim čest.}$$

Kombinovanjem ovih jednačina dobija se:

$$-\frac{\Delta P}{H} = (\rho_p - \rho_f) \cdot g \cdot (1 - \varepsilon) \quad (1.46)$$

Ovo je osnovna jednačina fluidizacije koja pokazuje da je gradijent pritiska srazmeran koncentraciji čestica. Imajući u vidu da za tačku B važi ovaj bilans sila, a imajući u vidu da je to ujedno i poslednja tačka za koju važi *Ergun*-ova jednačina (*Ergun*, 1952), kombinovanjem ovih jednačina možemo dobiti zavisnost pomoću koje možemo izračunati vrednost minimalne brzine fluidizacije:

$$(\rho_p - \rho_f) \cdot g \cdot (1 - \varepsilon_{mF}) = 150 \cdot \frac{(1 - \varepsilon_{mF})^2}{\varepsilon_{mF}^3} \cdot \frac{\mu}{d_p} \cdot U_{mF} + 1.75 \cdot \frac{1 - \varepsilon_{mF}}{\varepsilon_{mF}^3} \cdot \frac{\rho_f}{d_p} \cdot U_{mF}^2 \quad (1.47)$$

ili

$$\frac{d_p^3 (\rho_p - \rho_f) \cdot g}{\mu^2} = 150 \cdot \frac{(1 - \varepsilon_{mF})^2}{\varepsilon_{mF}^3} \cdot \text{Re}_{mF} + 1.75 \cdot \frac{1}{\varepsilon_{mF}^3} \cdot \text{Re}_{mF}^2 \quad (1.48)$$

pi čemu je $\text{Re}_{mF} = d_p \rho_f U_{mF} / \mu$, odakle se može eksplicitno izraziti U_{mF} . Minimalnu brzinu fluidizacije možemo dobiti i rešavanjem jednačine (1.47) po U_{mF} , poznajući karakteristike fluida i karakteristike sloja. U ovoj jednačini d_p predstavlja prečnik sfere, a ukoliko je sistem sačinjen od nesferičnih čestica koristi se d_{sv} kao referentni prečnik koji definiše veličinu čestica, (*Geldart*, 1990):

➤ $\text{Re}_{mF} < 20$

$$U_{mF} = \frac{d_p^2 (\rho_p - \rho_f) g}{150 \mu} \frac{\varepsilon_{mf}^3}{1 - \varepsilon_{mf}} \quad (1.49)$$

➤ $\text{Re}_{mF} > 1000$

$$U_{mF} = \sqrt{\frac{d_p (\rho_p - \rho_f) g}{1.75 \mu} \varepsilon_{mf}^3} \quad (1.50)$$

Ukoliko nisu poznate karakteristike fluida izračunavanje minimalne brzine može se vršiti eksperimentalno. Proračun se vrši grafičkom metodom, tako što se meri pad pritiska u sloju za različite vrednosti brzine strujanja fluida U kroz sloj, pri čemu je moguće formiranje grafika i očitavanje vrednosti U_{mF} za konkretan slučaj. Ova metoda zahteva više vremena, ali je preciznija.

U literaturi mogu da se nađu mnoge jednačine za izračunavanje minimalne brzine fluidizacije, neke od nje su:

Jednačina (*Richardson*-a i sar., 1979):

$$\text{Re}_{mf} = (25.7^2 + 0.0365 Ar)^{1/2} - 25.7 \quad (1.51)$$

Model (*Saxen i Vogel-a, 1977*):

$$\text{Re}_{mf} = (31.6^2 + 0.0925 Ar)^{1/2} - 31.6 \quad (1.52)$$

Jednačina (*Thong-a, 1981*):

$$\text{Re}_{mf} = (25.28^2 + 0.0571 Ar)^{1/2} - 25.28 \quad (1.53)$$

Kao poslednja faza fluidizacije javlja pneumatski transport čestica. U ovoj fazi dolazi do pojave kada čestice bivaju odnošene radnim fluidom. Ovo se javlja kada je brzina slobodnog pada čestica manja od srednje brzine fluida a srednja brzina fluida pri kojoj dolazi do odnošenja prve čestice iz sistema se naziva brzina odnošenja čestica. Ukoliko želimo da odredimo ovu brzinu moramo prvo odrediti brzinu slobodnog pada čestice, tj. brzinu taloženja čestice. Kada se odredi brzina taloženja, koja se određuje postavljanjem bilansa sila koje deluju na česticu, imamo mogućnost da odredimo opseg naših radnih brzina. Fenomen fluidizacije prestaje kada brzina fluida dostigne brzinu taloženja (odnošenja) čestica. Stoga se zaključuje da se opseg radnih brzina kreće od minimalne brzine fluidizacije do brzine taloženja ($U_{mF} - U_t$).

1.5.6 Brzina odnošenja, U_t

Teorijski, maksimalna brzina fluida u koloni za fluidizaciju je jednaka brini taloženja jedne usamljene čestice U_t , koja se u ovom slučaju naziva brzinom odnošenja. Ovo važi ako se zanemari uticaj slobodne turbulencije na koeficijent otpora jedne čestice. Opseg mogućih radnih brzina fluida se kreće, prema tome, od minimalne brzine fluidizacije do brzine odnošenja, $U_{mf} - U_t$. Ako je u pitanju polidisperzna smeša čestica i sistem je tečnost – čestice, minimalna brzina fluidizacije čestica se računa za srednji prečnik u smeši, a brzina odnošenja za najmanji prečnik čestica u sloju. Za sistem gas-čestice gornja granica mogućih radnih brzina fluida može biti znatno iznad brzine odnošenja zbog agregativnog ponašanja ovih sistema. tj. zbog okolnosti da najveći deo gasa struji kroz sloj u vidu mehura, (*Barnea, 1973*).

Brzina taloženja sferičnih čestica može se izračunati na osnovu sledeće jednačine;

$$U_t = \sqrt{\frac{4 d_p (\rho_p - \rho_f) g}{3 \rho_f C_D}} \quad (1.54)$$

gde je d_p prečnik čestice a C_D predstavlja koeficijent trenja za čije izračunavanje postoje veliki broj jednačina koje mogu da se nađu u literaturi, (*Khan i Richardson-a, 1989; Flemmer i Banks, 1986; Clift i Gauvin, 1970; Turton i Levenspiel, 1986; Morsi i Alexander, 1972, Agarwal 2007*).

➤ Za laminarnu oblast $Re_t < 0.4$

$$C_D = \frac{24}{Re_t} \quad (1.55)$$

$$Re_t = \frac{d_s U_t}{\nu_f}$$

kada se jednačina (1.55) uvrsti u jednačinu (1.54) dobija se izraz za brzinu taloženja:

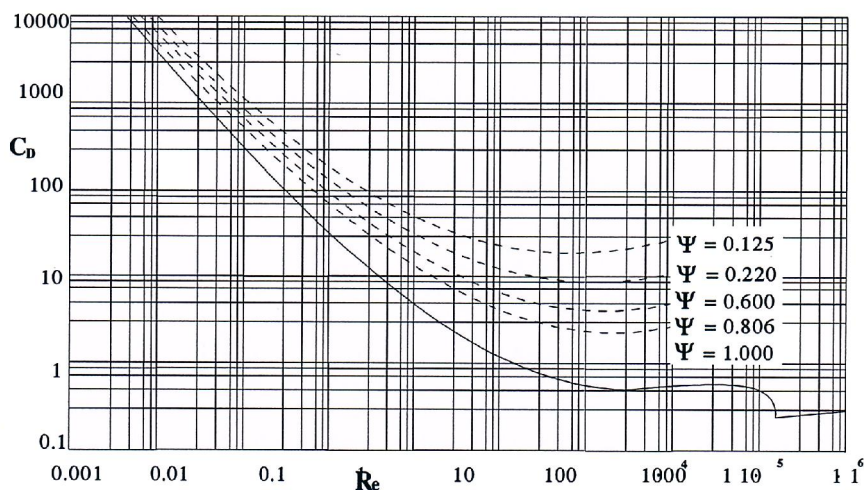
$$U_t = \frac{d_s^2 (\rho_p - \rho_f) g}{18\mu} \quad (1.56)$$

➤ Prelazni režim $0.4 < Re_t < 500$

$$C_D = \frac{10}{\sqrt{Re_t}} \quad (1.57)$$

$$U_t = \sqrt{\frac{4 (\rho_p - \rho_f)^2 g^2}{225 \mu \rho_f}}$$

Očigledno, da se prvo mora pretpostaviti režim strujanja, a zatim izborom odgovarajuće jednačine izračunati U_t pa nakon toga izračunati Re_t i proveriti početnu pretpostavku. U praksi se najčešće sreću čestice nesferičnog oblika.



Slika 1.11 Zavisnost koeficijenta trenja (C_D faktora) od modifikovanog broja i sferičnosti.

Proračun za takve čestice bazira se na dijagramu zavisnosti $C_D - Re$ slika 1.11 i sledećih jednačina:

$$\log C_D = \log \frac{4 d_p (\rho_p - \rho_f) g}{3 \rho_f} - 2 \log U_t \quad (1.58)$$

$$2 \log Re_t = \log \frac{d_p^2 \rho_f^2}{\mu^2} + 2 \log U_t \quad (1.59)$$

Sabiranjem prethodne dve jednačine dobija se izraz:

$$\log C_D = -2 \log Re_t + \log \frac{4 d_p^3 \rho_f (\rho_p - \rho_f) g}{3 \mu^2} \quad (1.60)$$

Izraz 1.60 predstavlja pravu liniju sa nagibom (-2) na dijagramu sa slike 1.11. Pošto je poznat nagib krive, neophodno je poznavati još jednu tačku kako bi ona bila potpuno definisana; ukoliko se usvoji da je $Re_t=1$ sledi da je $\log Re_t=0$, pa je vrednost faktora oblika u toj tački:

$$C_D = \frac{4 d_p^3 \rho_f (\rho_p - \rho_f) g}{3 \mu^2} \quad (1.61)$$

Konačno tražena prava je definisana nagibom (-2) i tačkom:

$$\left[Re_t = 1; C_D = \frac{4 d_p^3 \rho_f (\rho_p - \rho_f) g}{3 \mu^2} \right] \quad (1.62)$$

Poznavajući vrednost za sferičnost čestice, presekom prave koja je definisana i linije $\psi = \text{const.}$ na dijagramu može se očitati vrednost za Re_t a zatim odrediti brzinu taloženja.

U literaturi se mogu sresti i mnogi analitički izrazi kao i korelacione formule za određivanje koeficijenta trenja sferičnih čestica, neki od njih su:

Jednačina (*Khan i Richardson-a, 1989*), za $Re < 3 \cdot 10^5$;

$$C_D = (2.25 Re^{-0.31} + 0.36 Re^{0.06})^{3.45} \quad (1.63)$$

Flemmer i Banks, (Flemmer i Banks, 1986) predložili su jednačinu za određivanje C_D faktora za oblast $Re < 8.6 \cdot 10^4$:

$$C_D = \frac{24}{\text{Re}} 10^E \quad (1.64)$$

$$E = 0.261 \text{Re}^{0.369} - 0.105 \text{Re}^{0.431} - \frac{0.124}{1 + (\log_{10} \text{Re})^2}$$

(Clift i Gauvin, 1970) za $\text{Re} < 2.6 \cdot 10^5$,

$$C_D = \frac{24}{\text{Re}} (1 + 0.173 \text{Re}^{0.657}) + \frac{0.413}{1 + 16300 \text{Re}^{-1.09}} \quad (1.65)$$

(Turton i Levenspiel, 1986), su koristeći jednačinu (1.65) (Clift i Gauvin, 1970) predložili svoju korelacionu jednačinu za C_D faktor:

$$C_D = \frac{24}{\text{Re}} (1 + 0.1806 \text{Re}^{0.6459}) + \frac{0.4251}{1 + \frac{6880.95}{\text{Re}}} \quad (1.66)$$

(Morsi i Alexander, 1972):

$$C_D = A_1 + \frac{A_2}{\text{Re}_p} + \frac{A_3}{\text{Re}_p^2} + \frac{A_4}{\text{Re}_p^{0.1}} + \frac{A_5}{\text{Re}_p^{0.2}}$$

$$A_1 = 2.68897, \quad A_2 = 21.68267 \quad A_3 = 0.13112 \quad (1.67)$$

$$A_4 = -10.61626 \quad A_5 = 12.21582$$

$$\text{Re}_p = f(\text{Ar})$$

$$\log \text{Re}_p = 2.086 + 1.772 * \log(\text{Ar})^{0.613} \quad (1.68)$$

$$\text{Ar} = \frac{(\rho_s - \rho_f)g \cdot d_s^3}{\rho_f \nu^2} \quad - \text{Arhimedov broj}$$

Kada su u pitanju nesferične čestice određivanje brzine taloženja je mnogo složenije. Pre svega, potrebno je poznavati sferičnost i reprezentativni prečnik čestice. Kada su u pitanju realni sistemi onda obično materijal koji se fluidizuje nije monodisperzan već ga karakteriše veći ili manji stepen neuniformne raspodele veličine čestica. Geldart, (Geldart, 1990) je predložio da se za definisanje velične čestica koristi površinsko zapreminski prečnik d_{sv} čestica kao reprezentativni prečnik.

S obzirom na to da je brzina taloženja nesferične čestice manja nego brzina taloženja sfere iste zapremine može se napisati da je,

$$(U_t)_{\psi < 1} = K(U_t)_{\psi = 1} \quad (1.69)$$

U gornjoj jednačini $(U_t)_{\text{sfera}}$ bi trebalo da se izračuna koristeći d_v čestice.

$$U_t = \sqrt{\frac{4gd_v(\rho_p - \rho_f)}{3\rho_f C_d}} \quad (1.70)$$

Geldart , (Geldart, 1990) predložio je sledeće jednačine za računanje korekcionog faktora K .

Za $Re_t < 0.2$, $K=K_{ST}$, gde je:

$$K_{ST} = 0.843 \cdot \log \left[\frac{\psi}{0.065} \right] \quad (1.71)$$

Za $Re_t > 1000$, $K=(0.43/K_N)^{1/2}$, gde je,

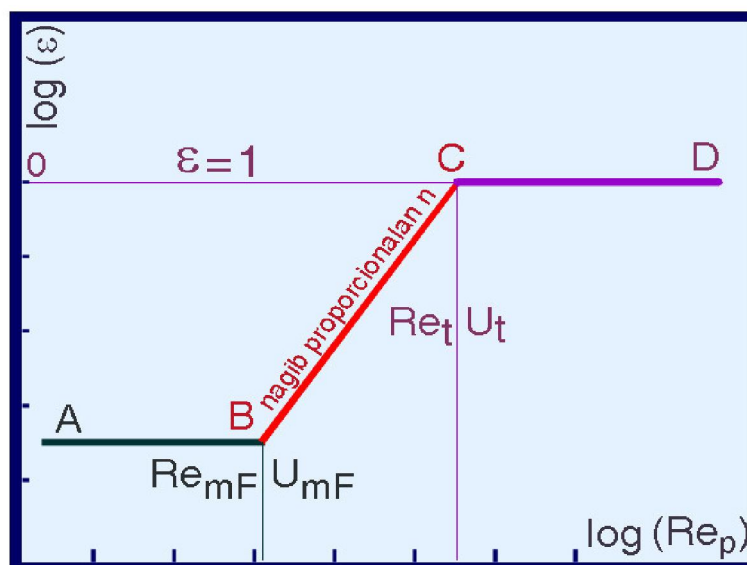
$$K_N = 5.31 - 4.88 \cdot \psi \quad (1.72)$$

Za $0.2 < Re_t < 1000$,

$$K = \left[K_{ST} - \left(\frac{0.43}{K_N} \right)^{1/2} \right] \frac{1000 - Re_t}{1000 - 0.2} + \left(\frac{0.43}{K_N} \right)^{1/2} \quad (1.73)$$

1.5.7 Ekspanzija partikulativno fluidizovanog sloja

Ako se postepeno povećava brzina fluida između minimalne brzine fluidizacije i brzine odnošenja može se pratiti promena poroznosti sloja.



Slika 1.12 Promena poroznosti sa površinskom brzinom

Horizontalna pravolinijska zavisnost data linijom AB odgovara proticanju kroz nepokretan sloj čestica. U ovoj oblasti poroznost se ne menja sa povećanjem brzine fluida od početne vrednosti do ε_{mf} . U tački B brzina je dostigla minimalnu brzinu fluidizacije. Počev od ove vrednosti poroznost raste a $\log(\varepsilon)$ se linearno menja sa $\log(Re_p)$, deo BC . U tački C brzina je dostigla brzinu odnošenja pri kojoj je zapreminski udeo međučestičnog prostora jednak 1. Drugim rečima, u sloju nema više čestica, jer su sve odnete strujom fluida iz kolone. Zavisnost poroznosti sloja od površinske brzine tečnosti može se videti na slici 1.12.

Ekspanzija sloja se odvija po zakonitosti:

$$U = U_t \cdot \varepsilon^n \quad (1.74)$$

Ova relacija predstavlja jednačinu *Richardson-Zaki*-ja, (*Richardson i Zaki*, 1954). Eksponent n zavisi od fizičkih osobina fluida i čestica sa jedne strane i odnosa prečnika čestica prema prečniku kolone sa druge.

Prema relaciji *Richardson-Zaki*-ja, (*Richardson i Zaki*, 1954), empirijske korelacije za koeficijent ekspanzije n sloja su:

$$\begin{aligned} Re_t < 0,2 & \quad n = 4,65 + 20(d_p / D_c) \\ 0,2 < Re_t < 1 & \quad n = (4,4 \cdot 18(d_p / D_c)) Re_t^{-0,03} \\ 1 < Re_t < 200 & \quad n = (4,4 \cdot 18(d_p / D_c)) Re_t^{-0,1} \\ 200 < Re_t < 500 & \quad n = 4,4 Re_t^{-0,1} \\ Re_t > 500 & \quad n = 2,4 \end{aligned} \quad (1.75)$$

Ukoliko se radi o kolonama relativno malog prečnika, tada je *Richardson-Zaki*-jeva jednačina:

$$U = U_t \cdot \varepsilon^n \quad (1.76)$$

gde je U_t brzina slobodnog taloženja, korigovana zbog uticaja zidova kolone:

$$U_t = U_t \cdot 10^{-(dp/Dc)} \quad (1.77)$$

Jednačina *Richardson-Zaki*-ja važi i za stešnjeno taloženje, tj. taloženje suspenzije čestica. Ako sloj čestica dovedemo u fluidizovano stanje okarakterisano brzinom U i poroznošću ε , a potom naglo prekinemo tok fluida, doći će do taloženja suspenzije čestica. Na dnu kolone formiraće se pakovani sloj čestica čija će se visina

povećavati sve dok se sve čestice ne istalože. Za to vreme suspenzija čestica se taloži. Gornja površina suspendovanog sloja kreće se naniže brzinom U , koja odgovara brzini kretanja jedne čestice u suspenziji. Drugim rečima brzina U je brzina stešnjenog taloženja. Karakteristično je da je poroznost u delu suspenzije koja se taloži konstantna i jednaka početnoj poroznosti fluidizovanog sloja, kada je sloj bio fluidizovan brzinom U .

Za fluidizaciju i za stešnjenost taloženja važi ista zakonitost *Richardson-Zaki*-ja, (*Richardson i Zaki*, 1954) :

$$U = U_i \cdot \varepsilon^n \quad (1.78)$$

Često je poželjno a i neophodno poznavati zakonitosti promene visine sloja tokom fluidizacije tako da je korisno definisati veličinu ekspanzije sloja E , koja predstavlja procentualnu zavisnost promene visine sloja tokom fluidizacije od površinske brzine fluida:

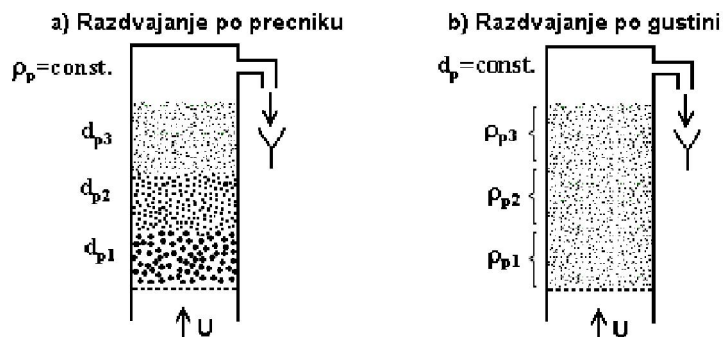
$$E = 100 \frac{H - H_0}{H} \quad (1.79)$$

1.5.8 Mešanje i segregacija fluidizovane smeše čestica

Kod fluidizovanih smeša čestica koje se međusobno veoma razlikuju po veličini, gustini i obliku, usled različite brzine taloženja pojedinačnih čestica, često dolazi do delimične ili potpune segregacije (razdvajanja) po visini sloja. Nekada se formiraju i delimično segregirane (prelazne) zone koje fizički razdvajaju dve potpuno segregirane zone. Posledica toga je i različita poroznost sloja (ε) od jednog kraja kolone ka drugom, što dovodi do različitih intersticijalnih brzina (U/ε), tj. brzine strujanja fluida kroz pore fluidizovanog sloja oko čestica prethodno nasutog ili pakovanog sloja. Drugim rečima, javljaju se različite relativne brzine između čestica i fluida, koje su funkcije lokalne poroznosti u sloju. To opet dovodi do pokretanja i mešanja čestica, pri čemu će sitnije čestice ići na gore a krupnije na dole, slika 13, (*Epstein*, 2003) . Segregacija je veoma izražena kod čestica sa velikom razlikom u veličini ili u slučaju ako se čestice drastično razlikuju po gustini, gde je jasno vidljiva granica između dva sloja, koji se praktično i ne mešaju.

Kod čestica sa malom razlikom u veličini segregacije nema i slojevi se mešaju u znatnoj meri, tako da se kod trokomponentnih sistema srednji sloj „gubi”, jer se deo čestica srednjeg sloja meša sa sitnijim a ostatak sa krupnijim česticama. Mešanje

slojeva je sve manje što se brzina fluidizacionog sredstva povećava tako da u oblastima visoke ekspanzije mešanje prestaje. Kod smeša sa velikom razlikom u veličini čestica, bez obzira na koji način se formira sloj, fluidizaciono ponašanje je isto, tj. uvek se formira približno isti pakovani sloj.



Slika 13. Segregacija čestica po veličini i gustini

Ako su čestice istih dimenzija, a razlikuju se po gustini tada će doći do razdvajanja po gustinama. Najgušće će biti skoncentrisane pri dnu, a najlakše pri vrhu. Ova osobina fluidizovanog sloja tečnost/čestice se može iskoristiti za klasifikaciju materijala.

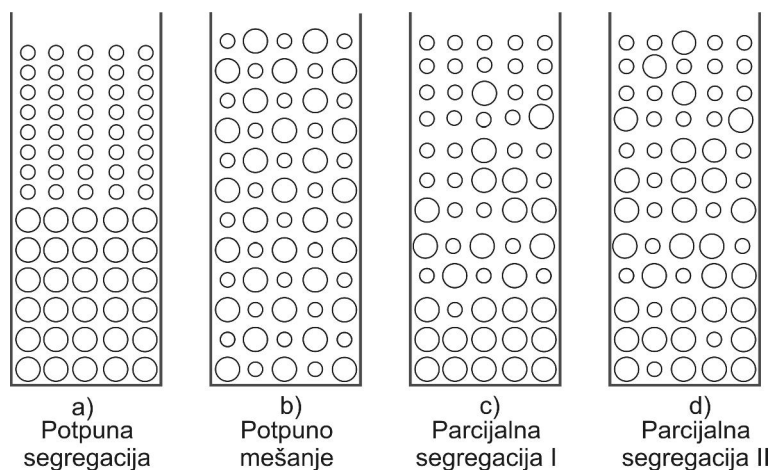
1.5.8 Raspodela čestica u binarnom fluidizovanom sloju čvrsto-tečno

Čestice koje se nalaze u fluidizovanom stanju, sklone su segregaciji po visini sloja, u zavisnosti od fizičkih karakteristika (veličina, gustina, oblik i sl.). Kada se radi o monodisperznim sistemima, osnovni mehanizam kretanja čestica u sloju je disperzno kretanje (Carlos i Richardson, 1968). U slučaju da se čestice razlikuju po veličini konvekcija čestica postaje dominantan mehanizam u zoni mešanja. Čestice imaju tendenciju kretanja usled razlike u brzini proticanja fluida kroz sloj i relativne brzine između čestica u dvo-komponentnoj oblasti fluidizovanog sloja. Budući da je relativna brzina čestica funkcija poroznosti, onda će najdirektnije zavisnosti od vrednosti lokalne poroznosti u sloju biti:

$$U_{pi} = \frac{U_0}{\varepsilon} - U_{ri} = \frac{U_0}{\varepsilon} - U_{ti} f(\varepsilon) \quad (1.80)$$

gde su, U_{pi} , U_{ri} , U_{ti} , relativna brzina čestica u odnosu na zid, relativna brzina u odnosu na fluid i granična brzina čestice „i“, respektivno. U_0 je brzina fluida, ε je lokalna poroznost, dok je $f(\varepsilon)$ specifična funkcija poroznosti. Za krupnije čestice U_{pi} će biti

negativno u zoni mešanja, ali će čestice će uvek pokazivati tendenciju ka kretanje naviše (u zonu mešanja), pri čemu će imati brzinu nula u monodisperznom sistemu. Potrebno je naglasiti da za razliku od konvektivnog kretanja čestica u sloju, koje ima za cilj segregaciju čestica, disperzno kretanje dovodi do homogenizacije i uniformne raspodele čestica u sloju.



Slika 1.14 Oblici mešanja i segregacije u fluidizovanom sloju dvokomponentnih čestica istih gustina. (Gibilaro, 1985).

Teorijske interpretaciju za koncentracione profile čvrste faze u sloju kao i poroznost sloja za bi-disperzne sisteme proučavali su niz autora, od kojih je najčešće primenjivan pristup *Kennedy i Bretton*, (*Kennedy i Bretton*, 1966), koji su posmatrali pojavu mešanja i segregacije čestica u fluidizovanom sloju kao difuzioni proces:

$$D_i \frac{dc_i}{dz} = c_i \left(\frac{U - U_i}{\varepsilon} \right) = c_i U_{pi} \quad (1.81)$$

$$U_{pi} = \frac{U}{\varepsilon} - \frac{U_i}{\varepsilon}$$

D_i – aksijalni koeficijent disperzije čestica,

U/ε – brzina tečnosti „kroz pore“ (intersticijalna brzina),

U_{pi} – konvektivna brzina čestica (slip brzina), razlika između intersticijalne i lokalne brzine.

Na osnovu modela *Kennedy i Bretton*-a, (*Kennedy i Bretton*, 1966), *Gibilaro*, (*Gibilaro*, 1985) je pokazao četiri različita oblika mešanja čestica, slika 1.14 u binarnom sistemu tokom fluidizacije: a- potpuna segregacija, b- potpuno mešanje, c- parcijalna segregacija I, d- parcijalna segregacija II.

Mnogo radova je posvećeno ispitivanju segregacije čestica po veličini i gustini. Različiti modeli i eksperimentalne tehnike za ispitivanje segregacije čestica je predloženi su u literaturi (*Epstein, 2003; Di Felice, 1995; Chavan i Joshi, 2008*).

Prema *Hofman-u*, (*Hofman, 1960*), u fluidiziranim binarnim sistemima čestica iste gustine, segregacija se javlja kada je odnos prečnika d_R , (prečnik većih čestica prema prečniku malih čestica) u sloju veći od 1.56. *Al-Dibouni i Garside*, (*Al-Dibouni i Garside, 1979*), ispitivali su mešanje čestica u sloju kojeg čine sferične staklene čestice različite raspodele veličine u specijalno napravljenoj koloni sa klizačima (sekačima sloja). Na taj način, moguće je meriti sastav i poroznost različitih delova sloja po visini razvojenih sekačima. Njihov glavni zaključak je bio da se dobra izmešanost čestica javlja pri odnosu prečnika čestica do $d_R \approx 2$, maksimalni intenzitet mešanja javlja se pri poroznosti sloja od $\varepsilon \approx 0.7$. Pri odnosima čestica d_R većim od 2.2, klasifikacija čestica po visini je dominantna. Maksimalni intenzitet mešanja pri poroznosti sloja od $\varepsilon \approx 0.7$ u saglasnosti su sa opažanjima *Couderc-a*, (*Couderc, 1985*) koji je pokazao da aksijalno mešanje sloja dostiže svoj maksimum pri istoj poroznosti sloja $\varepsilon \approx 0.7$. *Aghajani*, (*Aghajani 2005*) pokazao je da koeficijent prenosa toplote i frekvencija međučestičnih sudara takođe pri istoj vrednosti poroznosti od $\varepsilon \approx 0.7$ dostižu svoju maksimalnu vrednost. *Zenit*, (*Zenit, 1997*) ispitujući pritisak čestica pri međusobnom sudaru i *Kechroud*, (*Kechroud, 2010*) ispitujući aksijalne fluktuacije tečnosti pokazali su da ove veličine dostižu maksimalne vrednosti pri poroznosti sloja $\varepsilon \approx 0.7$.

Proširivanjem rada *Epstein-a i Pruden-a* (*Epstein i sar., 1999*), *Epstein*, (*Epstein, 2005*) je predložio da stepen segregacije čestica zavisi od razlike u specifičnoj „bulk“ gustini dve vrste čestica, kada bi svaka od vrste čestica fluidizirala odvojeno pri istoj vrednosti površinske brzine. Za binarni sistem sferičnih čestica istih gustina prečnika d_V (veće) i d_M (manje), razlika u specifičnoj gustini čestica je:

$$\rho_{bV} - \rho_{bM} = [\varepsilon_V \rho_f + (1 - \varepsilon_V) \rho_p] - [\varepsilon_M \rho_f + (1 - \varepsilon_M) \rho_p] = (\rho_p - \rho_f)(\varepsilon_M - \varepsilon_V) \quad (1.82)$$

Uvođenjem smanjenje razlike specifične gustine, dominantni mehanizam za segregaciju postaje:

$$\gamma = \frac{\rho_{bV} - \rho_{bM}}{\rho_p - \rho_f} = \varepsilon_M - \varepsilon_V \quad (1.83)$$

Epstein, (*Epstein*, 2005) je za predviđanje ponašanje sloja tokom fluidizacije, slika 1.14, predložio sledeće kriterijume:

- $\gamma < 0.015 \pm 0.005$ – odgovara potpunom izmešanosti čestica u sloju, slika 1.14b;
- $0.015 \pm 0.005 < \gamma < 0.045 \pm 0.015$ - odgovara kontinuiranom raslojavanju čestica od dna do vrha bez interfejsa (granične površine), slika 1.14d;
- $0.045 \pm 0.015 < \gamma < 0.10 \pm 0.005$ – odgovara segregaciji čestica na vrhu i dnu sa prelaznom zonom u sredini ili nejasnom graničnom površinom između vrha i dna, slika 1.14c;
- $\gamma > 0.10 \pm 0.005$ koji odgovara potpunoj segregaciji čestica po veličini sa jasnom granicom između njih

Poslednji kriterijum ($\gamma > 0.1$) se slaže sa ispitivanjima (*Di Felice*, 1995) da se potpuna segregacija čestica javlja kada je odnos prečnika d_R veći od 2.

(*Chavan* i *Joshi*, 2008) su takođe zaključili da smanjena specifična gustina pokazuje na stepen segregacije i mešanja čestica. Stepem segregacije čestica je funkcija odnosa prečnika čestica i prečnika drugih čestica prisutnih u sloju. U binarnim sistemima čestica tokom fluidizacije, segregacija dominira kada je odnos čestica u sloju veći od 1.55. Parcijalna (delimična) segregacija se javlja kada je taj odnos između 1.4 i 1.55, dok se potpuno mešanje čestica u ovakvom binarnom sistemu javlja kada je odnos čestica manji od 1.4. Pored toga, u višefaznim sistemima, čestice različitih veličina će biti pozicionirana u sloju u zavisnosti od odnosa veličina prečnika u odnosu na druge čestice.

1.6 Primena varijacionogi modela za predviđanje ekspanzije smeše

Grbavčić, (*Grbavčić i sar.*, 1991) predložili su opšti model za izračunavanje međufaznog koeficijenta trenja fluid-česice $\beta(\epsilon)$ u partikulativnom fluidizovanom sloju kao i u sloju čestica koje se talože preko celog opsega poroznosti, od minimalne brzine fluidizacije do brzine odnošenja čestica. Jednačina za $\beta(\epsilon)$ koji su predložili autori u potpunosti predviđa vrednosti i ne sadrži parameter za usklađivanje niti konstante. Do modela se dolazi primenom osnovnih zavisnosti između jednačine kontinuiteta, pada pritiska i koeficijenta trenja, pojednostavljenjem jedno-dimenzionog modela jednačine kontinuiteta i jednačina količine kretanja za svaku fazu posebno, koja se najviše koristi za vertikalni transport fluid-čestice.

Individualni bilansi količine kretanja za fluidizovani sistem fluid i čestice date su jednačinama, (Nakamura, 1973):

$$\rho_t \frac{d}{dz}(\varepsilon u^2) = -\varepsilon \frac{dP}{dz} - \beta(\varepsilon)(u-v)^2 \quad (1.84)$$

$$\rho_p \frac{d}{dz}[(1-\varepsilon)v^2] = -(1-\varepsilon) \frac{dP}{dz} - (1-\varepsilon)(\rho_p - \rho_f)g + \beta(\varepsilon)(u-v)^2 \quad (1.85)$$

gde je $\beta(\varepsilon)(u-v)^2$ je sila interakcija po jedinici zapremine sloja.

Suštinska veza između izraza za sile interakcija fluid-čestice i osnove za pretpostavku da se izraz koeficijenta trenja može izraziti kao proizvod dva faktora, od kojih jedan zavisi od srednje proznosti sloja ε , a drugi od relativne brzine $u-v$ i koje je razmotrio Jackson, (Jackson, 1971). Za dovoljno male relativne brzine fluida, Jackson je pokazao, da je koeficijent trenja linearan pri relativnoj brzini, ali da je za veće relativne brzine opšti oblik je $(u-v)h|u-v|$ gde je h u funkciji od $|u-v|$.

Ako se jednačine (1.84) i (1.85) uvrstile u jednačinu kontinuiteta (jed. (1.86))

$$\rho_t \frac{d}{dz}(\varepsilon u^2) + \rho_p \frac{d}{dz}[(1-\varepsilon)v^2] = -\frac{dp}{dz} - [(1-\varepsilon)(\rho_p - \rho_f) + \rho_f]g \quad (1.86)$$

dobija se:

$$\beta = \frac{\varepsilon^3(1-\varepsilon)(\rho_p - \rho_f)g}{U^2} \quad (1.87)$$

gde je $U = \varepsilon \cdot u$, površinska brzina fluida. Kada se brzina U monotono povećava ekspanzija sloja čestica se takođe monotono povećava pri čemu pad pritiska u sloju ostaje konstantan. Poroznost ε je isključivo funkcija brzine U tokom ekspanzije, pa sledi da je;

$$\beta(\varepsilon) = \frac{\varepsilon^3(1-\varepsilon)(\rho_p - \rho_f)g}{[U(\varepsilon)]^2} \quad (1.88)$$

Pri taloženju sloja čestica, $|u-v_s| = v_s / \varepsilon$, zanemarujući faktor inercije u jednačini (1.84), za taloženje dobija se:

$$\beta(\varepsilon) = \frac{\varepsilon^3(1-\varepsilon)(\rho_p - \rho_f)g}{[v_s(\varepsilon)]^2} \quad (1.89)$$

Jednačine (1.88) i (1.89) prikazuju dobro poznatu analogiju između partikulativne fluidizacije i taloženja sloja čestica.

Glavni problem primene jednodimenzionih jednačina kontinuiteta i jednačina količine kretanja za bilo koji sistem fluid-čestice, je da jednačine imaju četiri zavisne promenljive (u , v , P , ε) i $\beta(\varepsilon)$. U fluidizovanom sloju čestica pri nekoj konačnoj vrednosti površinske brzine U , kao i za sloj čestica koje se talože, opšte jednačine se smanjuju na tri nezavisne sa četiri promenljive (u , $-dP/dz$, ε i β).

Primenom varijacionog računa, može da se predloži bezdimenziona jednačinu za zavisnost koeficijent trenja od poroznosti sloja rešavanjem graničnog izoperimetrijskog problema koji zadovoljava funkcionalno ponašanje $\beta(\varepsilon)$ između minimalne brzine fluidizacije i brzine odnošenja, (Weinstock, 1974).

Korišćenjem eksperimentalnih podataka ili korišćenjem korelacionih jednačina za minimalnu brzinu fluidizacije U_{mF} i za poroznost pri minimalnoj brzini fluidizacije ε_{mF} , $\beta(\varepsilon_{mF})$ može da se izračuna postavljanjem graničnih uslova za $\beta(\varepsilon)$ na U_{mF} i brzine odnošenja čestica U_t . Poznato je i da su $\beta(\varepsilon)$ i $\beta(\varepsilon)/d\varepsilon$ monotono opadajuće funkcije poroznosti ε sloja, i takođe da je $\beta(\varepsilon)/d\varepsilon$ mnogo veća pri $\varepsilon_{mF}(U_{mF})$ nego pri $\varepsilon=1$ (U_t).

Definisanjem opsega vrednosti za bezdimenzioni koeficijenta trenja i vrednosti poroznosti variraju između 0 i 1, (Weinstock, 1974);

$$y = [1 - (\beta - \beta_{mF})] \quad (1.90)$$

$$x = (\varepsilon - \varepsilon_{mF}) / (1 - \varepsilon_{mF}) \quad (1.91)$$

Tačke (0,0) i (1,1) na x-y ravni predstavljaju bezdimenzione vrednosti koeficijenta trenja i poroznosti pri minimalnoj brzini fluidizacije i brzini odnošenja. Iz jednačine (1.89) sledi;

$$\beta_{mF}(\varepsilon) = \frac{\varepsilon_{mF}^3 (1 - \varepsilon_{mF}) (\rho_p - \rho_f) g}{[U_{mF}]^2} \quad (1.92)$$

Sažet prikaz graničnog izoperimetrijskog problema je da $y(x)$ mora da zadovoljava Ojler-Langranžove diferencijalne jednačine, (Weinstock, 1974);

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{\partial F}{\partial y'} \right) - \frac{\partial F}{\partial y} = 0 \quad (1.93)$$

Ova diferencijalna jednačina može se prikazati integralom,

$$J = \int_{x_1}^{x_2} f(x, y, y') dx \quad (1.94)$$

i funkcijom $y(x)$ za koji je drugi integral $\int_{x_1}^{x_2} f(x, y, y') dx$ dat vrednošću $y(x_1)=y_1$ i $y(x_2)=y_2$.

Zasnovano na upotrebi Langranžovog množioca za ekstremizaciju funkcije, $F=f+\lambda g$ gde je λ Langranžov množilac. S obzirom na to da je Ojler-Langranžova jednačina drugoga reda, njeno rešenje mora da sadrži tri konstante koje zadovoljavaju tri granična uslova .

U ovom slučaju, β je isključivo funkcija poroznosti, pa može da se pretpostavi kao funkcija koja može ekstremizuje integralom koji može da se opiše dužinom krive ravni za sve brzine između minimalne brzine fluidizacije i brzine odnošenja,

$$J = \int_0^l (1 + y'^2)^{1/2} dx \quad (1.95)$$

Granični uslovi za minimalnu brzinu fluidizacije $y(0)=0$ i brzinu odnošenja $y(1)=1$, s obzirom na to da je pri brzini odnošenja, β za usamljenu sferu zanemarujuće malo u odnosu na β_{mF} , J je linija koja spaja tačke $(0,0)$ i $(1,1)$ u x - y ravni.

Integralna konstanta jednaka je:

$$\int_0^l y(x) dx = c_0 \quad (1.96)$$

Primenom jednačine (1.93) i graničnih uslova sledi,

$$F(y, y') = [1 + (y')^2]^{1/2} + \lambda \cdot y \quad (1.97)$$

Zamenom jednačine (1.96) u jednačinu (1.93), rešenjem tako dobijene jed. dobija se veza između koeficijenta trenja β i poroznosti sloja ε ,

$$y(x) = c_2 \frac{1}{\lambda} [1 - (\lambda x + c_1)^2]^{1/2} \quad (1.98)$$

Granični uslovi $y(0)=0$ i $y(1)=1$ su dva od tri uslova koji su potrebni za određivanja konstanti u jednačini (1.98). S obzirom da je vrednost konstante c_0 nepoznata, za rešenje problema mora da se osloniti na neki drugu matematičku jednakost kao što je $y'(0)$ ili $y'(1)$.

VI varijacioni model dobija se rešavanjem graničnog izoperimetrijskog problema, postavljanjem $y'(l)$ kao trećeg graničnog uslova

Primenom jednačina (1.91 i 1.92) sledi da je

$$y'(1) = - \left(\frac{1 - \varepsilon_{mF}}{\beta_{mF}} \right) \frac{d\beta}{d\varepsilon} \Big|_{\varepsilon \rightarrow 1} \quad (1.99)$$

Totalnim diferencijalom $\beta(U, \varepsilon)$ u jednačini (1.89) za dobijanje izraza $d\beta/d\varepsilon$ pri $\varepsilon=1$ i pretpostavkom da $U(\varepsilon)=U_t$ pri $\varepsilon=1$ dovodi do izraza,

$$y'(1) = \frac{(U_{mF}/U_t)^2}{\varepsilon_{mF}^3} \quad (1.100)$$

S obzirom na to da je $(U_{mF}/U_t)^2$ relativno malo u odnosu na ε_{mF}^3 , $y'(1)$ je uvek relativno malo i pozitivno. Ako su interakcije fluid-čestice po jedinici sloja $\beta(\varepsilon)(u-v)$ onda je $y'(1) = (U_{mF}/U_t)/\varepsilon_{mF}^2$.

Konstante c_1 , c_2 i λ koje zadovoljavaju jednačinu (1.99), (Weinstock, 1974) su:

$$c_1 = \left[1 + (U_{mF}^2 / U_t^2 \varepsilon_{mF}^3)^2 \right]^{-1/2} \quad (1.101)$$

$$c_2 = \frac{(1 - c_1^2)^2}{\left[(1 - c_1^2)^{1/2} - c_1 \right]} \quad (1.102)$$

$$\lambda = (1 - c_1^2)^{1/2} - c_1 \quad (1.103)$$

Iz jednačina (1.90) i (1.91) i jednačine (1.99) sledi da je,

$$\frac{\beta}{\beta_{mF}} = (1 - c_2) + 1/\lambda \cdot \left[1 - \left(\lambda \left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_{mF}}{1 - \varepsilon_{mF}} \right) + c_1 \right)^2 \right]^{1/2} \quad (1.104)$$

Jednačine (1.98) i (1.104) daju varijacionu vezu između za koeficijent trenja.

Površina ispod krive $\beta(\varepsilon)$ može se dobiti zamenom jednačine (1.88) u jednačinu (1.96),

$$c_0 = c_2 - \frac{1}{2\lambda^2} \left\{ (1 - c_1^2)^{1/2} (|c_1| - c_1) + \sin^{-1} \left[(1 - c_1^2)^{1/2} \right] - \sin^{-1} \cdot c_1 \right\} \quad (1.105)$$

Linearna aproksimacija parametra c_0 za male vrednosti $y'(1)$ je,

$$c_0 = 0.7854 - 0.415y'(1); \quad 0 \leq y'(1) \leq 0.10 \quad (1.106)$$

S obzirom da je definisana veza $y=f(x)$ t.j $\beta=f(\varepsilon)$ moguće je da se predvidi zavisnost brzine od poroznosti za partikulativnu ekspanziju u fluidizovanom sloju i sloju koji se taloži.

$$U(\varepsilon) = U_{mF} \cdot \left(\frac{\varepsilon^3 (1-\varepsilon) \beta_{mF}}{\varepsilon_{mF}^3 (1-\varepsilon_{mF}) \beta} \right)^{1/2} \quad (1.107)$$

Gde je odnos β/β_{mF} dat jednačinom 1.104.

Za sloj čestica koji se taloči, $U(\varepsilon)$ se zameni sa v_s , dobija se, $\lim_{\varepsilon \rightarrow 1} U(\varepsilon) = U_t$, što nije sasvim očigledno, ali se to može potvrditi rešavanjem neodređenog izraza:

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 1} \left(\frac{(1-\varepsilon)}{\beta} \right)$$

Velika prednost prednost varijacionog modela je što zahteva samo poznavanje vrednosti U_{mF} i ε_{mF} , a ove veličine se lako eksperimentalno određuju. Brzina taloženja čestica U_t može da se izračuna iz mnogobrojnih jednačina iz literature npr. jednačine *Kunii* i *Levenspiel*-a, (*Kunii* i *Levenspiel*, 1991).

Može da se i definiše **V2** varijacioni model koji se dobija rešavanjem graničnog izoperimetrijskog problema, postavljanjem $y'(0)$ umesto $y'(1)$ kao trećeg graničnog uslova.

Iz jednačina (1.90), (1.91), (1.92) i (1.89) dobija se da je:

$$y'(0) = 4 - \frac{3}{\varepsilon_{mF}} + \frac{2(1-\varepsilon_{mF})}{U_{mF}} \frac{dU}{d\varepsilon} \Big|_{\varepsilon=\varepsilon_{mF}} \quad (1.108)$$

Poređenjem jednačina (1.99) i (1.108), može se videti da obe jednačine zavise od parametara U_{mF} i ε_{mF} , a razlika je u tome što $y'(0)$ zavisi od $dU/d\varepsilon$, dok $y'(1)$ zavisi od U_t .

Zavisnost $dU/d\varepsilon$ može da se izrazi iz *Ergun*-ove jednačine, (*Ergun*, 1952):

$$-\frac{dP}{dz} = E_1 \frac{\mu (1-\varepsilon)^2}{d_p^2 \varepsilon^3} + E_2 \frac{\rho_t (1-\varepsilon)}{d_p \varepsilon^3} U^2 \quad (1.109)$$

Pri čemu su E_1 i E_2 koeficijenti *Ergun*-a, (*Ergun*, 1952). Uklanjanjem $-dP/dz$ iz jednačine zamenom sa (1.110), rešavanjem i diferenciranjem jednačine

$$-\frac{dP}{dz} = \left[(1-\varepsilon)(\rho_p - \rho_f) + \rho_f \right] g \quad (1.110)$$

dobija se,

$$\frac{1}{U_{mF}} \frac{dU(\varepsilon)}{d(\varepsilon)} \Big|_{\varepsilon=\varepsilon_{mF}} = \frac{1}{\text{Re}_{mF}} \left[\frac{E_1}{2E_2} + \frac{(3/E_1)Ar\varepsilon_{mF}^2 - (E_2/2E_1)(1-\varepsilon_{mF})}{\left[(4E_2/E_1^2)\varepsilon_{mF}^3 Ar + (1-\varepsilon_{mF})^2 \right]^{1/2}} \right] \quad (1.111)$$

u kojoj je Ar - Arhimedov broj. Koeficijenti *Ergun*-a E_1 i E_2 iznose $E_1=150$ i $E_2=1,75$, (*Ergun*, 1952; *Prieur*, 2008), dok su autori, (*Grbavčić i sar.*, 1991) predložili nove vrednosti koeficijenata $E_1=217$ i $E_2=2.50$, koji daju bolje slaganje sa eksperimentalnim uslovima pri minimalnoj brzini fluidizacije. Konstante c_2 i λ su računati na način definisan ranije dok je koeficijent c_1 koji je zasnovana na $y'(0)$:

$$c_1 = \frac{y'(0)}{\sqrt{1 + [y'(0)]^2}} \quad (1.112)$$

Vrednosti varijacionih konstanti za modele $V1$ i $V2$ mogu se naći u literaturi, (*Grbavčić i sar.*, 1991). Dobri rezultati koje su postigli sugerišu zaključak, da ovaj metod daje dobre rezultate ukoliko se za funkcionalnu zavisnost koja se određuje ispravno definišu granični uslovi.

2. Procesi prečišćavanja vode

Kvalitet vode za piće koja se koristi je od presudnog značaja za zdravlje ljudi. Pri korišćenju vode za neku namenu ona mora da poseduje dobre organoleptične osobine (temperatura, boja, miris, mutnoća i ukus) i da bude pogodna za sve aktivnosti koje zahtevaju visok kvalitet vode i propisanog kvaliteta koji je regulisan u pravilniku: „pravilnik o higijenskoj ispravnosti vode za piće” *Službeni list SRJ, br 42/98 i 44/99*.

2.1 Svojstva prirodnih voda

Prirodna voda je jedan disperzni sistem u kome se primese nastale tokom hidrološkog ciklusa po svojim fizičko-hemijskim osobinama svrstavaju u tri grupe (*Gray, 2008; Pizzi, 2010*):

2.1.1 Molekularno-disperzni sistemi ili pravi rastvori

Pravi rastvori gde su materije potpuno rastvorene u vodi su sistemi u kojima je veličina čestica manja od 1 nm. Po izgledu, tu vodu je teško razlikovati od vode koja nema primesa. U rastvorenom obliku se mogu naći mnogi gasovi: kiseonik, azot, ugljendioksid, rastvorene soli, soli teških metala i razne organske materije, (*Pizzi, 2010*). Rastvorene primese ne mogu se zadržati na običnim filterima.

2.1.2 Koloidno-disperzni sistemi ili koloidi

Čestice koloida sastoje se iz niza slepljenih molekula i veličine su od 1 do 100 nm. Koloidni sistemi stvaraju se od nerastvorenih materija u vodi koje mogu biti mineralnog i organskog porekla i mogu se odvojiti od disperznog sredstva ultrafilterima.

2.1.3 Grubo disperzni sistemi ili suspenzije

Kod ovih sistema veličina čestica je veća od 100 nm. Ove primese u vodi čine suspendovane materije kao što su čestice peska, gline, organskih materija, materije koje se unose zagađenim vodama. Ovo su heterogene smeše koje su nepostojane. Stajanjem

one se razdvajaju na disperznu fazu i disperzno sredstvo, a pomoću peščanih filtera vrši se izdvajanje disperzne faze.

2.2 Standardi kvaliteta vode za piće

Standardi kvaliteta vode dele se na relativne i apsolutne. Relativni standardi postavljaju načelne zahteve kao što su čistoća u fizičkom, hemijskom i bakteriološkom pogledu dok apsolutni standardi (nacionalni, međunarodni, regionalni) preciziraju zahteve, (Gray, 2008).

Ovim standardima se propisuju:

- sadržaj katjona u vodi (Mn^{2+} , Na^+ , Ca^{2+} , Mg^{2+} , Fe^{2+} ili Fe^{3+} , K^+)
- sadržaj anjona u vodi (HCO_3^- , CO_3^{2-} , SO_4^{2-} , Cl^-)
- ukupan sadržaj soli
- ukupna tvrdoća
- oksidativnost
- pH vrednost
- količina rastvorenih gasova

Sadržaj rastvorenih materija u vodi izračunava se uobičajeno u mg/l ili g/m³. Pokazatelji kvaliteta vode mogu biti fizički, hemijski i mikrobiološki. Fizički pokazatelji su: temperatura, boja, miris, ukus, mutnoća, rezidualne čvrste materije i provodljivost. Hemijski pokazatelji su za razliku od fizičkih raznovrsniji i važniji za trenutnu procenu kvaliteta. Svaka hemijska supstanca može da bude otrov, zavisno od koncentracije, dužine unošenja i svojstva same supstance. Za ocenu kvaliteta najvažniji su: tvrdoća, redoks potencijal, aktivna reakcija itd., (Gray, 2008).

Sadržaj bakterija u vodi čini najvažniji sanitarni (higijenski) pokazatelj kvaliteta vode za piće. Vode se zagađuju patogenim i drugim mikroorganizmima putem fekalnog zagađenja ljudskog i životinjskog porekla. Zbog direktne opasnosti po zdravlje stanovništva, voda za piće ne sme da sadrži takve mikroorganizme.

2.3 Procesi i operacije prečišćavanja vode

Pošto je voda nezamenljiva materija za čovekovu egzistenciju, ona se u današnjim uslovima, kada je izložena raznim zagađenjima, mora dovesti na onaj kvalitet

koji je zadovoljavajući, odnosno sanitarne uslove koji će pružiti maksimalnu zdravstvenu bezbednost.

Priprema vode za piće vrši se putem korišćenja niza različitih procesa i operacija, (Baruth, 2005). Što je kvalitet vode lošiji time se povećava broj operacija i njihova složenost koje se primenjuju da bi se postigao propisan kvalitet vode.

Osnovne operacije tokom tretiranja vode su:

- taloženje
- koagulacija i flokulacija
- filtracija
- dezinfekcija

Pored osnovnih operacija koriste se i dopunske metode:

- mešanje i aeracija
- flotacija
- oksido-redukcija
- adsorpcija
- odstranjivanje gvožđa i mangana
- odstranjivanje amonijaka
- omekšavanje

Poseban zadatak je obrada mulja, u okviru koje ima više operacionih faza.

2.4 Filtracija

Filtracija je proces koji se primenjuje za uklanjanje nerastvornih materija iz vode (Matteson, 1987; Cheremisinoff, 1986). Ovaj separacioni proces se sastoji u prolasku mešavine tečne i čvrste faze kroz porozni materijal, filter, koji zadržava čvrstu materiju, a dozvoljava da tečnost, filtrat, slobodno prođe. Uz odgovarajuće uslove (izbor filtracionog materijala, brzina filtracije i sl.) tokom filtracije mogu se odvijati i neki drugi procesi, kao što su biološka oksidacija amonijaka, adsorpcija teških metala ili zadržavanje bakterija ili virusa.

Tehnike filtracije se mogu podeliti na filtraciju u kontrolisanim uslovima (spora, brza i mikrofiltracija) i filtracija u prirodnim uslovima. Postoje različiti vidovi filtracije u zavisnosti od smera kretanja vode, brzine kretanja vode, vrste filterskog materijala i načina ostvarivanja pogonske sile. Prema karakteristikama čestica koje se otklanjaju kao

i vrsti materijala koji se koristi, može se odvijati jedan ili više osnovnih mehanizama filtracije: zadržavanje, vezivanje i odvajanje.

Različiti fenomeni utiču da čestica promeni svoju putanju i da dođe u kontakt sa filtracionim materijalom: direktan sudar i adhezija, difuzija i Braunovo kretanje, inercija ili gravitacija. Postoji veličina čestica za koju je efikasnost zadržavanja najmanja. Eksperimentalno je utvrđeno da se vrednost ove veličine čestice kreće oko 1 μm .

2.4.1 Filtracija u kontrolisanim uslovima

Za definisanje filtracije kao protoka vode kroz porozan materijal, potrebno je koristeći Darsijev zakon (*Whitaker, 1986*), definisati brzinu filtracije kao:

$$v = \frac{K \Delta p}{\eta \Delta H R} \quad (2.1)$$

gde su:

v – brzina filtracije

K – propustljivost (poroznost) filterskog sloja

Δp – pad pritiska kroz filterski sloj

ΔH – visina posmatranog sloja

η – dinamički viskozitet vode

R – otpor filtracionog sloja filtraciji

Filtriranje vode u kontrolisanim uslovima izvodi se u sporim filterima, brzim gravitacionim filterima i filterima pod pritiskom. Filtraciona jedinica, u svim ovim slučajevima, sastoji se od objekta izgrađenog od betona i čelika sa perforiranom podlogom i nosećim slojem preko kog se sakuplja filtrirana voda. Isti sistem koristi se i za pranje filtera sa kretanjem vode za pranje odozdo na gore.

Kod gravitacione filtracije primenjene na sporim ili brzim filterima, pogonska sila filtriranja je razlika pritiska koja se ostvaruje visinom vodenog stuba od nivoa vode u filteru do ose cevi nosećeg sistema, (*Cheremisnoff, 1986*). Sastavni elementi sistema za filtraciju su cevi sa zatvaračima kao i oprema za upravljanje radom filtra.

2.4.2 Spori filteri

Spori ili biološki filteri koriste se za prečišćavanje vode koja nije hemijski tretirana. Brzina filtracije kod njih je u opsegu od 0.1-0.4 m/h. Za jako zaprljane vode uzima se brzina od 2 m/dan, a za relativno čiste 10 m/dan.

Efekti koji se postižu kod sporih filtera su:

- mehaničko zadržavanje čestica koje su krupnije od pora u filterskom materijalu (efekat sita),
- taloženje čestica u međuprostorima filterskog materijala (efekat taložnika),
- elektrostatičke promene pod dejstvom jona (elektrostatički efekat),
- aktivnost mikroorganizama koji žive na filtracionom materijalu (biološki efekat),

Filterski materijal (pesak) je sitniji nego kod brzih filtera. Prostor iznad sloja materijala je takav da se obezbedi zadržavanje vode 3-15 časova, kako bi se taložile krupne čestice i spajale sitne. U površinskom sloju se zadržavaju nerastvorne materije. Sa sirovom vodom male mutnoće spori filter može da radi više nedelja i meseci, a da ne izgubi efikasnost i kapacitet. Čišćenje se vrši na svakih 30-60 dana, a obavlja se skidanjem gornjeg sloja peska debljine 1-2 cm.

Spori filteri su za održavanje jednostavni, ali zbog malog opterećenja koje primaju zauzimaju velike površine zemljišta pa su im početni troškovi dva puta veći od brzih. Kad gubitak pritiska dostigne 1.5 m znak je da je filter prljav i da mora da se čisti, (*Cheremisinoff, 1986; Addicks, 1991*).

Efektivni prečnik peska (d_{10}), ili tzv. 10%-na krupnoća treba da bude između 0.25 i 0.35 mm. To znači da do 10% po težini od ukupne količine peska može da prođe kroz sito sa otvorima od 0.35 mm prečnika.

Koeficijent uniformnosti, $K=d_{60}/d_{10}$ treba da bude prosečno 3, (*Vesilind, 2003; Lafleur 1989*). Površina filtera zavisi od dnevne količine vode i brzine filtracije i računa se kao:

$$A = \frac{Q}{v} \quad (2.2)$$

A - površina filtera(m^2)

Q - maksimalna dnevna količina vode(m^3 /dan)

v - brzina filtracije(m /dan)

2.4.3 Brzi filteri

Brzina ovih filtera je 40 puta veća nego kod sporih i kreće se od 4-15 m/h. Uzima se da je njihova prosečna brzina 5 m/h. Filterski materijal je krupniji nego kod sporih filtera. Razlikuju se gravitacioni filtri i filtri pod pritiskom, (Mu-Yao, 1971).

2.4.3.1 Gravitacioni filteri

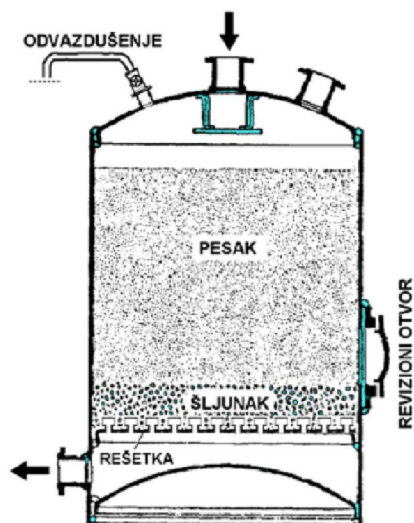
Gravitacioni filteri, najčešće betonski, su sastavni deo najvećeg dela postrojenja za preradu i snabdevanje tekućom vodom kao i instalacija za tretman industrijskih i otpadnih voda.

Peščani filter je filtracioni uređaj sa diskontinualnim radom. On obično služi za odstranjivanje malih količina bezvrednih taloga te je naročito pogodan za prečišćavanje vode.

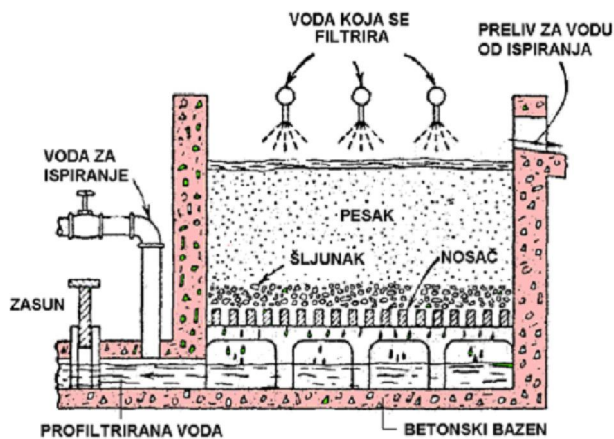
Ukoliko se radi o česticama koloidalne prirode, koje treba ukloniti filtracijom, koristi se u cilju flokuliranja čestica sredstvo za flokuliranje, kao što su $FeSO_4$, $FeCl_2$, ili $Al_2(SO_4)_3$ koji se u neutralnoj ili alkalnoj vodi hidroliziraju obrazujući pahuljast talog koji adsorbuje najfinije koloidne čestice suspedovane u tečnosti. Što se tiče veličine pešćanih filtera oni se grade ili u vidu zatvorenih metalnih cilindričnih sudova, slika 2.1 ili ukoliko su otvoreni predstavljaju četvrtaste ili okrugle bazene, slika 2.2. Kod ovih filtera se obično se iznad lažnog dna (perforirane ploče-rešetke) stavlja sloj šljunka visine oko 10 cm a iznad šljunka sloj peska koji je obično 0.6 do 1.3 m. Kapacitet otvorenih pešćanih filtera srednje veličine iznosi 80-150 lit/m² min filtrata. Ukoliko se posle nekog vremena kapacitet odnosno brzina filtracije smanji, što nastaje zbog začepeljivanja pora u sloju peska potrebno je sloj pročistiti. To se obično izvodi propuštanjem vode kroz sloj u suprotnom pravcu od pravca filtrisanja ili pak još intenzivnije fluidizacijom peska. Brzina filtracije je zavisna od poroznosti pešćanog sloja, odnosno kao što je to iz predhodnog teorijskog izlaganja jasno zavisna je od veličine čestica peska. Ako je visina pešćanog sloja h_s pad pritiska Δp , gustina tečnosti ρ empirijska, jednačina za izračunavanje brzine filtracije w_f prema Seelheim-u, (Seelheim, 1982) glasi:

$$w_f = K_s d_p^2 \frac{\Delta P}{\rho g h_s} \quad (2.3)$$

gde je K_s - konstanta peščanog filtra i funkcija je temperature tečnosti. Za vodu za 20°C i za čestice kvarcnog peska približno iste veličine $K_s = 3,75 \cdot 10^3 \text{ m}^{-1} \text{ s}^{-1}$. Ova konstanta opada sa porastom temperature.



Slika 2.1 Peščani filter za rad pod pritiskom



Slika 2.2 Otvoreni peščani filter

Na slici 2.1 prikazana je tipična konstrukcija peščanog filtra za rad pod pritiskom, dok je na slici 2.2 prikazan otvoreni peščani filter kakav se koristi u postrojenjima za prečišćavanje sirove vode u vodu za piće.

Filtracioni materijal može biti homogen ili u dvojnog sloju. Način ispiranja i filtracioni medijum određuju u najvećoj meri tip i principe projektovanja gravitacionih filtra.

Gravitacioni filteri se najčešće postavljaju u nizu iza postrojenja za koagulaciju, flokulaciju i taloženje, ali u pojedinim slučajevima neka od predhodnih faza može da bude izostavljena. Konstrukcija i tehnološko rešenje filtra zavisi u mnogome od njegove pozicije u celokupnom procesu prerade vode.

Gravitacioni filteri rade pri brzinama filtracije između 5-20 m/h i mogu se ispirati vodom i vazduhom simultano ili sukcesivno. Zadržavanje vode iznad filtracionog materijala je 10-20 minuta. Čestice prodiru u veću dubinu sloja pa se voda predhodno treba dobro hemijski pripremiti (koagulisati). Zadovoljenje najstrožijih zahteva kvaliteta vode u postrojenjima za snabdevanje pijaćom vodom postiže se korišćenjem dual-media filtra sa ispiranjem vazduhom i vodom sukcesivno. Na osnovu

postavljenih pilot postrojenja, vrše se testiranja dozvoljenih-maksimalnih padova pritisaka kao i vremena filtracije i dobijaju se podaci pomoću kojih se projektuju industrijski filteri.

Visina pakovanog sloja i visina stuba vode, predstavljaju jedne od osnovnih kriterijuma pri projektovanju filtera. Protok vode kroz filter mora uvek postojati, a maksimalni kapacitet zadržanih čvrstih, suspendovanih čestica određuje vreme filtracije. Kada se popuni negde do jedne četvrtine ukupne zapremine međučestičnog prostora granularnog filtera, dostiže se tačka u kojoj počinje ispiranje filtera.

2.5 Izbor filtracionog materijala

Pravilno odabran materijal pakovanog sloja predstavlja jedan od važnih faktora za filtraciju. Veličina zrna, efektivna veličina, koeficijent uniformnosti, oblik zrna, drobljivost, osetljivost na kiselinu, gustina zrna, su samo neke od mnogih osobina kojima definišemo materijal i koje su standardizovane i propisane, (*Purchas, 1996*) .

2.5.1 Vrste filtracionog materijala

Na osnovu odabranog sistema pranja filtra, koje se vrši odozdo na gore, filtracioni materijal može da bude:

2.5.1.1 Homogen

Tokom filtracije, obrazuje se filtracioni front koji napreduje pravilno. Ovakav materijal se pere sa vodom i vazduhom bez hidraulične ekspanzije, fluidizacije, tokom završne faze ispiranja, čime se dobija savršeno homogen sloj filtra.

2.5.1.2 Heterogen

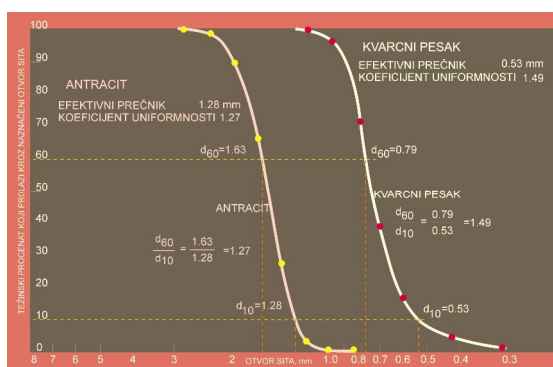
Kada proces pranja koristi samo vodu ili kada u završnoj fazi ispiranja dolazi do hidrauličke ekspanzije, javlja se razdvajanje po veličini (klasifikacija) filterskog materijala. Pri tome su najkrupnije čestice na dnu a najsitnije na vrhu sloja. Time se skraćuje ciklus filtracije, odnosno povećava broj potrebnih pranja filtera, jer dolazi do vrlo brzog zagušenja filtera.

2.5.1.3 Multi – media filter

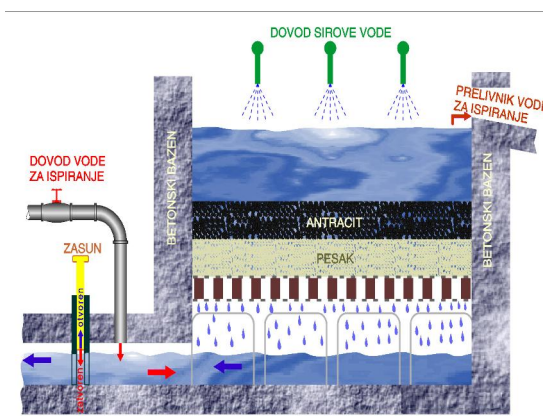
Da bi se izbegli negativni efekti filtracije i sprečilo razdvajanje zrna heterogenog materijala različitih granulacija i pospešila “filtracija po masi”, pesku se dodaje sloj

lakšeg materijala sa efektivnom veličinom zrna većom od zrna peska. Veličina zrna za svaki od dva sloja mora biti pažljivo odabran kako bi im se omogućila ista ekspanzija pri istom protoku vode za pranje, i na taj način im se omogućilo da se ponovo razvrstaju pre početka novog ciklusa filtracije. Pakovani sloj može sadržati samo jedan materijal, ili kombinaciju više materijala sa dobrim fizičkim svojstvima, u cilju poboljšanja efekta filtracije. On takođe može da bude jednoslojan, dvoslojan, i troslojan, (Cleasby, 1974).

Kod jednoslojnog pakovanja raspored zrna po granulaciji je takav da su na vrhu sitnije čestice, a idući ka dnu čestice su sve krupnije i krupnije. Zbog ovakvog rasporeda gornji sloj je manje porozan, pa se zato u prvih 10-20 cm sloja praktično vrši proces filtracije tj. zadržavanje suspendovanih čestica. Preostali, donji sloj filtracionog materijala gotovo da nema uticaja na rad filtra. Zato se ova vrsta filtracije naziva “površinska filtracija“. Brzine su joj obično 4-7 m/h, a potreba za pranjem je česta, (Logsdon, 2008).



Slika 2.3 Krive raspodele veličine čestica za antracit i kvarcni pesak



Slika 2.4 Otvoreni dual-media filter pesak-antracit

Da bi se omogućila dublja filtracija kroz sloj filtracionog materijala, uvedeno je dvoslojno punjenje koje se sastoji od gornjeg sloja sa zrnima veće krupnoće, slika 2.3, i to od materijala koji ima manju specifičnu težinu od donjeg sloja. U ovom slučaju nečistoće dopiru u veću dubinu koja je sada poroznija, a donji sloj filtra, manje porozan, služi kao sigurnosni sloj za zadržavanje čestica koje eventualno prođu kroz gornji ređi sloj.

Ovo je tzv. “filtracija po masi“. Ovakvi dvoslojni filteri, najčešće sa peskom i antracitom, imaju prednosti u odnosu na filtere sa jednim slojem jer oni ostvaruju, (Beverly, 2005; Ahmad, 2012; Naem, 1981):

- veću brzinu filtriranja, u granicama od 7-15 m/h,
- bolji ili isti kvalitet filtrata,
- duži vremenski period između dva pranja.

Veličina zrna materijala se mora birati u skladu sa visinom sloja i brzinom filtracije, a zavisi od prirode vode za filtraciju kao i od željenog kvaliteta filtrirane vode. Takođe, mora se uzeti u obzir i dozvoljeni pad pritiska. Na slici 2.4 prikazan je otvoreni dual media filter. Ovi filteri se najviše koriste u fabrikama za preradu voda.

2.6 Osnovne karakteristike filtracionog materijala

Granularni filtracioni materijali koji se najčešće koriste za prečišćavanje vode za piće su: kvarcni pesak, antracit, tuf, granat i aktivni ugalj.

Kvalitet filtrirane vode zavisi od ukupne površine filtracionog materijala koja postaje veća kako se čestice smanjuju, kao i dimenzija prostora između čestica materijala koje se smanjuju sa smanjivanjem čestica. Najveći otvori pora koje čine čestice filtra ne prelaze 15% veličine čestica filtra pa bi filter trebalo da mehanizmom zadržavanja ukloni sve čestice nečistoća čiji je prečnik oko 5% veličine čestice filtra.

Osnovne karakteristike filtarskih materijala potrebne za projektovanje dual-media filtera (*Vesilind, 2003; Ahmad, 2012*) su:

a. gustina

Ona se za pojedine materijale kreće u relativno uskim granicama,

- antracit 1.35-1.75 g/cm³ (US); 1.6-1.75 g/cm³ (UK)
- kvarcni pesak 2.65 g/cm³

b. efektivna veličina čestica d_{10}

Odgovara veličini sita koje sadrži 90% težinskih materijala pri prosejavanju i

c. koeficijent uniformnosti d_{60}/d_{10}

Odnos veličine čestica koja odgovara veličini sita koje pri prosejavanju zadrži 40% materijala i efektivne veličine čestica.

2.6.1 Efektivna veličina čestica i koeficijent uniformnosti

Ove veličine mogu znatno da variraju kod istog materijala i time utiču na proces filtracije i rad filtra.

Koeficijent uniformnosti je naročito važna osobina zbog prirodne tendencije materijala da se razvrstava po veličini čestica u sloju, tako da finije čestice ostaju na vrhu sloja a krupnije na dnu, prilikom taloženja u poslednjoj fazi ispiranja filtra. Ova pojava negativno utiče na rad filtera jer suspendovane čvrste čestice nečistoća prvo dolaze u kontakt sa manjim porama filtera tako da dolazi do bržeg zagušenja u gornjim slojevima i bržeg dostizanja dozvoljenog pada pritiska.

U praksi se ovaj problem rešava na različite načine. Idealno rešenje je korišćenje materijala sa uniformnom veličinom čestica. U realnim uslovima približavanje idealnom rešenju sastoji se u odabiru materijala sa što manjim koeficijentom uniformnosti, (*Vesilind, 2003*).

Korišćenje materijala sa koeficijentom uniformnosti ispod 1.3 je ekonomski neopravdano pa se najčešće koriste oni sa koeficijentom uniformnosti od 1.3-1.5.

Da bi se ovaj problem rešio na što bolji način uvode se dual-media filteri. Osnovna ideja je da se dodaje drugi filtracioni materijal iznad sloja postojećeg sa većom efektivnom veličinom čestica, ali sa manjom gustinom, čime se obezbeđuje raspored – veće čestice gore, manje čestice dole nakon faze ispiranja filtra.

Kod dual-media filtera veličina čestica u sloju peska mora biti tako odabrana da bude usklađena sa drugim materijalom kako bi se čitav sloj punjenja fluidizovao na odabranom protoku vode za ispiranje.

Izbor materijala za konkretno rešenje dual-media filtera zavisi i od kvaliteta sirove vode, kvaliteta prečišćene vode itd. Ispitivanja na pilot postrojenjima su neophodna za svako konkretno rešenje, jer ne postoji ni jedan opšti model za izbor veličina čestica ili optimalnog protoka pri ispiranju.

Osim pravilnog izbora veličine čestica filtracionog materijala kod dual-media filtera potrebno je definisati i visinu sloja pakovanja. Kako ne postoje korisni teorijski modeli izučavanja na pilot postrojenju i dalje su najbolji način za rešavanje ovog problema.

Korišćenje dual-medija filtera naročito se razvilo sa primenom oksidacionih metoda za prečišćavanje vode za piće, posebno ozonizacionih postupaka, koji za sobom, osim nerastvornih čestica oksidisanih gvožđa i mangana (iz dvovalentnog, rastvornog, prelaze u trovalentno, nerastvorno stanje) i koloidnih čestica oksidisanih bioloških i organskih nečistoća, ostavljaju i čestice nečistoća mnogo manjih veličina od veličine

pora filtera. Pokazalo se da dual-media filteri, naročito sa antracitom i aktivnim ugljem poseduju mogućnost uklanjanja i ovih čestica, adsorpcionim mehanizmom. Postoje pokušaji da se primenom dual i multi medija filtera sa antracitom, iz procesa prečišćavanja, naročito kada se radi samo o uklanjanju gvožđa i mangana, izbaci oksidacioni postupak kao suvišan.

2.7 Ispiranje filtera

Pranje filtera je jedna od najvažnijih operacija kod primene brzog peščanog filtra, (*Camp, 1971; Cleasby, 1975,1978; Amirtharajah, 1993*). U toku filtracije iz vode se izdvajaju nerastvorene i koloidne materije i zadržavaju u prostoru između čestica filtracionog materijala, smanjujući slobodni prostor za prolaz vode. Zbog neograničenosti tog prostora dolazi do povećanja otpora filtraciji koji se odražava povećanjem pada pritiska u pakovanom sloju, i opadanjem brzine filtracije u odnosu na početno stanje. Druga posledica smanjenja slobodnog prostora u pakovanom sloju je povećanje brzine prolaska vode kroz sloj. Ovaj porast brzine izaziva prodiranje suspendovanih materija u veće dubine sloja, kao i pokretanje ka dnu već izdvojenih čestica. Pri postizanju određenog pada pritiska pristupa se pranju filtera, (*Amirtharajah, 1985; Logsdon, 2008; Purchas 1996*).

U praksi, filter se isključuje iz rada radi pranja kada se postigne maksimalni mogući pad pritiska, ili kada suspendovane materije prodru do dna filtracionog materijala i mutnoća filtrirane vode prekorači dozvoljenu vrednost. Pranje filtra je u stvari regeneracija sa ciljem dovođenja filtracionog materijala u početno stanje. Za pranje filtera mogu da se koriste voda i vazduh.

2.7.1 Intenzitet i učestanost pranja

Intenzitet pranja treba da bude takav da se postigne 30-50 % ekspanzije filtracionog materijala, (*Turan, 1992; Spellman, 2003*). Time se omogućava da se nečistoće izdvoje i odnesu tokom vode za ispiranje. Intenzitet pranja zavisi od vrste i granulacije filterskog materijala.

Što je intenzivniji protok vode i vazduha to je efikasnije pranje filtera, pod uslovom da se ne prekorači granica protoka kojom se materijal iznosi iz filtra. U ciklusu uštede vode, potrebno je za svaku vrstu materijala odrediti optimalne uslove pranja.

Dužina pranja od 20 minuta daje najbolje efekte na uklanjanju nečistoća iz filtra, a obično se kreće 5-10 minuta.

Za vreme pranja filtera ekspanzija pakovanog sloja filterskog materijala ne sme da prelazi iznad kanala koji služe za odvođenje vode od ispiranja. Ovi kanali su postavljeni dovoljno visoko da se spreči i najmanja mogućnost da deo peska bude izbačen u kanalizaciju. Pranje filtera vrši se jednom do dva puta dnevno u zavisnosti od intenziteta filtracije i količine nečistoća u vodi koja se filtrira.

Brzina kretanja vode obrnutog toka za pranje filtera iznosi 35-40 m/h. Količina vode koja se utroši je od 1-4% ukupne profiltrirane vode, a potrošnja vode po 1 m² filterske površine iznosi oko 650 l/min. Brzina kretanja vode prilikom pranja filtera, da bi se postigla odgovarajuća ekspanzija, zavisi uglavnom od krupnoće peska i temperature vode.

Kombinovano korišćenje vazduha i vode smanjuje utrošak za 20-30% u odnosu na samo pranje vodom. Potrebe za vodom su veće kada je viši sloj vode iznad filtracionog materijala, manja brzina strujanja vode za ispiranje, kada su odvodni kanali postavljeni na većoj distanci kao i veća količina i gustina otpada.

2.7.2 Naizmenično pranje vazduhom i vodom uz ekspanziju filtracionog materijala

Kada je filtracioni materijal takav da je nemoguće koristiti metod simultanog pranja vodom i vazduhom, a da ne dođe do rizika da voda za ispiranje odnese sa sobom filtracioni materijal u odvodne kanale, primenjuje se ovakav način pranja.

Ovaj tip pranja se pre svega koristi za dual-media filtraciona pakovanja. U prvoj fazi operacije pranja, vazduh se koristi da odvoji zaostale nečistoće sa filtracionog materijala, a u drugoj fazi se koristi voda u suprotnom toku sa dovoljnom brzinom da izvrši ekspanziju filtracionog materijala. Ovako se omogućava da se nečistoće odvojene u toku prve faze uklone iz filtracionog sloja, i budu odnete. Brzina vode se podešava na oko 20% ukupne ekspanzije da ne bi došlo do inverzije dualnog filtra,.

2.7.3 Površinsko pranje filtera

Sa ciljem poboljšanja rada filtera, pored pranja obrnutim tokom vode i vazduha, primenjuje se i tzv. površinsko pranje filtera. Ono se sastoji iz sistema perforiranih cevi postavljenih neposredno iznad površine filtracionog materijala kroz koje voda ističe velikom brzinom razbijajući na taj način nataloženi materijal na gornjoj površini pakovanog sloja, čime se u velikoj meri poboljšava normalno pranje filtera. Potrebna

količina vode za površinsko pranje filtera nije velika, ali voda mora biti pod pritiskom od 3 bara ili više. Količina vode za pranje se kreće u granicama 20-120 l/m² na minut.

2.8 Rad filtera i način upravljanja

Rad filtera određen je kvalitetom filtrata i količinom filtrirane vode, (*Matteson, 1987*). Kvalitet vode koji treba postići filtracijom zadat je odgovarajućim propisima. Na postizanje tog kvaliteta utiču stepen priprema vode pre filtracije i uslovi rada tokom filtracije.

U praksi se za upravljanje radom filtera najčešće primenjuju tri načina: konstantan nivo, konstantna brzina filtriranja i opadajuća brzina filtriranja.

2.8.1 Konstantan nivo filtracije

Kod ove vrste filtracije ne koristi se ukupno raspoloživi hidraulički pritisak koji postoji na početku rada čistog filtera. Konstantni nivo održava se tokom filtracije promenom stepena otvaranja zatvarača na cevi za filtriranu vodu. Na početku rada filtracioni materijal je čist i ima mali otpor, pa se otpor povećava veštački, držanjem zatvarača manje otvorenim. Kako teče filtracija, rastu otpori u sloju zbog izdvajanja čestica u slobodnom prostoru, pa nivo u filteru raste. Otvaranjem zatvarača kompenzuje se rast otpora u sloju.

2.8.2 Konstantna brzina filtracije

Kod konstantne brzine filtracije ne koristi se ukupni raspoloživi hidrostatički pritisak, a nivo je konstantan. U filteru se održava konstantni pritisak koji je niži od raspoloživog. Brzina se održava konstantnom promenom stepena otvaranja zatvarača na cevi za filtriranu vodu. Na početku rada sloj je čist i otpor je mali pa se povećava zatvaranjem zatvarača u većem stepenu da bi se održala zadata brzina.

2.8.3 Opadajuća brzina filtracije

Ovo je filtracija pri konstantnom pritisku. Kod opadajuće filtracije koristi se ukupni hidrostatički pritisak u filteru.

Brzina filtracije kroz svaku filtersku jedinicu je različita jer zavisi od zaprljanosti filtracionog materijala. Radom filtera dolazi do začepljenja sloja, povećanja otpora i

opadanja brzine filtracije. To je prirodan način samoregulacije filtera, jedino je potrebno ograničiti početnu brzinu filtracije. Početna brzina se ograničava na vrednost koja je 20-50% veća od nominalne projektovane brzine filtracije. Svaki filter prima onaj deo dotoka vode koji može da prođe kroz njegov filtracioni materijal. Kako traje filtracija, protok kroz najprljaviji sloj se smanjuje izazivajući preraspodelu dotoka na ostale filtre, pa najčistiji filter prima količinu vode koju ne može da primi najprljaviji. Ovaj način rada izaziva postepeno opadanje brzine sa vremenom, tako da se ublažavaju efekti promene opterećenja postrojenja u radu, na rad filtera i kvalitet filtrata.

2.9 Dužina rada filtera i analiza optimalnih uslova rada

Dužina rada filtera zavisi od:

- Sastava sirove vode,
- Površinskog opterećenja filterea,
- Sastava filtracionog medijuma.

Vreme između dva pranja ne sme biti kraće od 24 h, a kod izuzetno loše vode 12 h. Kod povoljnih uslova ovo vreme može biti i do tri dana.

Gubitak pada pritiska za vreme filtracije može se izraziti Darsijevim zakonom, (*Whitaker, 1986*;):

$$H = \frac{vL}{k} \quad (2.4)$$

v-srednja brzina filtracije (m/s)

L-dužina puta filtracije (m)

k-koeficijent filtracije (m/s)

Na bilo kojoj dubini gubitak pada pritiska je:

$$\Delta h = \frac{vH}{k} \quad (2.5)$$

h-visina na kojoj se računa gubitak pada pritiska

Parametar koji ograničava trajanje ciklusa filtracije je pad pritiska, ali se u praksi koriste i drugi parametri kao npr. profiltrirana zapremina ili vreme i zamućenost koja može da se prati kroz kontrolu procesa, (*Matteson, 1987*).

Filter radi na optimalnim radnim uslovima ukoliko dostigne tačku zasićenja čvrstim materijama u istom trenutku kada i maksimalni pad pritiska.

Dizajniranje optimalnih uslova zahteva razmatranje i određivanje:

- metoda rada filtera,
- potrebne pogonske sile filtracije,
- veličine čestica i debljine sloja materijala
- brzine filtracije

Ekonomski opravdano rešenje mora da sadrži:

- model za predviđanje parametara filtera,
- podatke za proračun investicionih i operacionih troškova filtera i
- kompjuterski program koji obuhvata prethodna dva.

Opšte prihvaćen, univerzalni model za predviđanje parametara filtera ne postoji.

Za pojedinačne projekte koriste se:

- dosadašnja iskustva iz dostupne literature,
- rezultati ispitivanja na pilot postrojenjima i
- postojeći teorijski modeli.

EKSPERIMENTALNI DEO

3. Metode i aparature

Jedan od ciljeva ove doktorske disertacije je definisanje nove metode za karakterizaciju veličine i oblika nesferičnih čestica frakcija peska, jer su veličina i oblik čestica koje čine sloj bitne za predviđanje fluidizacionih karakteristika kao i ekspanzije sloja pri fluidizaciji. Frakcije peska su dobijene sejanjem pomoću seta standardnih sita. Karakterizacija veličine čestica frakcija peska rađena je pomoću softverskog paketa (*SigmaScan Pro*, 1999). *SigmaScan* na osnovu skenirane slike uzorka N -broja nasumično odabranih čestica peska iz određene frakcije, kao izlazne rezultate daje informacije o veličini čestica tj. informacije o njihovoj projektovanoj površini, površinskom prečniku i faktoru oblika.

Metoda karakterizacije veličine čestica pomoću softverskog paketa (*SigmaScan Pro*, 1999), može da se primeni i za određivanje segregacije čestica (raspodeli veličine čestica po visini sloja). Podelom i razdvajanjem sloja na n -jednakih delova po visini tokom fluidizacije i karakterizacijom veličine čestica svakog od n -izdvojenog dela sloja pomoću *SigmaScan-a*, poređenjem dobijenih rezultata srednje veličine čestica za svaki izdvojeni n -ti deo sloja, dobija se jasna slika o raspodeli veličine čestica po visini sloja. Takođe, na osnovu rezultata o raspodeli veličine čestica frakcija peska pre i posle fluidizacije možemo da dobijemo jasnu sliku o raspodeli veličine čestica do koje je došlo tokom fluidizacije. Dobijeni rezultati o raspodeli veličine čestica peska u sloju povezani su sa ispiranjem pešćanih filtera sa strane optimalne brzine ispiranja filtera, pri kojoj dolazi do najmanjeg stepena segregacije čestica peska po visini sloja, tj najbolje izmešanosti čestica peska koji čine filtracioni medium. Eksperimentalna ispitivanja su vršena u cilindričnim kolonama izrađenih od pleksiglasa unutrašnjeg prečnika 64 i 144 mm.

Na osnovu eksperimentalnih ispitivanja fluidizacionih karakteristika polidisperznih smeša frakcija peska i brzina taloženja čestica peska, predloženi su korelacione jednačine za predviđanje ekspanzije smeša peska odnosno zavisnosti $U=f(\varepsilon)$, sa ciljem da se predvidi potrošnja vode potrebna za ispiranje pešćanih filtera pri određenoj ekspanziji sloja E -filtracionog materijala.

Eksperimentalna ispitivanja određivanja fluidizacionih karakteristika frakcija peska i brzina taloženja čestica ispitivana su u cilindričnim kolonama izrađenih od pleksiglasa unutrašnjeg prečnika 40, 64 i 144 mm. Eksperimentalna merenja se vrše merenjem pada pritiska u sloju sa promenom protoka tečnosti kojom se vrši fluidizacija odnosno ispiranje filtracionog materijala sa istovremenim praćenjem promene visine sloja peska.

Na osnovu dobijenih rezultata treba da se predlože korelacione formule za karakterizaciju čestica, kao i korelacije za ekspanziju i poroznost sloja. Treba da se izvrši ocena primenljivosti varijacionog modela na dobijene eksperimentalne podatke, i treba da se predloži najbolji način za predviđanje minimalne brzine fluidizacije i poroznosti koja odgovara minimalnoj brzini fluidizacije za polidisperznu smešu peska.

Model za „optimalnu poroznost“ može da se predstavi i kao poroznost sloja pri kojoj je sloj najefikasniji u pogledu frekvencije sudara čestica, sa ciljem da se odredi poroznost pri kojoj bi ispiranje bilo najefikasnije. Ova ispitivanja su rađena u dvodimenzionim kolonama (2D) za slojeve sačinjene od čestica prečnika 1.94, 2.98, 4.00, 6.00 mm. Frekvencija sudara čestica računata je na osnovu srednje brzine kretanja čestica u sloju i srednjeg rastojanja između čestica. Fotografskom metodom praćeno je kretanje obeležene čestice u sloju sa promenom površinske brzine tečnosti. Na osnovu dobijenih niza naizmeničnih kretanja obeležene čestice u sloju formira se trajektorija kretanja čestice tokom fluidizacije. Srednja brzina kretanja čestica u sloju može se odrediti na osnovu dobijene slike putanje kretanja čestice, odnosno njenim skeniranjem i analizom u paketu SigmaScan Pro, koja kao izlazni rezultat daje koordinate obeležene čestice, rastojanje Δl između naizmeničnih položaja čestice (naizmenična slikanja čestice) u vremenskom intervalu od Δt , ukupno rastojanje koje je prošla čestica tokom njenog praćenja u vremenskom intervalu t . Na osnovu položaja čestice tokom vremena kao i njihovog međusobnog rastojanja, mogu se izračunati lokalna brzina kretanja obeležene čestice, smer kretanja čestice, učestalost kretanja u određenom smeru itd.

Dobijene podatke treba analizirati sa aspekta efikasnosti ispiranja i količini vode potrošene za ispiranje. Dobijene podatke treba i uporediti sa prethodna dva načina određivanja efikasnosti ispiranja filtracionog materijala.

3.1 Priprema materijala

Za ispitivanje fluidizacionih karakteristika korišćena je polidisperzna smeša frakcija filtracionog peska. Uzorak filtracionog peska granulacije između 3 i 0.1 mm prosejan je radi dobijanja frakcije peska sitnijih granulacija.

Sejanje je rađeno pomoću seta standardnih sita veličine otvora 2.830, 2.000, 1.600, 1.400, 1.250, 1.166, 1.030, 0.850, 0.750, 0.711, 0.600 i 0.519, 0.589, 0.420, 0.297 mm.

Postoje različiti standardi koji definišu veličinu okca, (*Ingram, 1971; Leschonski, 1979*). Sita korišćena u ovim istraživanjima definisana su (*Tylerovim, 1980*) standardom, koji definiše da veličina otvora okca odgovara najmanjem rastojanju između dve žice sita, npr veličina od 2.00 mm znači da je najmanje rastojanje između dve naizmjenične žice u situ 2.00 mm.



Slika 3.1 Električna tresilica za prosejavanje materijala pomoću sistema sita

Uređaj za prosejavanje sastoji se od rama na koji se učvršćuju sita koja su postavljena jedno iznad drugog po rastućoj veličini okaca. Ram zajedno sa sitima pričvršćen je za elektromotor koji preko ekcentra, proizvodi oscilatorne udare koji se zatim prenosi na čitav sistem, slika 3.1. Sita mogu biti izrađena od različitih materijala, mreža sita se najčešće izrađuje od metalne žice za veće veličine otvora, dok se mrežice sa sitnim otvorima izrađuju od najfinijih svilenih niti. Ram sita u koji je smeštena mreža najčešće je izrađen od livenog lima. Kao karakteristična veličina figurira prečnik sita d_A , koji se dobija nakon prosejavanja a predstavlja veličinu minimalnog kvadrata kroz koji čestica može da prođe

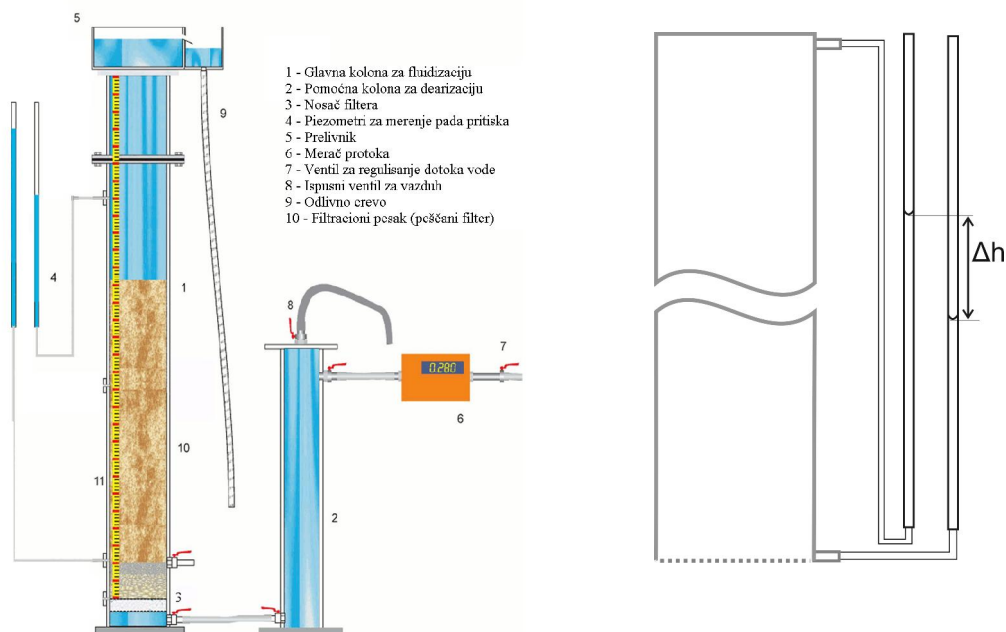
Operacija prosejavanje ne bi trebalo da traje duže od 15 min, jer se efikasnost nakon tog vremena znatno ne menja, (poglavlje 1, slika 1.4), a i u suprotnom može doći do oštećenja sita kao i do abrazije ili sprašivanja čestica ukoliko ne poseduju dovoljnu čvrstinu.

3.2 Ispitivanje fluidizacionih karakteristika materijala

Ispitivanja fluidizacionih karakteristika polidisperznih smeša vršena su u tri različite fluidizacione kolone.

Fluidizacione kolone sastavljene su od cilindričnih cevi unutrašnjeg prečnika $D_c=40, 64$ mm i visine $H=2.0$ m i cilindrične cevi prečnika $D_c=144$ mm i visine $H=3.0$ m.

Na dnu svake kolone nalazi se distributor tečnosti u koji ulazi tečnost pre ulaska u kolonu, slika 3.2. Distributor tečnosti je sastavljen od pakovanog sloja sferičnih čestica između dve metalne mrežice, pri čemu gornja mrežica ima i ulogu nosača sloja koji se fluidizuje.



Slika 3.2 Šematski prikaz sistema za ispitivanje fluidizacionih karakteristika sloja **Slika 3.3** Šematski prikaz merenja pada pritiska u sloju pomoću piezometarskih cevi

Uloga distributora tečnosti je da omogući ravnomerno strujanje tečnosti po površini sloja koji fluidizuje. Na dnu i vrhu kolone nalaze se otvori koji se povezuju sa

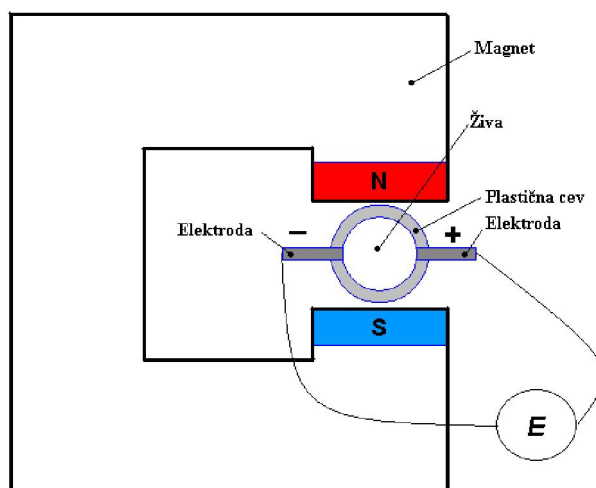
piezometarskim cevima koji služe za merenje pada pritiska u sloju na osnovu razlike nivoa tečnosti u cevima Δh , slika 3.3.

$$\Delta p = g \cdot \rho \cdot \Delta h$$

$$\text{grad}P = \frac{\Delta p}{H} \quad (3.1)$$

gde je g - gravitaciona konstanta, ρ - gustina tečnosti, H visina sloja koja se meri pomoću metra zalepljenog duž kolone. Kao fluidizaciona tečnost tokom eksperimenata korišćena je voda, koja se prvo uvodi odozgo u pomoćnu kolonu za dearizaciju, slika 3.2 da bi oslobodili absorbovani vazduh u vodi koji ide naviše, a voda oslobođena vazduha na niže, pa se i iz tog razloga voda izvodi sa dna pomoćne kolone. Apsorbovani vazduh je neophodno ukloniti iz vode jer bi absorbovani vazduh stvarao mehurove vazduha u koloni koji bi remetili ispitivanje fluidizacionih karakteristika. U slučaju kada se za napajanje kolone vodom koristi pumpa, onda pomoćna kolona za dearizaciju nije neophodna već se pumpa napaja iz suda sa vodom koja je već oslobođena absorbovanog vazduha.

Protok tečnosti (vode) za fluidizaciju regulisan se pomoću osetljivih ventila, a meren je pomoću *Yamatake-Honeywell* elektromagnetnih merača. Šematski princip rada elektromagnetnog merača protoka tečnost prikazan je na slici 3.4.



Slika 3.4 Šematski prikaz rada elektromagnetnog merača protoka tečnosti

Ova vrsta merača sastoji se od magneta i dve elektrode koje mere napon koji se javlja usled magnetnog polja koje indukuje tečnost koja prolazi kroz merač, slika 3.4. Elektromagnetni merači protoka su direkto kalibrisani da prikazuju maseni ili

zapreminski protok tečnosti koji je direktno proporcionalan jačini magnetnog polja koje se indukuje usled proticanja tečnosti kroz merač.

U eksperimentima su korišćeni tri *Yamatake-Honeywell* merača protoka različitog opsega merenja čije su karakteristike prikazane u tabeli 3.1.

Tabela 3.1 Karakteristike elektromagnetnih merača protoka

Merač	Opseg merenja	Vr. na displeju merača (100%)
<i>Yamatake-Honeywell 1</i>	0-16.000 l/h	10 m ³ /h
<i>Yamatake-Honeywell 2</i>	0-960 l/h	10 l/min
<i>Yamatake-Honeywell 3</i>	0-160 l/h	100 l/h

Merenje fluidizacionih karakteristika filtracionog peska se obavljaju tako što se postepenim povećanjem protoka kroz kolonu, prati i beleži promena visine sloja, pada pritiska u sloju sa promenom protoka tečnosti. Sve ove veličine se takođe prate i sa smanjenjem protoka kroz kolonu. Brzina strujanja (površinska brzina) fluida kroz kolonu može da se izračuna na osnovu poznatog protoka tečnosti i unutrašnjeg prečnika kolone.

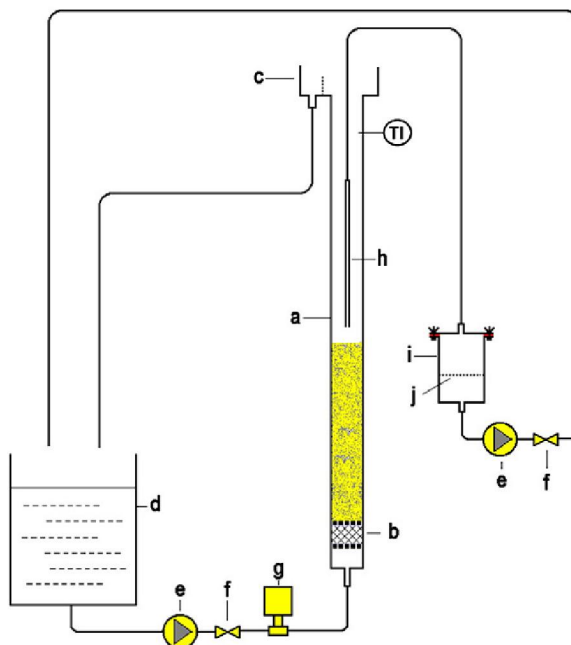
$$U = \frac{\dot{V}}{A} = 4 \cdot \frac{\dot{V}}{D_c^2 \pi} \quad (3.2)$$

Brzina taloženja polidisperznih smeša frakcija peska određivana je merenjem vremena potrebnog da „oblak čestica“ koga čine oko 30 čestica pređe slobodnim padom određeno rastojanje L . Tokom taloženja oblak dobija eliptički oblik, pa se pri određivanju brzine taloženja uzima vrednost za sredinu oblaka. Na osnovu vremena i pređenog rastojanja izračunava se brzina.

Brzina taloženja čestica određivana je takođe metodom snimanja slobodnog taloženja čestica peska pomoću kamere, i na osnovu potrebnog vremena da čestica slobodnom taloženjem pređe rastojanje L , izračunava se brzina. Ovom metodom je merena brzina taloženja usamljene čestice peska koja se nasumično odabira iz uzorka svake od ispitivanih frakcije frakcije u N ponavljanja. Praćenje slobodnog taloženja čestica peska snimljeno je brzinom od 30 kadrova u sekundi.

3.3 Segregacija polidisperznih smeša

Tokom fluidizacije polidisperznih smeša istih gustina doći će do razdvajanja veličine čestica po visini sloja zato što manje čestice teže da fluidizuju u gornjem delu kolone dok sa druge strane krupnije čestice teže da fluidizuju u donjem delu kolone.



Slika 3.5 Šematski prikaz eksperimentalnog sistema (a-kolona, b- distributor tečnosti, c- prelivnik, d-rezervoar, e-pumpa, f-ventil, g-merač protoka, h- cev za uzorkovanje $d_c=9\text{mm}$, i- rezervoar za uzorke, j- mreža

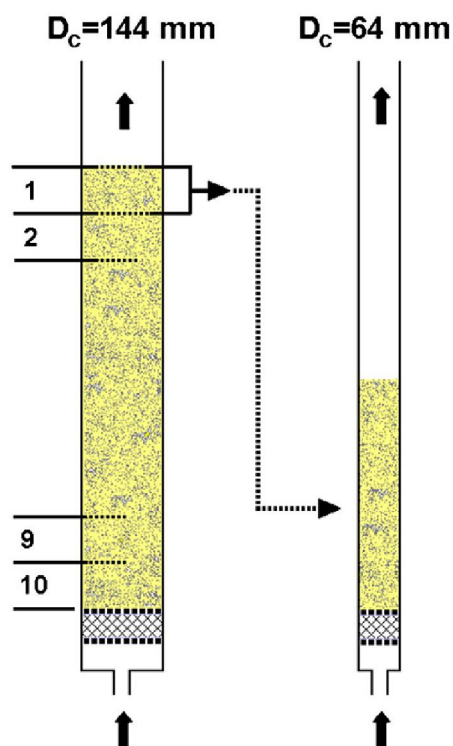
Ispitivanje stepena segregacije polidisperzne smeše peska vršena je na dva različita načina:

- ispitivanjem fluidizacionih karakteristika izdvojenih delova slojeva polidisperzne smeše po visini tokom fluidizacije,
- ispitivanjem raspodele veličine čestica izdvojenih delova slojeva polidisperzne smeše po visini tokom fluidizacije.

Razdvajanje fluidizovanih slojeva obavlja se hidrauličkim isisavanjem pomoću dugačke staklene cevi prečnika 9 mm. Hidraulička klasifikacija mora pažljivo da se izvodi uranjanjem staklene cevi (h) u sloj i laganim spuštanjem naniže, slika 3.5. Tokom hidrauličke klasifikacije materijala ne dolazi do remećena sloja po visini, jer se pretpostavlja da su se slojevi po visini razdvojili usled razlike u *bulk* gustini sloja. Ispitivanje razdvajanja veličine čestice po visini sloja zasnovano na ispitivanju fluidizacionih karakteristika izdvojenih delova sloja hidrauličkom klasifikacijom materijala, ispitivana je za frakciju filtracionog peska granulacije $d_p=0.75\text{-}1.25\text{ mm}$, slika 3.5.

Polidisperzna smeša peska granulacije $d_p=0.75-1.25$ mm je fluidizirana u koloni prečnika $D_c=144$ mm i visine 3.0 m. Za smešu su određeni karakteristike fluidizacije (minimalna brzina fluidizacije - U_{mF} , poroznost pro minimalnoj brzini fluidizacije ε_{mF} , brzina taloženja U_t , parametri jednačine (Richardson i Zaki, 1954)), merenjem pada pritiska i promene visine sloja sa promenom površinske brzine tečnosti.

Nakon toga sloj se lagano dovede u stanje fluidizacije koje odgovara ekspanziji sloja od 35% i sloj se hidrauličkim isisavanjem podeli na deset jednakih delova po visini. Svaki od delova se dobro osuši i izmeri. Nakon toga se svaki od izdvojenih delova fluidizuje u koloni prečnika 64 mm, i za svaki od delova se određuju karakteristike fluidizacije kao i za smešu, slika 3.6.



Slika 3.6 Šematski prikaz eksperimentalne procedure

Poređenjem fluidizacionih karakteristika smeše peska frakcije 0.75-1.25 mm i svakog od deset izdvojenih delova može da se dobije jasna slika raspodele čestica tokom fluidizacije ove smeše.

Drugi ispitivan način razdvajanje veličine čestica polidisperzne smeše tokom fluidizacije po visini sloja, jeste da se hidrauličkim isisavanjem materijala fluidizovani sloj podeli na jednake delove po visini, postupkom opisanim ranije. Izdvojeni delovi

fluidizacionog materijala se osuše i izmere i na osnovu analize skenirane slike čestica u softverskom paketu (*SigmaScan Pro*, 1999), određuje im se raspodela veličina čestica (projektovana površina, projektovani prečnik, i faktor oblika) gde faktor oblika predstavlja meru odstupanja oblika čestice od sfere.

Eksperimentalna ispitivanja segregacije čestica izvođena su u cilindričnoj koloni od pleksiglasa unutrašnjeg prečnika 64 mm. Ispitivanje razdvajanje veličina čestica po visini fluidizovanog sloja rađena su za frakcije peska granulacije $d_p=2.000-1.600$, $2.000-1.406$, $2.000-1.166$ mm. Sloj sačinjen od određene frakcije peska se pažljivim regulisanjem protoka tečnosti polako dovede do stanja fluidizacije koje odgovara određenoj ekspanziji sloja, nakon čega se vrši hidrauličko isisavanje slojeva materijala odozgo naniže i karakterizacija veličine čestica izdvojenih delova. Ispitivanje segregacije čestica rađeno za ekspanzije sloja od $E=25, 35, 45, 65, 85$ i 110% .

3.4 Postupak analize veličine čestica u paketu SigmaScan

SigmaScan softverski paket predstavlja program za analizu digitalnih slika koji omogućava da se objektima na slici izmere dimenzije, da se odredi oblik, rastojanja između dva ili više objekata, da se izbroji broj objekata i sl.

SigmaScan na osnovu analize slike čestica određuje projektovanu površinu čestica kao i najveće i najmanje rastojanje čestice, na osnovu koje program izračunava i vrednosti veličine čestica odnosno *Feret*-ovog prečnika, kao i vrednosti za faktor oblika čestica. *Feret*-ov prečnik i faktor oblika u softverskom paketu (*SigmaScan Pro*, 1999) definisan je na sledeći način;

$$d_A = \frac{1}{N} \sqrt{\frac{4}{\pi} \sum A_i} \quad (3.3)$$

i

$$\phi = \frac{1}{N} \sum \frac{4\pi A_i}{L_i^2} \quad (3.4)$$

gde su; N - broj skeniranih čestica peska, A_i – projektovana površina čestica, L_i – najveća dužina čestice.

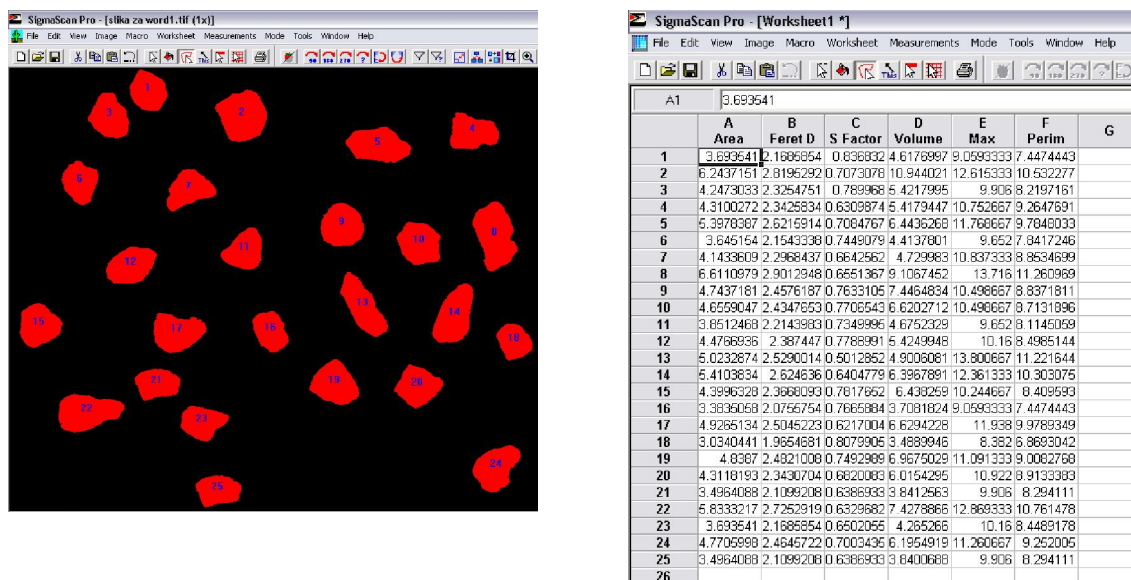
Karakterizacija čestica peska se izvodi tako što se čestice ravnomerno raspodele po crnoj (za čestice svetlije boje) ili beloj (tamnije čestice) podlozi da bi se postigao što veći kontrast u boji između čestica i pozadine, s obzirom da program opisuje konture

oko čestica na osnovu zadatog intenziteta boja. Pre skeniranja uzorka čestica, čestice su pažljivo raspodeljene po podlozi tako da se međusobno ne preklapaju i ne dodiruju, već da se nalaze na međusobnom rastojanju između 3-5 mm. U suprotnom bi pri analizi tako dobijene slike, softver čestice koje se međusobno preklapaju ili dodiruju smatrao jednom česticom što bi dovelo do netačnih rezultata veličine i faktora oblika čestica.

Nakon skeniranja čestica peska, sledi njegova obrada u softveru *SigmaSca*, (*SigmaScan Pro*, 1999), tako što se prvo kalibrišu intenziteti boja na osnovu kojih softver opisuje konture oko svake skenirane čestice i kalibrišu rastojanja između tri referentne tačke na slici na osnovu kojih softver računa površine čestica.

Na slici 3.7 dat je prikaz skenirane slike čestice peska i aranzirane u softveru SigmaScan. Zbog statističke greške merenja bolji rezultat se dobija kada se skenira što veći broj čestica. U našem slučaju taj broj se kretao više od 1000 čestica po jednom skeniranju.

Program automatski opisuje konture skeniranih čestica i na osnovu unesene kalibracije rastojanja repernih tačaka na skeniranoj slici, određuje njihovu projektovanu površinu, projektovani prečnik, faktor oblika, perimetar itd, tabela na slici 3.7.



Slika 3.7 Analiza veličine i faktora oblika pomoću SigmaScan-a.

Tokom analize SigmaScan svakoj od čestica dodeljuje broj, koji omogućuje da se identifikuju čestice i posle povežu sa njihovim izmerenim vrednostima.

Pomoću metode piknometra određena je gustina peska, a takođe je određen i zapreminski prečnik za svaku od ispitivanih frakcija. Na osnovu poznatog broja čestica zapreminski prečnik čestica izračunava na osnovu jednačine:

$$d_v = \sqrt{\frac{6M}{\rho_p \pi N}} \quad (3.5)$$

gde je M – masa čestica, N – je broj čestica.

3.5 Aparatura za merenje kretanja čestica i frekvencije sudara čestica u partikulativno fluidizovanom sloju

Eksperimentalna ispitivanja izvedena su korišćenjem staklenih sferičnih čestica prečnika $d_p=1.94$; 2.98 ; 4.00 i 6.00 mm u četiri različite dvodimenzione kolone, za svaku od veličina čestica. Za svaku od veličina čestica konstruisana je kolona prečnika D_c tako da njena debljina (b) približno odgovara veličini 3 prečnika čestica. Visina svake kolone je $H=400$ mm. Geometrijske karakteristike korišćenih kolona prikazane su u tabeli 3.1.

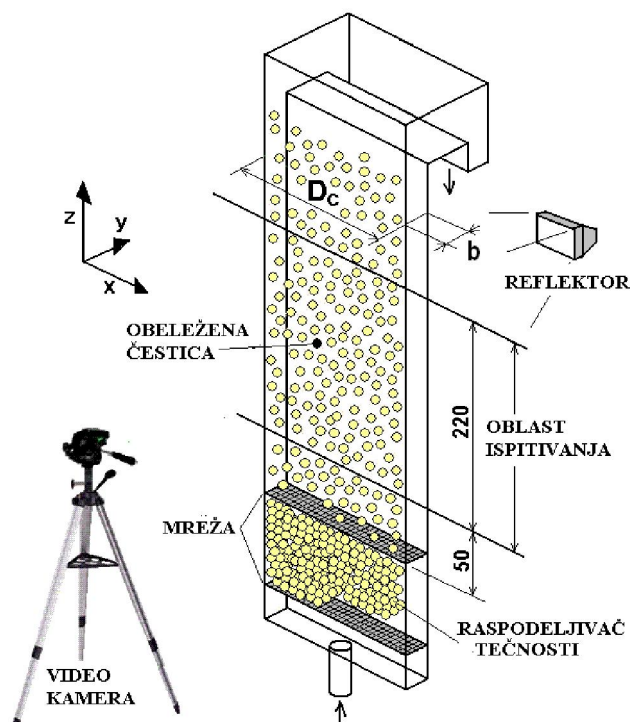
Tabela 3.1 Geometrijske karakteristike kolone

d_p mm	D_c mm	b mm	D/d_p	b/d_p
1.94	139.0	6.0	71.6	3.1
2.98	138.0	10.0	46.3	3.4
4.00	185.0	13.0	46.3	3.3
6.00	278.0	20.4	46.3	3.4

Kolona je opremljena raspodeljivačem tečnosti, delom za smirivanje strujanja fluida, piezometrima i *Yamatate-Honeywell* elektromagnetnim meračima protoka, kao što je prikazano na slici 3.8.

Deo za smirivanje strujanja fluida predstavljao je pakovani sloj čestica visine 150 mm, sačinjen od staklenih sfera prečnika 2 mm za najmanju kolonu, odnosno 3 mm za ostale kolone.

Deaerizovana voda konstantne temperature od 20°C korišćena je kao fluidizaciona tečnost. Pri svakom protoku tečnosti ispitivana visina sloja iznosila je 220 mm.



Slika 3.8 Šematski prikaz 2D- kolone za merenje kretanja čestica u partikulativnom fluidizovanom sloju.

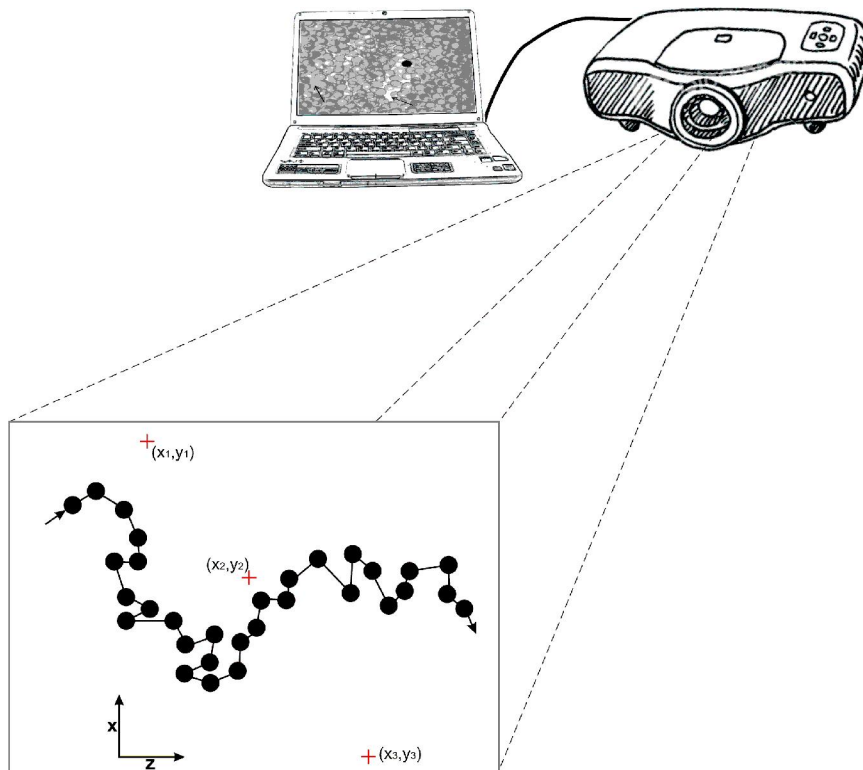
3.6 Postupak određivanja srednje brzine čestica u fluidizovanom sloju

Ispitivanje srednje brzine kretanja čestice u fluidizovanom sloju zasniva se na praćenju kretanja obeležene čestice u dvodimenzionom fluidizovanom sloju sferičnih staklenih čestica, sukcesivnim snimanjem pomoću kamere. U dvodimenzionu kolonu sa prozirnim sferičnim česticama ubaci se obeležena čestica (obojena u crno) i sloj se dovede u stanje fluidizacije podešavanjem protoka tečnosti (vode) pomoću ventila na određenu vrednost.

Uz jako pozadinsko osvetljenje kolone omogućeno je nesmetano praćenje kretanja obeležene čestice tokom vremena. Praćenje obeležene čestice vršeno je snimanjem pomoću kamere postavljene na rastojanju 0.7 m od sloja. Ispitivani deo sloja bio je između $z=50$ i 270 mm, dok je snimanje čestica vršeno brzinom od 30 slika u sekundi, odnosno $\Delta t=1/30 \approx 0.33$ s, slika 3.9.

Dobijeni video snimak je analiziran projektovanjem uzastopnih kadrova video-snimka na papir, slika 3.10 i obeležavanjem pozicije centra čestice na papiru na svakom kadru snimka.

Dobijena slika se skenira i zatim analizira u softverskom paketu za analizu slika (*SigmaScan Pro 5.0, 1999*)

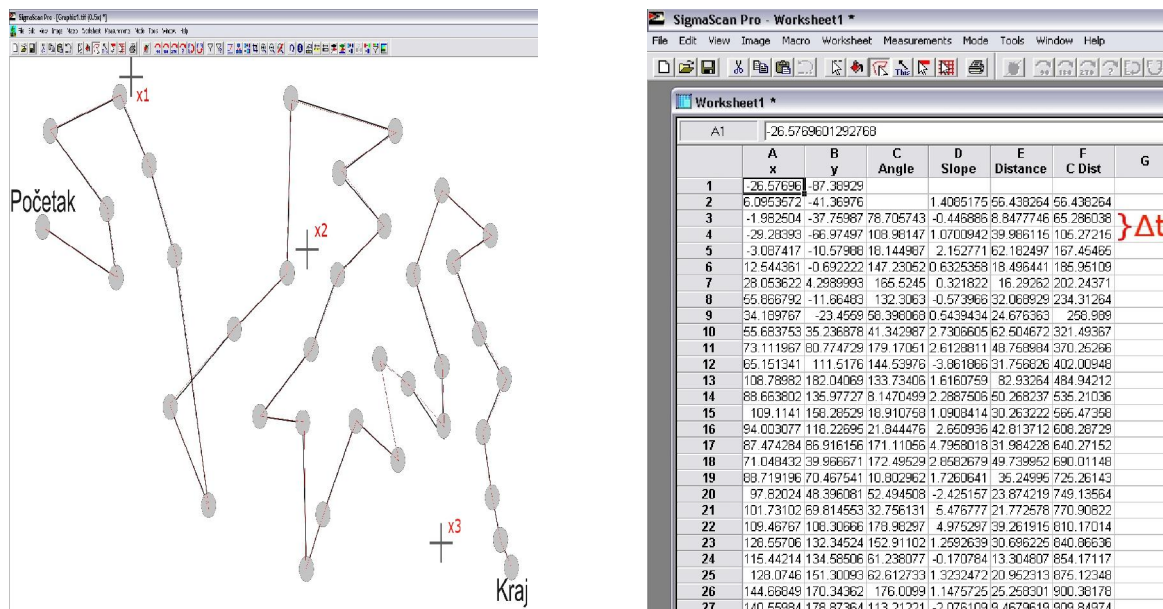


Slika 3.9 Šematski prikaz projektovanja uzastopnih kadrova video snimka kretanja obeležene čestice u fluidizovanom sloju.

Tokom analize skenirane trajektorije kretanja obeležene čestice vođeno je računa o smeru kretanja čestice (početak-kraj) kao i da se tokom analize slike trajektorije čestice uvek obeleži sredina čestice, slika 3.10.

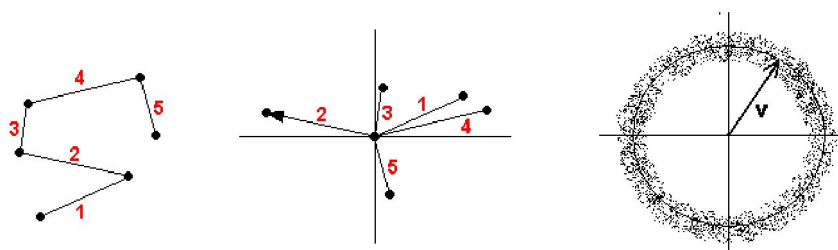
Pre svake analize slike u SigmaScan-u rađena je kalibracija površine i rastojanja u sistemu, (tačke (x_1, y_1) , (x_2, y_2) , (x_3, y_3)), slika 3.9. Kao izlazni podaci iz softvera dobijaju se koordinate čestice (x, y) tokom vremena, rastojanje i nagib između dva uzastopna položaja čestice, kao i ukupni pređeni put čestice tokom merenja. Dobijeni podaci korišćeni su za izračunavanje ukupne brzine čestica, kao i horizontalne i vertikalne komponente vektora brzine.

S obzirom na činjenicu da je debljina kolone približno 3 prečnika čestice, kretanje u y - pravcu može se zanemariti.



Slika 3.10 Analiza kretanja čestice u fluidizovanom sloju pomoću SigmaScan-a.

Na osnovu merenja položaja obeležene čestice tokom određenih vremenskih intervala mogu se odrediti raspodele brzina po intenzitetu i smeru kretanja, slika 3.11.



Slika 3.11 Raspodela brzine po intenzitetu

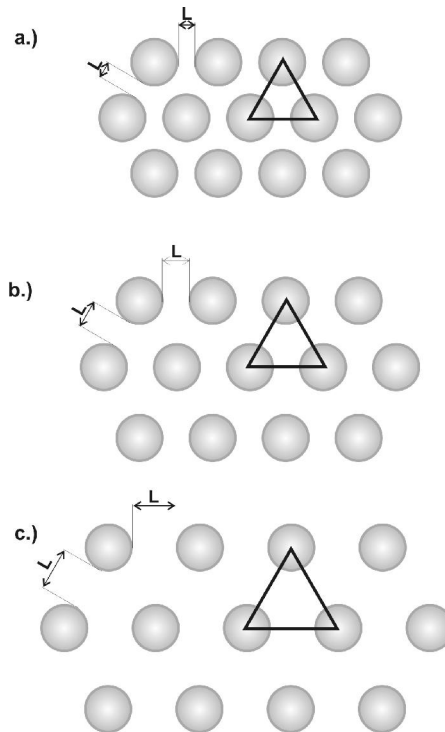
Na osnovu broja uzastopnih merenja N (položaja obeležene čestice), vremenskog intervala između dva merenja $\Delta\tau_i$, i brzine kretanja obeležene čestice u svakom intervalu merenja, može da se izračuna srednja brzina kretanja čestica u fluidizovanom sloju;

$$v_{sr} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{v_i}{\Delta\tau_i} \quad (3.6)$$

gde je broj merenja N kreće između 300 i 7500. Veći broj merenja N vodi ka preciznijem merenju.

3.7 Konture za model za optimalnu poroznost

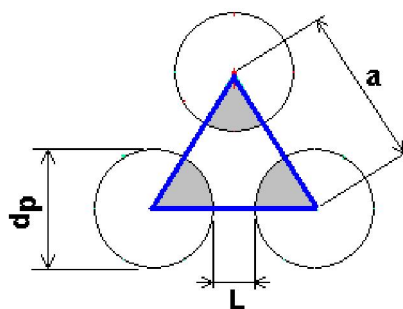
Predpostavimo idealizovani dvodimenzioni sloj (2D) u kome su čestice raspoređene u temenima istostraničnog trougla. Pri povećavanju brzine fluida sloj ekspanduje (stanja a, b, c na slika 5.16) na taj način da se raspored čestica ne menja ali se srazmerno povećava poroznost i rastojanje L između bilo koje 2 čestice.



Slika 3.12 Šematski prikaz ekspanzije idealnog 2D sloja

Ua.) < Ub.) < Uc.)

Za veliki broj čestica geometrijski odnosi u 1 trouglu biće reprezentativni za ceo sloj slika 3.12.



Slika 3.13 Geometrijski odnosi

Poroznost ovakvog 2D idelaizovanog sloja je

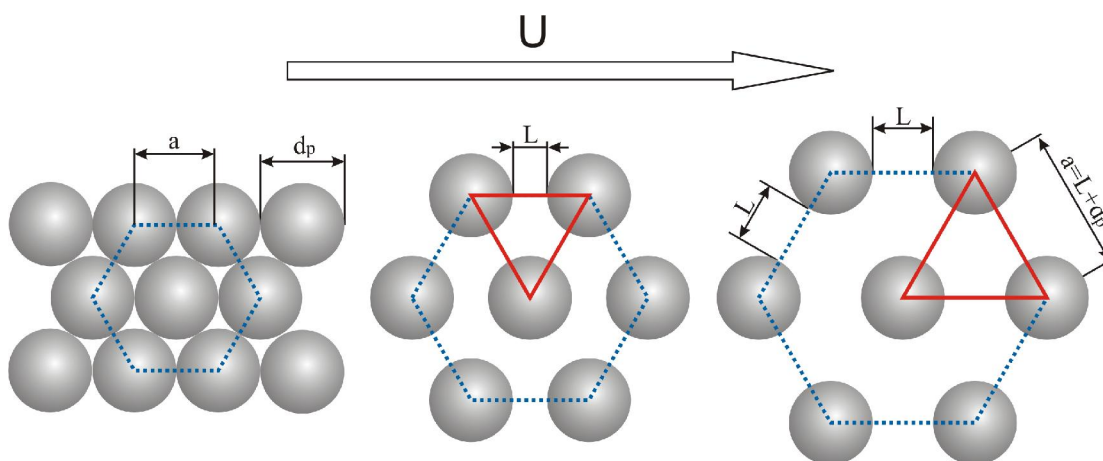
$$\varepsilon = \frac{\text{Površina praznog prostora u trouglu}}{\text{Površina trougla}} \quad (3.7)$$

Uzimajući u obzir geometrijske odnose (sl.3.13) sledi da je

$$\varepsilon = 1 - \frac{2\pi d_p^2}{\sqrt{3}(L + d_p)^2} \quad (3.8)$$

odnosno

$$L = d_p \left[\left(\frac{2\pi}{\sqrt{3}(1 - \varepsilon)} \right)^{1/2} - 1 \right] \quad (3.9)$$



Slika 3.14 Šematski prikaz 2D sloja na temenima pravouglog šestougla

Sistem možemo da posmatramo i tako da su čestice raspoređene na temenima pravilnog šestougla sa jednom česticom u sredini, slika 3.14. Za čestice prečnika $d_p=2.98$ mm zavisnost rastojanja L od poroznosti sloja prikazana je na slika 3.15

Poroznost ovakvog sloja je

$$\varepsilon = \frac{\text{Površina praznog prostora u šestouglu}}{\text{Površina šestougla}} \quad (3.10)$$

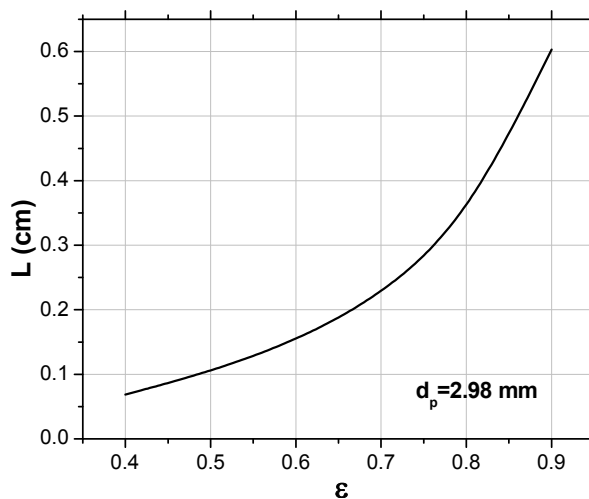
Uzimajući u obzir geometrijske odnose (sl.3.12) sledi da je

$$\varepsilon = \frac{3\sqrt{3}a^2 / 2 - 3d_p^2\pi}{3\sqrt{3}a^2 / 2} = 1 - 2 \frac{d_p^2\pi}{\sqrt{3}(L + d_p)^2} \quad (3.11)$$

dobija se ista zavisnost $L=f(\varepsilon)$ kao i za idealni 2D sloj

$$L = d_p \left[\left(2 \frac{\pi}{\sqrt{3}(1-\varepsilon)} \right)^{1/2} - 1 \right] \quad (3.12)$$

Za čestice prečnika $d_p=2.98$ mm zavisnost rastojanja L od poroznosti sloja prikazana je na slici 3.15



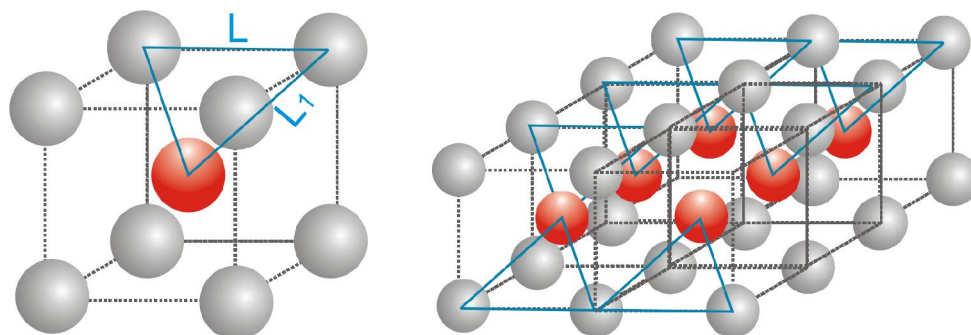
Slika 3.15 Zavisnost L od ε za idealizovani 2D sloj

Ako se čestice u sloju kreću brzinom v_{sr} može se definisati karakteristično vreme kontakta, na sledeći način:

$$\tau_k = \frac{L}{v_{sr}} \quad (3.13)$$

Frekvencija sudara je obrnuto proporcionalna τ_k .

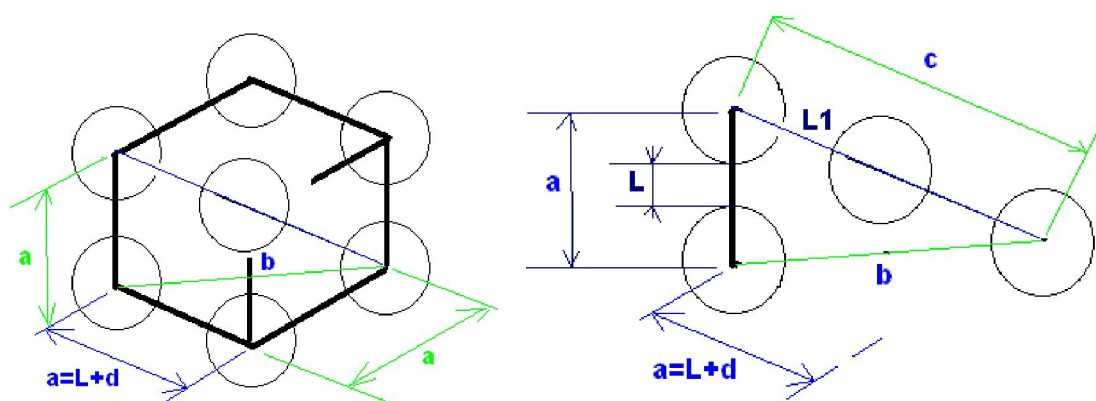
Ako pretpostavimo idealizovan 3D sloj u kome su čestice raspoređene tako da se četiri sfere nalaze na temenima kocke a jedna sfera u sredini, slika 3.16. Tokom ekspanzije idealnog 3D sloja pretpostavlja se da se međusobni položaj između kuglica ne menja dok se menja samo međusobno rastojanje između kuglica.



Slika 3.16 Šematski prikaz idealnog 3D sloja

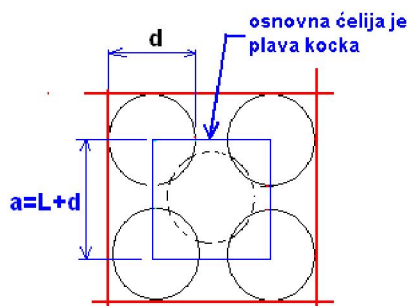
Ako je prečnik kuglice = d , a dužina stranice kocke = a , onda je srednje rastojanje između kuglica L_{sr} jednako 12 veza dužina L (kuglice u ćoškovima kocke) i 8 veza dužine (kuglica u centru kocke ima 8 veza sa kuglicama na temenima)

$$L_{sr} = (12L + 8L_1) / 20 \tag{3.14}$$



Slika 3.17 Presek po diagonali idealnog 3D sloja

Usvaja se da su geometrijski odnosi u osnovnoj ćeliji kocke, slika 3.18, reprezentativni za ceo slučaj.



Slika 3.18 Osnovna ćelija idealnog 3D sloja kuglica

U osnovi ćelije ima: 1 cela kuglica tj. $8 \cdot (1/8)$ kuglica;
Zapremina sloja je:

$$V_{sl} = (L + d)^3 \quad (3.15)$$

dok je zapremina kuglica:

$$V_p = (8 \cdot (1/8) + 1) \cdot (d^3 \pi / 6) = d^3 \pi / 3 \quad (3.16)$$

pa je zavisnost poroznosti sloja od rastojanja između kuglica:

$$1 - \varepsilon = \frac{\text{zapremina kuglica}}{\text{zapremina sloja}} = \frac{d^3 \pi / 3}{(L + d)^3} \quad (3.17)$$

$$(L + d)^3 = \frac{d^3 \pi / 3}{1 - \varepsilon} \rightarrow L + d = d \sqrt[3]{\frac{\pi}{3(1 - \varepsilon)}}$$

tj.

$$L = d \left[\sqrt[3]{\frac{\pi}{3(1 - \varepsilon)}} - 1 \right] \quad (3.18)$$

Ako je, $a = L + d$; $b = a\sqrt{2}$; $c = a\sqrt{3}$; $c = 2L_1 + 2d_p$, onda je L_1 ;

$$L_1 = (L + d) \frac{\sqrt{3}}{2} - d \quad (3.19)$$

pa je;

$$L_{sr} = \frac{1}{20} \left[12 \cdot \left(d \cdot \sqrt[3]{\frac{\pi}{3(1 - \varepsilon)}} - 1 \right) + 8 \cdot \left(\left(\left(d \cdot \sqrt[3]{\frac{\pi}{3(1 - \varepsilon)}} - 1 \right) + d \right) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - d \right) \right] \quad (3.20)$$

Srednje rastojanje između molekula, između dva sudara je;

$$L = \frac{1}{\sqrt{2} \pi d_p^2 (N/V)} \quad (3.21)$$

gde je d_p –prečnik čestice (molekula), N -broj molekula, V -zapremina.

U partikulativno fluidizovanom sloju, (Carlos i Richardson, 1968):

$$N = \frac{\text{masa sloja}}{\text{masa čestice}} = \frac{\rho_p (1 - \varepsilon) A_c H}{\rho_p \left(\frac{\pi}{6} d_p^3 \right)}, \quad V = A_c H \quad (3.22)$$

$$L = \frac{d_p}{6\sqrt{2}(1 - \varepsilon)} \quad (3.23)$$

3.8 Frekvencija sudara

Frekvencija sudara čestica u fluidizovanom sloju u skladu sa analogijom kretanja molekula gasa u kinetičkoj teoriji može se prikazati jednačinom;

$$f_1 = \frac{v_m}{\lambda} \quad (3.24)$$

gde je v_m srednja brzina kretanja čestice a λ je srednje rastojanje koje pređe čestica između dva sukcesivna sudara.

Karakteristično vreme kontakta za jednu česticu je recipročna vrednost frekvencije sudara odnosno jednačine (3.24):

$$\tau_k = \left(\frac{v_m}{\lambda} \right)^{-1} = \frac{\lambda}{v_m} \quad (3.25)$$

Ako se uzme u obzir poroznost fluidizovanog sloja, srednje rastojanje koje pređe čestica između dva sukcesivna sudara je, (*Carlos i Richardson, 1968*):

$$\lambda = \frac{d_p}{6\sqrt{2}(1-\varepsilon)} \quad (3.26)$$

Srednja vrednost frekvencije binarnih sudara je (*Nelson, 1988*):

$$f_t = \frac{1}{2} N \cdot f_1 = \frac{1}{2} N \frac{v_m}{\lambda} \quad (3.27)$$

gde je N broj čestica u jedinici zapremine sloja:

$$N = \frac{1-\varepsilon}{\frac{\pi}{6} d_p^3} \quad (3.28)$$

Kombinacijom jednačina (3.24) i (3.28), srednja frekvencija binarnih sudara obuhvaćena sa analogijom kinetičke teorije gasnog stanja:

$$f_t = \frac{18\sqrt{2}}{\pi} \frac{(1-\varepsilon)^2}{d_p^4} v_m \quad (3.29)$$

(*Gidaspow, 1994*) je predložio jednačinu za teorijski broj sudara čestica u fluidizovanom sloju sačinjenom od sferičnih čestica jednakih veličina:

$$f_t = \frac{144}{\pi\sqrt{3}} \frac{g_0(1-\varepsilon)^2}{d_p^4} v_m \quad (3.30)$$

gde je parametar g_0 definisan sledećom jednačinom:

$$g_0 = \left[1 - \left(\frac{1 - \varepsilon}{1 - \varepsilon_0} \right)^{1/3} \right]^{-1} \quad (3.31)$$

Korelaciju za frekvenciju sudara čestica u fluidizovanom sloju koju je definisao (*Pronk, 2009*) data je sledećom jednačinom:

$$f_t = 5.405 \frac{g_{0,adj} (1 - \varepsilon)^2}{d_p^4} v_m \quad (3.32)$$

gde je $g_{0,adj}$ je usaglašena vrednost g_0 .

Prema hipotezi koju je predložio, (*Epstein, 2003*) :

$$f_t \propto U \cdot (1 - \varepsilon) \quad (3.33)$$

Aghajani, (Aghajani, 2005) je predložio korelacionu jednačinu za frekvenciju sudara čestica-zid u fluidizovanom sloju sferičnih čestica:

$$f_1 = 1.5 \cdot \left(\frac{U}{d_p} \right) (1 - \varepsilon)^{1.8} (\varepsilon - \varepsilon_0)^{0.2} \quad (3.34)$$

gde je ε_0 poroznost pakovanog sloja čestica.

REZULTATI I DISKUSIJA

4. Karakterizacija veličine čestica i ispitivanje ekspanzije sloja tokom fluidizacije

4.1 Karakterizacija veličine i oblika polidisperznih smeša nesferičnih čestica filtracionog peska

Polidisperznu smešu čestica čine čestice različite veličine kao i različitog faktora oblika. Na osnovu analize rezultata brzine taloženja pojedinačnih čestica i „oblaka čestica“ za svaku posebnu frakciju peska određene granulacija može se zaključiti da se brzine taloženja razlikuju usled razlike u veličini čestica i faktora oblika čestica (odstupanje od pravilnog sferičnog oblika).

S obzirom da se polidisperzne smeše sastoje od velikog broja čestica različite veličine i oblika javlja se potreba za definisanjem odnosno karakterizacijom takvih sistema.

Iz tog razloga je predložena metoda kojom može da se odredi veličine čestica smeša a za polidisperzne smeše raspodela veličine čestica čestica. Raspodela veličine čestica određena je za sve frakcije peska dobijene sejanjem (tabela 4.1) analizom skenirane slike N broja čestica u softverskom paketu (*SigmaScan Pro, 1999*) može da se odredi projektovana površina A_i i perimetar L_i svake i -te čestice, na osnovu čega može da se odredi prečnik projektovane površine za svaku česticu;

$$d_{A_i} = \sqrt{\frac{4}{\pi} \sum A_i} \quad (4.1)$$

a faktor oblika čestica;

$$\varphi_i = \sum \frac{4\pi A_i}{L_i^2} \quad (4.2)$$

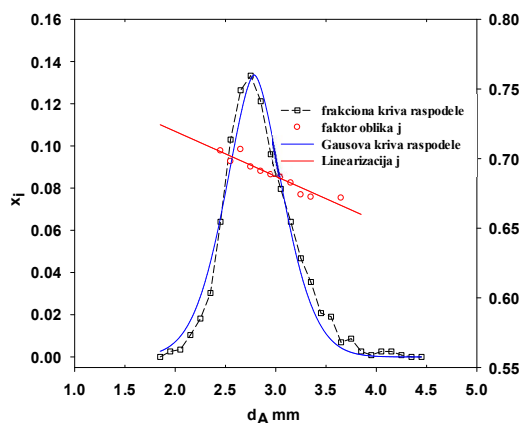
Na osnovu određenih vrednosti prečnika d_{A_i} i faktora oblika φ_i N broja čestica formiraju se frakcione krive raspodele veličine čestica. Frakcione krive raspodela čestica prikazane su na graficima, slike 4.1-4.14. Može se konstatovati da se raspodela veličine čestica približno pokorava normalnom zakonu raspodele, koji može da se opiše *Gausovom* jednačinom raspodele;

$$x_i = a \cdot \exp \left\{ -0.5 \cdot \left| \frac{(d_A - d_{Am})}{b} \right|^c \right\} \quad (4.3)$$

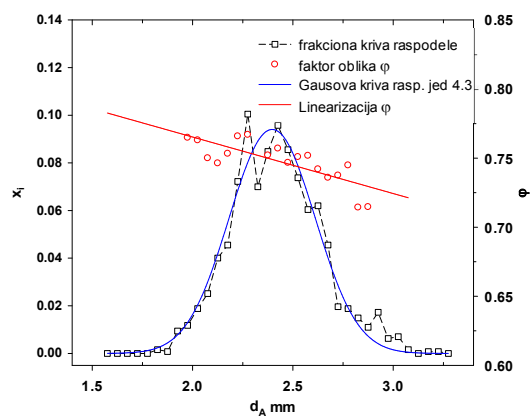
gde je d_{Am} srednja vrednost prečnika projektovane površine,

$$d_{Am} = \frac{1}{N} \sqrt{\frac{4}{\pi} \sum A_i} \quad (4.4)$$

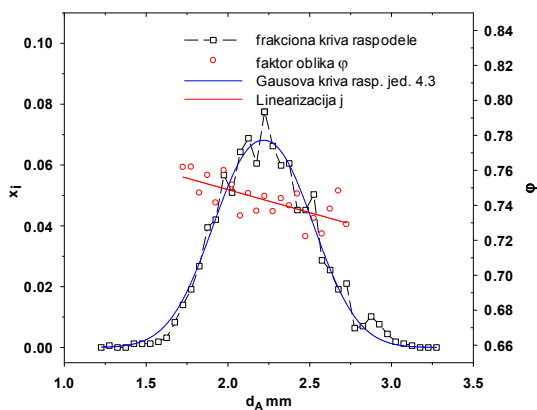
a parametri a , b i c su parametri *Gausove* raspodele. Vrednosti parametara raspodele a , b i c prikazane su u tabeli 4.3



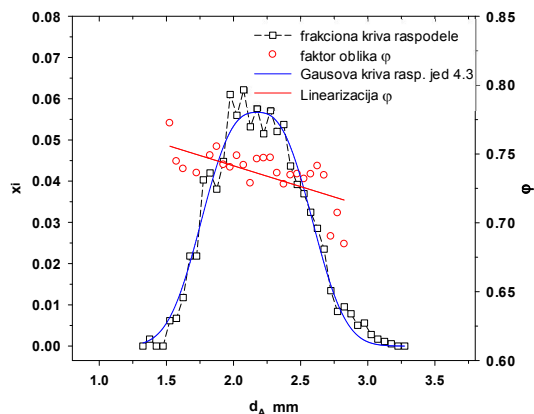
Slika 4.1 Raspedela veličine čestica, zavisnost ϕ čestica od d_A za frakciju 2.830/2.000



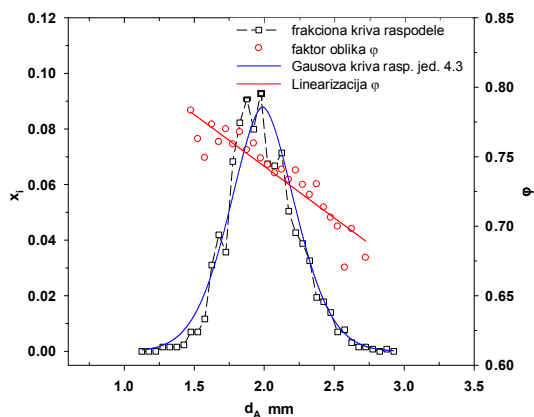
Slika 4.2 Raspedela veličine čestica, zavisnost ϕ čestica od d_A za frakciju 2.000/1.600



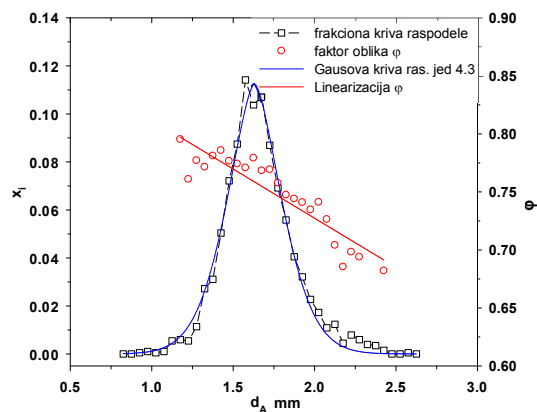
Slika 4.3 Raspedela veličine čestica, zavisnost ϕ čestica od d_A za frakciju 2.000/1.400



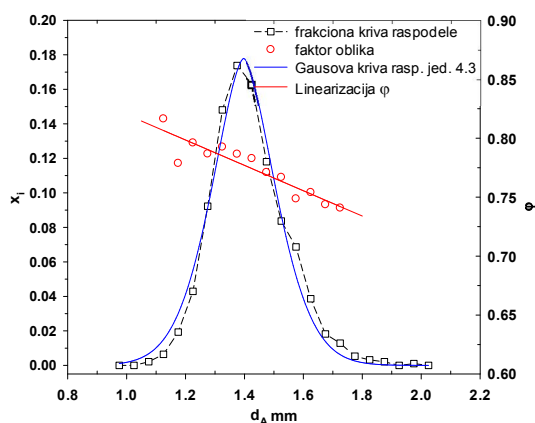
Slika 4.4 Raspedela veličine čestica, zavisnost ϕ čestica od d_A za frakciju 2.000/1.166



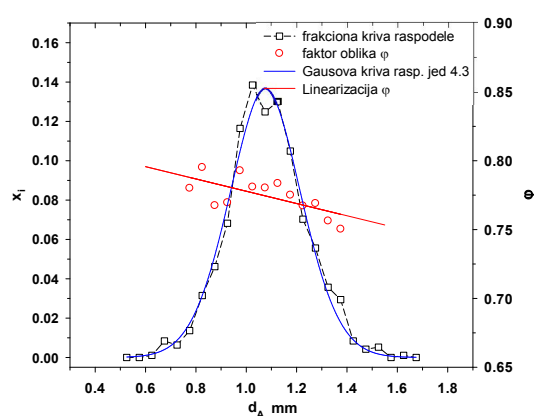
Slika 4.5 Rasponela veličine čestica, zavisnost φ čestica od d_A za frakciju 1.600/1.4006 mm



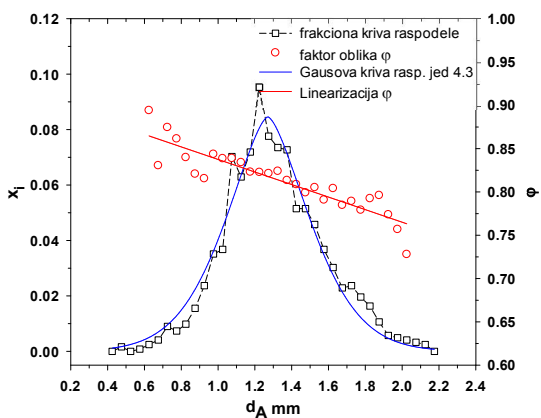
Slika 4.6 Rasponela veličine čestica, zavisnost φ čestica od d_A za frakciju 1,406/1.166 mm



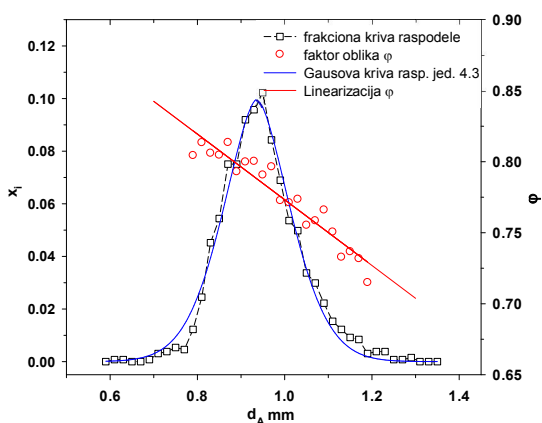
Slika 4.7 Rasponela veličine čestica, zavisnost φ čestica od d_A za frakciju 1.166/1.030 mm



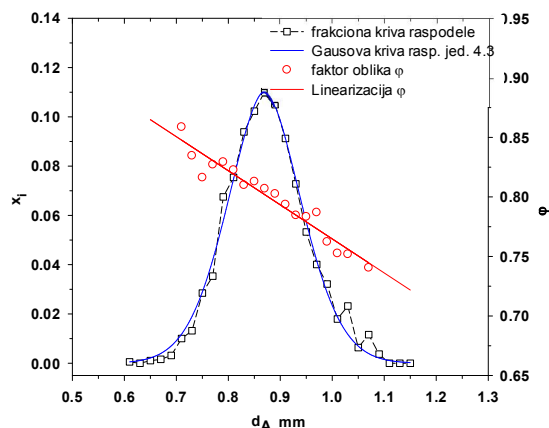
Slika 4.8 Rasponela veličine čestica, zavisnost φ čestica od d_A za frakciju 1.030/0.850 mm



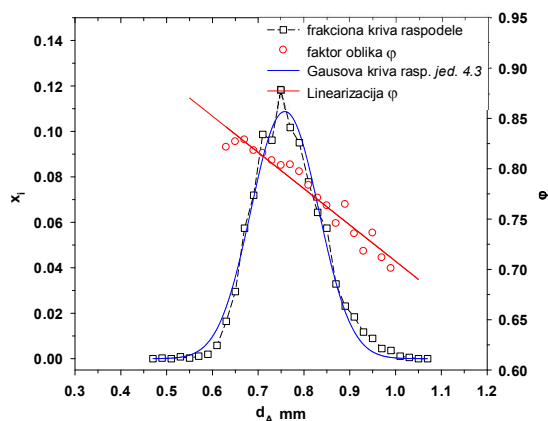
Slika 4.9 Rasponela veličine čestica, zavisnost φ čestica od d_A za frakciju 0.75/1.25 mm



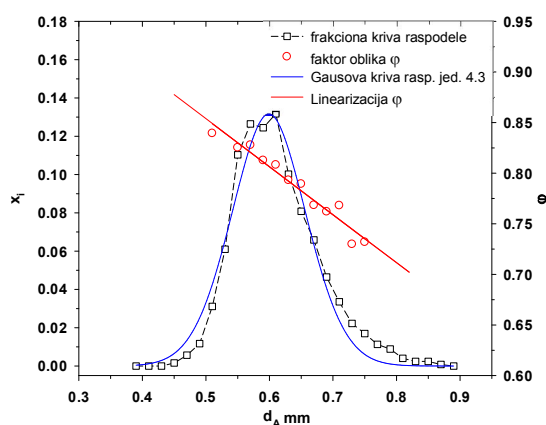
Slika 4.10 Analiza osetljivosti merenja brzine taloženja U_t za frakciju 0.850/0.711mm



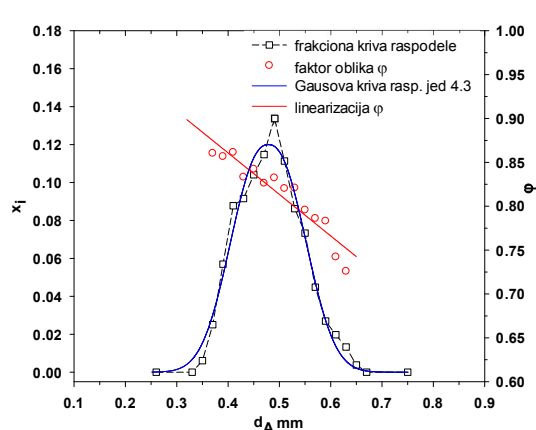
Slika 4.11 Raspodela veličine čestica, zavisnost φ čestica od d_A za frakciju 0.711/0.600



Slika 4.12 Raspodela veličine čestica, zavisnost φ čestica od d_A za frakciju 0.600/0.519



Slika 4.13 Raspodela veličine čestica, zavisnost φ čestica od d_A za frakciju 0.589/0.420 mm

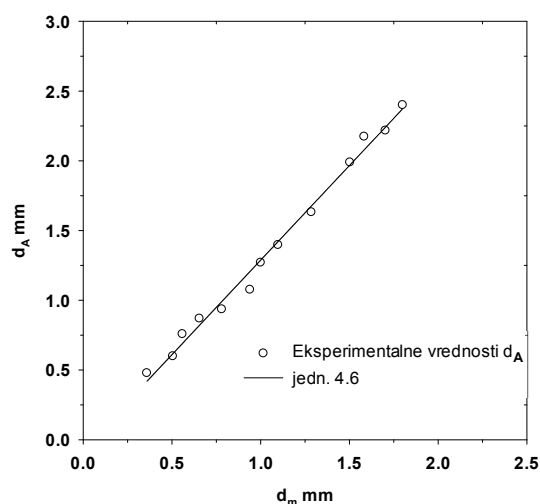


Slika 4.14 Raspodela veličine čestica, zavisnost φ čestica od d_A za frakciju 0.420/0.297 mm

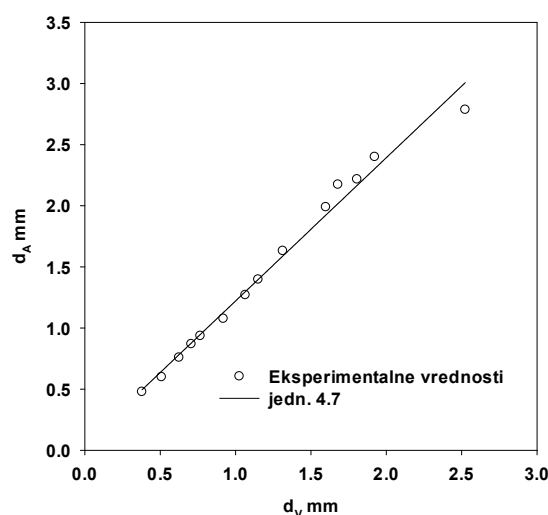
Na slikama 4.2, 4.3, 4.4 prikazane su frakcione krive raspodele veličine čestica za frakcije 2.000/1.600, 2.000/1.406 i 2.000/1.166 mm.

Primećuje se da sa povećanjem razlike između veličine otvora gornjeg i donjeg sita jasno raste i raspon u raspodeli veličine čestica, tj. da je širina krive raspodele veća a amplituda manja, ovu zavisnost može da se opiše *Gaus*-ovovom krivom raspodele, (Đuriš, 2013).

Sa grafika na slikama 4.5-4.14 na kojima su prikazane zavisnost udela x_i čestica u zavisnosti od prečnika projektovane površine d_A , primećuje se da na svim graficima frakciona kriva raspodele ima oblik *Gaus*-ove krive raspodele.



Slika 4.15 Zavisnost prečnika projektovane površine d_A od prečnika čestica dobijenog prosejavanjem d_m



Slika 4.16 Zavisnost prečnika projektovane površine čestica d_A od zapreminskog prečnika čestica d_V

Na istim graficima prikazana je i zavisnost faktora oblika čestica φ jed. (4.2) koja opisuje odstupanje oblika nesferičnih čestica od idealnog oblika sfere, (pri čemu je za $\varphi_{sfere}=1$, $\varphi_{nesfe}<1$).

Sa slika 4.5-4.14 primećuje se da se zavisnost $\varphi=f(d_A)$ može opisati linearnom funkcijom ($\varphi = \varphi_0 + k$, vrednosti date u tabeli 4.2), i da vrednost faktor oblika φ opada sa porastom prečnika projektovane površine d_A , što ukazuje na to da su sitnije čestice pravilnijeg oblika, o čemu će više biti rečeno u narednom poglavlju.

Zavisnost prečnika projektovane površine d_A od prečnika čestica dobijenog prosejavanjem d_m prikazana je na slici 4.15.

$$d_m = \frac{d_{s,n} + d_{s,n+1}}{2} \quad (4.5)$$

gde je $d_{s,n}$ je veličina na otvoru sita kroz koje su čestice tokom sejanja prošle, a $d_{s,n+1}$ je veličina otvora sita na kome su se čestice zadržale tokom sejanja.

Sa grafika na slici 4.15 vidi se da se zavisnost $d_A = f(d_m)$ za čestice peska, može opisati pravom linijom, odnosno;

Error! Objects cannot be created from editing field codes.

(4.6)

Poznavanje vrednosti prečnika projektovane površine d_A čestica peska od bitnog je značaja, jer prečnik d_A često figuriše u inženjerskim proračunima, npr. za određivanje oblika čestica i brzine taloženja nesferičnih čestica (Ganser, 1993) i sl.

Tabela 4.2 Karakterizacija veličine i oblika čestica polidisperzne smeše, pomoću softverskog paketa SigmaScan Pro

frakcija	d_A mm	d_{Am} mm	φ	$\varphi_{sre.}$	N	a	b	c	φ_0	k
2.830/2.000	1.938- 4.131	2.786	0.408- 0.869	0.681	1155	0.133	0.273	2.786	0.784	-0.032
2.000/1.600	1.803- 3.234	2.400	0.500- 0.866	0.750	1272	0.094	0.214	2.035	0.847	-0.041
2.000/1.406	1.638- 3.218	2.217	0.404- 0.864	0.737	1570	0.068	0.299	2.152	0.801	-0.026
2.000/1.166	1.366- 3.241	2.174	0.414- 0.883	0.724	1791	0.0567	0.3817	2.699	0.802	-0.030
1.600/1.406	1.284- 2.860	1.989	0.422- 0.876	0.747	1288	0.0879	0.226	1.738	0.892	-0.074
1.406/1.166	1.146- 2.440	1.631	0.402- 0.892	0.764	2024	0.113	0.156	1.589	0.897	-0.085
1.166/1.030	1.068- 1.950	1.397	0.393- 0.905	0.776	932	0.178	0.103	1.638	0.927	-0.107
1.030/0.850	0.691- 1.544	1.076	0.403- 0.923	0.781	1748	0.137	0.141	1.868	0.823	-0.045
0.75/1.25	0.578- 2.281	1.270	0.539- 0.978	0.786	1230	0.084	0.021	1.539	0.910	- 0.072
0.850/0.711	0.640- 1.393	0.936	0.399- 0.919	0.800	1323	0.010	0.073	1.663	1.004	- 0.231
0.711/0.600	0.615- 1.086	0.869	0.404- 0.943	0.794	1896	0.110	0.069	1.781	1.051	- 0.286
0.600/0.519	0.437- 1.012	0.758	0.402- 0.953	0.800	3595	0.109	0.073	2.053	1.068	- 0.360
0.589/0.420	0.440- 0.869	0.599	0.396- 0.961	0.827	2475	0.132	0.058	1.898	1.097	- 0.474
0.420/0.297	0.354- 0.621	0.478	0.406- 0.976	0.817	2589	0.120	0.070	2.339	1.050	- 0.473

Pomoću jednačine (4.6) može lako da se izračuna prečnik d_A čestica, s obzirom na to što se prečnik d_m lako određuje jed. (4.5) jer je veličina otvora sita ($d_{s,n+1}$ i $d_{s,n}$) **uvek poznata**.

Na slici 4.16 data je zavisnost projektovanog prečnika d_A određenog na osnovu analize skenirane slike čestica u softverskom paketu (*SigmaScan Pro*, 1999) u funkciji zapreminskog prečnika. Sa slike se vidi da je zavisnost linearna i da može da se izrazi pravom linijom, odnosno;

$$d_A = 1.172d_V + 0.05 \quad (4.7)$$

Ove veličine su bitne za predviđanje eskpanzionih parametara i karakteristika sloja koji fluidizuje, i može naći primenu u predviđanju optimalne brzine ispiranja pešćanih filtera u industriji.

U zadnjih nekoliko godina, objavljeno je nekoliko radova u kojima se proučava karakterizacija veličine čestica i 2D faktora oblika na osnovu skenirane slike čestica i kompjuterskog softvera za analizu slika, (Arsenijević, 1999; Miyajima, 2001; Souza, 2011; Đuriš, 2013). Određivanje veličine čestica d_A i 2D faktora oblika φ od velikog je značaja zbog moguće korelacije između φ i sferičnosti čestica ψ . U koliko bi bilo moguće uspostaviti korelaciju između faktora oblika φ i sferičnosti čestica ψ , 2D faktora oblika bi mogao da se koristi za predviđanje sferičnosti nesferičnih čestica, čija sferičnost je teška za određivanje, skoro i nemoguće da se odredi direktnom analizom. Određivanje sferičnosti nesferičnih čestica i veza sa faktorom oblika čestica opisana je u narednom poglavlju.

4.1.1 Određivanje zapreminskog prečnika kao karakteristične veličine

Na osnovu, poznate mase N -broja čestica može da se izračuna srednji zapreminski prečnik d_v polidisperznih smeša nesferičnih čestica korišćenjem jednačine:

$$d_v = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot m}{N \cdot \rho_p \cdot \pi}} \quad (4.8)$$

gde je m -izmerena masa čestica gustine ρ_p , N - broj čestica.

Tabela 4.3 Karakteristični prečnici čestica

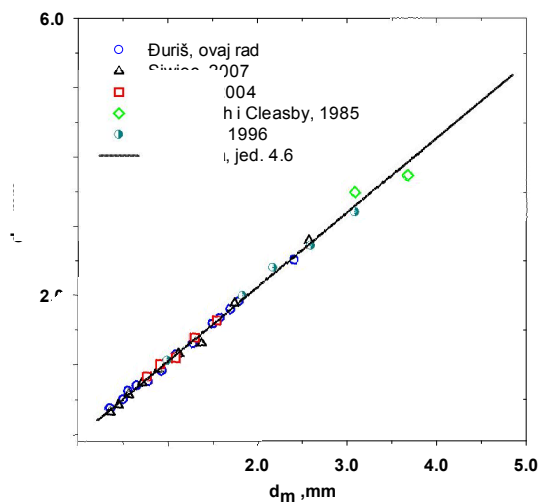
frakcija	d_m mm	d_v mm	$d_{v, kalk.}$ mm	$d_{sv, kalk.}$ mm	$d_{sv, Ergun}$ mm	$d_{sv, K.C.}$ mm	d_{Am} mm	d_t mm	$d_{t, sre}$ mm	d_E mm
2.830/2.000	2.415	2.524	2.573	1.941	2.073	1.836	2.786	0.86- 1.63	1.191	1.372
2.000/1.600	1.800	1.924	1.911	1.480	1.183	1.183	2.400	0.70- 1.24	0.997	1.191
2.000/1.406	1.703	1.806	1.806	1.389	1.118	1.175	2.217	0.66- 1.44	1.069	1.096
2.000/1.166	1.583	1.680	1.677	1.292	1.297	1.372	2.174	0.56- 1.44	0.967	1.048
1.600/1.406	1.503	1.599	1.591	1.230	1.074	1.113	1.989	0.64- 1.22	0.954	0.999
1.406/1.166	1.286	1.313	1.357	1.010	0.898	0.922	1.631	0.67- 1.13	0.877	0.981
1.166/1.030	1.098	1.150	1.155	0.885	0.807	0.840	1.397	0.59- 1.09	0.843	0.837
1.030/0.850	0.940	0.919	0.985	0.707	0.648	0.689	1.076	0.48- 1.82	0.683	0.731
0.75/1.25	1.000	1.065	1.049	0.819	0.636	0.677	1.270	-	0.705	0.788
0.850/0.711	0.781	0.766	0.814	0.589	0.599	0.605	0.936	0.37- 0.72	0.549	0.613
0.711/0.600	0.655	0.706	0.678	0.543	0.655	0.709	0.869	0.35- 0.61	0.489	0.643
0.600/0.519	0.559	0.625	0.575	0.481	0.478	0.526	0.758	0.36-	0.454	0.527

								0.52		
0.589/0.420	0.505	0.509	0.516	0.392	0.386	0.420	0.599	0.26-0.47	0.389	0.466
0.420/0.297	0.359	0.379	0.359	0.292	0.249	0.280	0.478	0.13-0.39	0.309	0.363

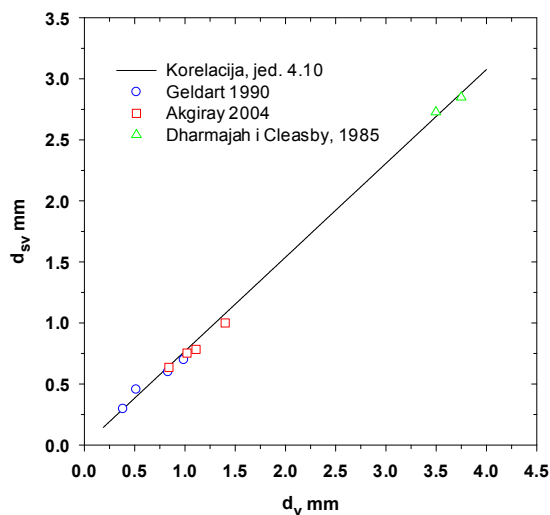
U tabeli 4.3 prikazane su izračunate vrednosti zapreminskog prečnika d_v za određenu frakciju, gde se broj čestica N kretao između vrednosti 600-1000, u zavisnosti od frakcije. Na osnovu experimentalnih i literaturnih podataka (Siwiec,2007; Akgiray 2004; Dharmarajah i Cleasby, 1985; Arsenijević 1999), izvedena je korelaciona jednačina zavisnosti zapreminskog prečnika čestica d_v u funkciji srednjeg sejanog prečnika d_m ;

Na slici 4.17 prikazana je zavisnost između d_v i srednjeg prečnika čestica sejanog prečnika d_m za pesak. Primećuje se da je zavisnost $d_v=f(d_m)$ linearna funkcija i da može da se opiše jednačinom:

$$d_v = 1.0768 \cdot d_m - 0.0274 \quad (4.9)$$



Slika 4.17 Zavisnost između d_v i srednjeg prečnika čestica dobijenog sejanjem d_m za pesak.



Slika 4.18 Zavisnost između d_{sv} i srednjeg zapreminskog prečnika čestica d_v za pesak.

Zavisnost $d_v=f(d_m)$ je značajna jer se srednji prečnik čestica dobijen sejanjem d_m lako određuje prema jednačini (4.5). Poznavanje vrednosti zapreminskog prečnika nesferičnih čestica d_v od velikog je značaja, jer se zapreminski prečnik često koristi za proračun *Reynolds*-ovog broja čestica, slobodnog brzine taloženja, definisanje oblika čestica i sl..

4.1.2 Određivanje površinsko zapreminskog prečnika kao karakteristične veličine

Površinsko zapreminski prečnik d_{sv} predstavlja prečnik sfere koja bi imala isti odnos površine i zapremine kao i ispitivana čestica.

(Geldart, 1986) preporučuje da površinsko zapreminski prečnik d_{sv} nesferičnih čestica može da se odredi primenom Ergun-ove jednačine i fitovanjem eksperimentalnih podataka $-dP/dz$.

$$-\frac{dP}{dz} = 150 \frac{(1 - \varepsilon_0)^2}{\varepsilon_0^3} \frac{\mu}{d_{sv}^2} U + 1.75 \frac{(1 - \varepsilon_0)}{\varepsilon_0^3} \frac{\rho_f}{d_{sv}} U^2 \quad (4.10)$$

Traži se d_{sv} koji najbolje opisuje eksperimentalne podatke, pri $Re_p < 30$ da bi se izbegao uticaj rapavosti čestica.

Zapreminski prečnik čestica d_{sv} može takođe da se odredi i primenom Ergun-ove jednačine za tačku minimalnu brzine fluidizacije U_{mF} ispitivane frakcije peska, (Ergun, 1954):

$$-\frac{\Delta P}{H} = 150 \frac{(1 - \varepsilon_{mF})^2}{\varepsilon_{mF}^3} \frac{\mu}{d_{sv}^2} U_{mF} + 1.75 \frac{(1 - \varepsilon_{mF})}{\varepsilon_{mF}^3} \frac{\rho_f}{d_{sv}} U_{mF}^2 \quad (4.11)$$

kao i primenom jednačine Karman-Kozenija, (Carman-Kozeny 1937):

$$-\frac{\Delta P}{H} = 180 \frac{(1 - \varepsilon)^2}{\varepsilon^3} \frac{\mu}{d_{sv}^2} U \quad (4.12)$$

Na osnovu literaturnih podataka za d_{sv} i d_v može da se izrazi zavisnost $d_{sv} = f(d_v)$.

Na slici 4.18 prikazana je zavisnost između d_{sv} i srednjeg zapreminskog prečnika čestica d_v za pesak i može se predstaviti korelacionom zavisnošću $d_{sv} = f(d_v)$.

$$d_{sv} = 0.7692 \cdot d_v \quad (4.13)$$

ako se jednačina (4.8) uvrsti u jednačinu (4.13), dobija se direktna zavisnost $d_{sv} = f(d_m)$:

$$d_{sv} = 0.8283 \cdot d_m + 0.0208 \quad (4.14)$$

4.1.3 Određivanje veličine nesferičnih čestica zasnovane na brzini taloženja čestica

Prečnik sfere koja bi imala istu brzinu slobodnog taloženja kao i nesferična čestica naziva se prečnik pri istoj brzini taloženja d_t .

Brzina taloženja usamljene čestice u fluidu može da se izračuna na osnovu jednačine;

$$U_t = \sqrt{\frac{4gd_p(\rho_p - \rho_f)}{3\rho_f C_d}} \quad (4.15)$$

u kojoj figuriše prečnik čestice $d_p=d_t$ i koeficijent trenja čestice odnosno C_d faktor za sferične čestice .

Na osnovu poznatih vrednosti brzina taloženja nesferičnih čestica u fluidu, može se na osnovu jednačine za određivanje slobodnog taloženja čestica (jed. (4.15)) izračunati prečnik sfere d_t koja bi imala istu brzinu taloženja kao i ispitivana nesferična čestica.

Za određivanje koeficijenta trenja čestica odnosno C_d faktora u literaturi se sreće veliki broj jednačina (*Geldart, 1990; Haider i Levenspiel, 1989; Ganser 1993; Y. Wen 1966*).

Najčešće korišćena korelaciona jednačina za određivanje C_d faktora je relacija po (*Turton i Levenspiel, 1986*):

$$C_d = \frac{24}{Re_p} (1 + 0.173 Re_p^{0.657}) + \frac{0.413}{1 + 16300 Re_p^{-1.09}} \quad (4.16)$$

$$Re_p = \frac{d_p \rho_f U_t(d_p)}{\mu_f} \quad (4.17)$$

Na osnovu eksperimentalnih vrednosti brzine taloženja nesferičnih čestica (tabela 4.2), može se izračunati $d_p=d_t$ tako da jednačine (4.16) i (4.17) zadovoljavaju jednakost $U_{t,eksp}$, jednačina (4.15). U tabeli 4.3 prikazani su dobijeni rezultati gde je sa $d_{t,čestica}$ prikazan raspon prečnika u određenoj frakciji a sa $d_{t,sre}$ srednja vrednost prečnika pri istoj brzini taloženja za određene frakcije.

Na isti način može da se izračuna prečnik čestice d_E koju bi imala sfera pri istoj brzini odnošenja $U_E(U=f(\varepsilon=1))$ kao i nesferična čestica. Postupak određivanja d_E je isti kao i za d_t samo što se umesto $U_{t,eksp}$ vrednosti koristi $U_E(U=f(\varepsilon=1))$ čestica za svaku ispitivanu frakciju, rezultati za d_E prikazani su u tabeli 4.3. Postupak određivanja brzine taloženja U_t i brzina odnošenja čestica U_E opširnije je data u poglavlju 4.5.

4.2 Definisane faktora oblika (sferičnosti) čestica

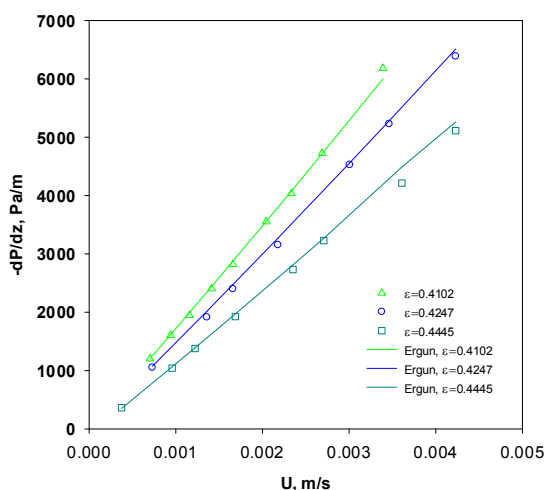
Postoje različite jednačine za definisanje faktora oblika čestica (*Yang, 2003; Dharmarajah i Cleasby, 1985*). Geldart, (*Geldart, 1986*) smatra da je za definisanje oblika nesferičnih čestica u sistemima fluid-čestice najrepresentativnija sferičnost ψ , a

da je za definisanje veličine čestica najbolji površinsko-zapreminski prečnik (d_{SV}), pri čemu je:

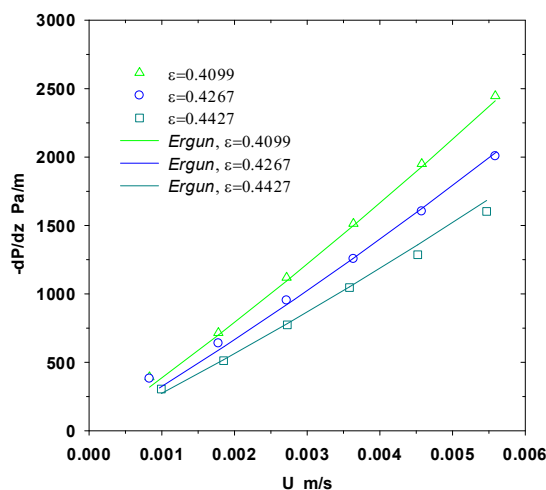
$$\psi = \frac{d_{sv}}{d_v} \quad (4.18)$$

Za peskove Yang, (Yang, 2003) navodi (na bazi istraživanja Geldarta, (Geldart, 1986) da ψ varira od 0.66 (pesak oštih ivica) do 0.86 (pesak zaobljenih ivica). Po Geldartu-1986 za većinu peskova površinsko zapreminski prečnik može da se izrazi jednačinom $d_{SV} \approx 0.87 d_V$, odnosno da je za pesak $\psi \approx 0.87$, gde je prečnik d_{SV} odredio fitovanjem eksperimentalnih podataka $-\Delta P/H=f(U)$, Ergun-ovom jednačinom (4.11).

Kada se raspoloživi literaturni podaci (Geldart 1986,1990; Akgiray, 2004; Dharmarajah i Cleasby, 1985) za površinsko-zapreminski prečnik d_{SV} za fluidizovane sisteme fluid-čestice peska prikažu na dijagramu zavisnosti $d_{SV}=f(d_V)$, slika 4.18, jed. (4.13), dobija se linearna jednačina, čiji nagib predstavlja sferičnost čestica $\psi=0.769$. Međutim, nejasno je za literaturne podatke (Akgiray, 2004 i Dharmarajah i Cleasby, 1985) na koji način je određen d_{sv} prečnik čestica, za razliku od Geldarta koji je d_{sv} odredio fitovanjem Ergun-ove jednačine (4.11) pri strujanju gasa kroz pakovani sloj čestica.



Slika 4.19 $-dP/dz=f(U)$ u pakovanom sloju peska $d_p=0.75-1.25$ mm, pri tri različite poroznosti.



Slika 4.20 $-dP/dz=f(U)$ u pakovanom sloju staklenih sfera $d_p=1.94$ mm, pri tri različite poroznosti.

Na slici 4.19 su prikazana merenja za frakciju peska granulacije $d_p=0.75-1.00$ mm, pri tri poroznosti sloja koje su formirane mehaničkim nabijanjem sloja. Za sve tri

poroznosti dobija se isti rezultat $d_{sv}=0.711$ mm, što sa eksperimentalnom vrednošću za $d_v=1.065$ mm daje $\psi=0.711/1.065=0.667$. Isti postupak određivanja sferičnosti čestica primenjen je za sve ispitivane frakcije peska. Za neke ogleda, ψ dobijeno sa dijagrama – $dP/dz=f(U)$ pri povećavanju i pri smanjivanju protoka se malo razlikuje.

Na slici 4.20, prikazana je zavisnost $-dP/dz=f(U)$ u pakovanom sloju staklenih sfera $d_p=1.94$ mm, za tri različite poroznosti koje su formirane mehaničkim nabijanjem sloja.

Za sve tri poroznosti dobija se da vrednost $d_{sv}\approx 1.50$ mm, što se za vrednosti zapreminskog prečnika $d_v=1.94$ mm, dobijaju nerealne vrednosti sferičnosti $\psi=1.50/1.94\approx 0.773$, (jer za sfere $\psi=1$), da bi Ergunova jednačina dobro opisivala eksperimentalnu zavisnost $-dP/dz=f(U)$ koeficijenti koji figurišu u Ergunovoj jednačini f_a i f_b umesto 150 i 1.75, (Ergun, 1952), treba da budu 240 i 2.8, respektivno, (Arsenijević, 1999).

Eksperimentalna zavisnost $-dP/dz=f(U)$ u pakovanom sloju staklenih sfera $d_p=0.928$ mm se slaže sa jednačinom Ergun-a ($f_a=150$ i $f_b=1.75$), za tri različite poroznosti dobija se da je $d_{sv}\approx 0.950$ mm, što za $d_v=0.928$ mm dobijaju se sferičnosti $\psi\approx 1$.

Postoje nekoliko problema tokom primene Ergun-ove jednačine na sisteme fluid-čestice:

- Ergun-ova jednačina nije originalno izvedena sa d_{sv} , to je kasnije predložio Geldart, (Geldart, 1986, 1990).
- U radu (Arsenijević, 1999), pokazano je da se dobijaju različite vrednosti d_{sv} čestica, ako se kao fluid koriste voda odnosno vazduh, što se može objasniti da je Re_p u eksperimentu sa vazduhom bio viši i kretao se u opsegu $Re_p=9-240$.
- Za sferične čestice trebalo bi da ova metoda da vrednosti sferičnosti $\psi=1$. Međutim, (Arsenijević i sar., 1999), za staklene sfere $d_p= 1.20, 1.94, 2.98$ mm dobijaju vrednosti sferičnosti od 1.18 do 1.54. Ovi rezultati pokazuju na problem eksperimentalnih merenja, ili Ergun-ove jednačine, postoje radovi koji takođe osporavaju koeficijente $f_a=150$ i $f_b=1.75$ u Ergun-ovoj jednačini, (Macdonald, 1979; Foumeny, 1993, Li, 2011) .
- Gibilaro je kritikovao jednačinu Erguna, (Gibilaro, 2001) i predložio je svoju jednačinu za izračunavanje pada pritiska u pakovanom sloju;

$$\Delta p = \left(\frac{18}{\text{Re}_{ep}} + 0.33 \right) \cdot \frac{\rho_f U^2 H}{d_p} \cdot (1 - \varepsilon) \varepsilon^{-4.8} \quad (4.19)$$

Međutim u jednačini (4.19) nije jasno definisano koji je prečnik d_p (površinski, zapreminski, površinsko zapreminski), ili da li se odnosi samo za sferične čestice.

4.2.1 Određivanje sferičnosti čestica merenjem brzine taloženja nesferičnih čestica

Brzina taloženja usamljene čestice u fluidu može da se izračuna na osnovu jednačine (4.15).

Za C_d nesferičnih čestica postoje brojne korelacije. Na primer (*Haider i Levenspiel, 1989; Chien, 1994; Ganser, 1993 i dr.*). *Chabra* u svojim istraživanjima, (*Chabra, 1999*) uporedio više jednačina za izračunavanje C_d faktora nesferičnih čestica i izdvojio korelaciju (*Ganser, 1993*) i korelaciju (*Haider i Levenspiel, 1989*), kao merodavne za izračunavanje C_d faktora nesferičnih čestica.

Korelacija (*Haider i Levenspiel, 1989*) za C_d faktor nesferičnih čestica je:

$$C_d = \frac{24}{\text{Re}_t} \left[1 + 8.716 \cdot \text{Re}_t^{0.0964 + 0.5565\psi} \cdot \exp(4.0655 \cdot \psi) \right] + \frac{73.69 \cdot \text{Re}_t \cdot \exp(-5.0748 \cdot \psi)}{\text{Re}_t + 5.378 \cdot \exp(6.2122 \cdot \psi)} \quad (4.20)$$

gde je,

$$\text{Re}_t = \frac{d_v \rho_f U_t(d_v)}{\mu} \quad (4.21)$$

Jednačina (4.20) se može iskoristiti za određivanje ψ na osnovu eksperimentalne vrednosti za U_t . Postupak se sastoji da se pomoću jednačina (4.20), (4.21) i (4.15) traži se ψ koji daje $U_t = U_{t\text{-eksp}}$.

Korelacija za C_d faktor nesferičnih čestica koju je predložio (*Ganser, 1993*), pored sferičnosti u sebi sadrži i „odnos izduženja“:

$$\frac{C_D}{K_2} = \frac{24}{\text{Re}_t K_1 \cdot K_2} \left[1 + 0.1118 \cdot (\text{Re}_t K_1 K_2)^{0.6567} \right] + \frac{0.4305}{1 + 3305 / \text{Re}_t K_1 \cdot K_2} \quad (4.22)$$

gde su koeficijenti K_1 i K_2 za nesferične čestice;

$$K_1 = \left[\left(\frac{d_A}{3 \cdot d_v} \right) + \frac{2}{3} \psi^{-0.5} \right]^{-1} \quad (4.23)$$

$$K_2 = 10^{1.8448} (-\log \psi)^{0.5743}$$

Korelacija Chien-a za C_d faktor je

$$C_d = \frac{30}{\text{Re}_t} + 67.289 \cdot e^{-5.03 \cdot \psi} \quad (4.24)$$

Postoji i korelacija Geldart-a, (Geldart, 1990), za određivanja U_t nesferičnih čestica;

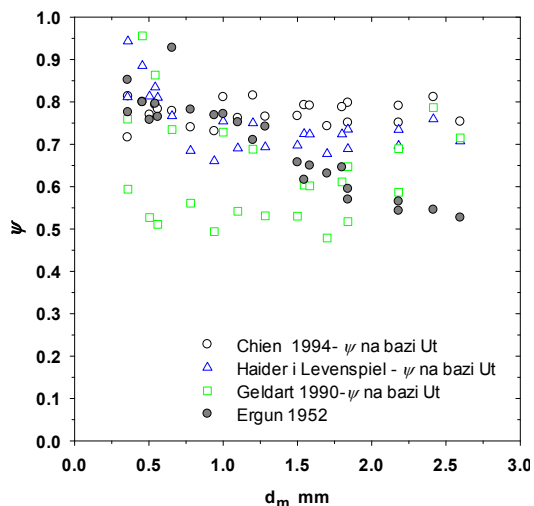
$$(U_t)_{\psi < 1} = K(U_t)_{\psi = 1} \quad (4.25)$$

Tabela 4.5 Sferičnost nesferičnih čestica, određen na osnovu različitih metoda

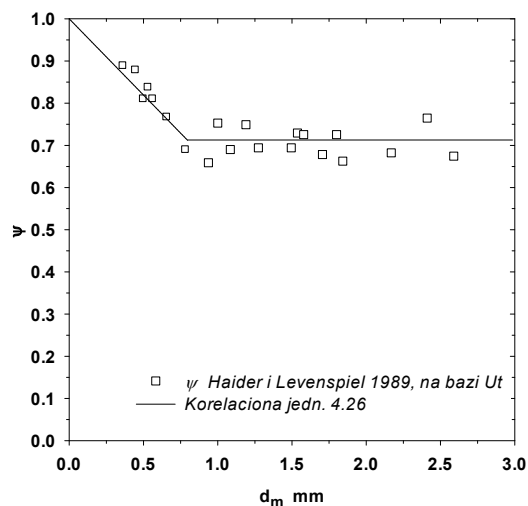
frakcija	Ψ_{Ergun}	$\Psi_{\text{H.L.}}$	Ψ_{Geldart}	Ψ_{Chien}	Ψ_{Ganser}	$\Psi_{\text{Wen\&Yu,I}}$	$\Psi_{\text{Naras.}}$	$\Psi_{\text{Li\&Ba}}$	Ψ_{Jena}
2.830/2.000	0.821	0.607	0.630	0.812	0.771	0.572	0.639	0.630	0.568
2.000/1.600	0.615	0.709	0.525	0.788	0.708	0.520	0.600	0.579	0.568
2.000/1.406	0.619	0.728	0.493	0.743	0.601	0.534	0.611	0.592	0.577
2.000/1.166	0.772	0.747	0.451	0.791	0.717	0.522	0.602	0.581	0.577
1.600/1.406	0.672	0.760	0.498	0.767	0.664	0.571	0.638	0.629	0.597
1.406/1.166	0.684	0.802	0.550	0.765	0.671	0.571	0.638	0.629	0.607
1.166/1.030	0.702	0.822	0.576	0.762	0.684	0.607	0.662	0.664	0.629
1.030/0.850	0.705	0.851	0.527	0.731	0.629	0.571	0.638	0.629	0.629
0.75/1.25	0.597	0.834	0.448	0.811	0.797	0.571	0.621	0.605	0.616
0.850/0.711	0.782	0.869	0.503	0.740	0.698	0.547	0.638	0.629	0.642
0.711/0.600	0.928	0.876	0.484	0.779	0.820	0.571	0.638	0.629	0.656
0.600/0.519	0.765	0.885	0.511	0.783	0.858	0.545	0.619	0.603	0.659
0.589/0.420	0.758	0.898	0.527	0.770	0.844	0.532	0.610	0.591	0.663
0.420/0.297	0.776	0.913	0.594	0.814	0.938	0.526	0.605	0.584	0.691
<i>Literaturni podaci, Uskoković, 1990; Arsenijević, 1999</i>									
2.362/2.000 ^U	0.767	0.734	0.628	0.791	0.724	0.626	0.674	0.682	0.589
2.000/1.680 ^U	0.764	0.735	0.668	0.798	0.729	0.603	0.660	0.660	0.593
1.680/1.410 ^U	0.751	0.724	0.693	0.793	0.718	0.654	0.690	0.709	0.618
1.410/0.991 ^U	0.733	0.750	0.787	0.815	0.782	0.520	0.600	0.578	0.594
0.589/0.495 ^U	0.855	0.834	0.935	0.793	0.871	0.571	0.638	0.629	0.671
0.495/0.417 ^U	0.789	0.885	0.980	0.800	0.903	0.538	0.614	0.597	0.674
0.417/0.295 ^U	0.672	0.812	0.895	0.717	0.849	0.538	0.614	0.597	0.696
2.000/1.680 ^A	0.711	0.689	0.594	0.751	0.625	0.488	0.574	0.547	0.555
2.632/2.000 ^A	0.707	0.697	0.568	0.751	0.639	0.529	0.607	0.587	0.560
2.830/2.362 ^A	0.792	0.707	0.549	0.754	0.669	0.420	0.510	0.479	0.508

Procedura se sastoji u određivanju brzine taloženja sfere koja bi imala isti zapreminski prečnik kao što ima frakcija peska određene granulacije (tabela 4.4). U sledećem koraku se traži ψ koji daje jednakost K , $K = (U_t)_{\psi < 1} / (U_t)_{\psi = 1}$.

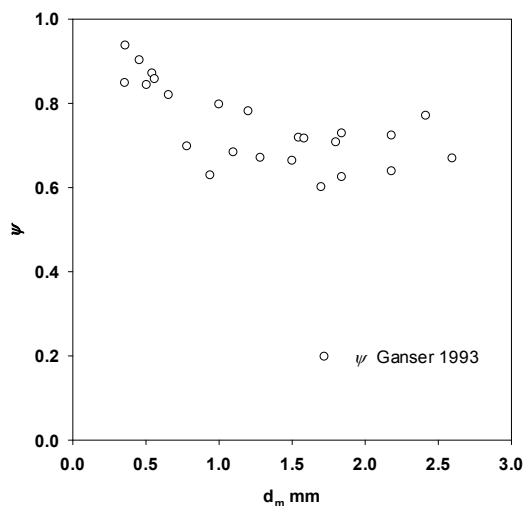
Vrednosti sferičnosti prikazane su u tabeli 4.5.



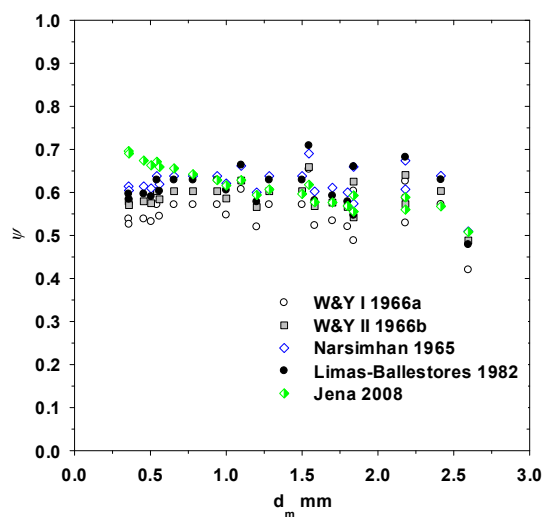
Slika 4.21 Sferičnost (ψ) određena na bazi eksperimentalnih vrednosti U_i i raznih korel. za nesferične čestice



Slika 4.22 Zavisnost sferičnost čestica ψ u funkciji sejanog prečnika čestica d_m



Slika 4.23 $\psi=f(d_m)$ zasnovana na brzini taloženja po Ganser-u jedn. (4.22)



Slika 4.24 Ostale metode za određivanje sferičnosti čestica ψ

Na bazi eksperimentalnih vrednosti brzina taloženja čestica U_i i korelacije Haider i Levespiel-a (jed. 4.20, slika 4.22), može se da se predloži korelaciona formula za ψ .

$$\begin{aligned} \psi &= 1.0 - 0.3613 \cdot d_m, & d_m(\text{mm}), & \text{ za } d_m < 0.8 \text{ mm} \\ \psi &= 0.711, & & \text{ za } d_m > 0.8 \text{ mm} \end{aligned} \quad (4.26)$$

Na osnovu jednačine (4.26) može se odredi sferičnost čestica peska, što je od velikog značaja jer se sferičnost jako teško određuje a često je to i nemoguće direktnom metodom.

Na slici 4.23 prikazana je zavisnost sferičnosti čestica zasnovana na brzini taliženja i jednačine za određivanje koeficijenta trenja C_d čestica koju je predložio (Ganser, 1993).

4.2.3 Ostale (indirektne) metode za određivanje sferičnosti (ψ) čestica

U literaturi mogu da se sretnu i neke od indirektnih metoda za određivanje sferičnosti čestica ψ , slika 4.24,

(Wen i Yu, 1966):

$$\begin{aligned} I \quad \psi &= \frac{14}{\varepsilon_{mF}^3} \\ II \quad \psi &= \left(\frac{1 - \varepsilon_{mF}}{11 \cdot \varepsilon_{mF}^3} \right)^{0.5} \end{aligned} \quad (4.27)$$

(Narsimhan, 1965):

$$\psi = \frac{0.768 - \varepsilon_{mF}}{0.42} \quad (4.28)$$

(Limas-Ballestores, 1982);

$$\psi = \left(\frac{0.42}{\varepsilon_{mF}} \right)^{1/0.376} \quad (4.29)$$

(Jena i sar., 2008);

$$\frac{1 - \varepsilon}{\psi} = -0.212 \cdot \ln(\psi \cdot d_v) - 0.822 \quad (4.30)$$

gde je ε -poroznost pakovanog sloja.

Kao što može da se vidi sa slika 4.21-4.24, sferičnost čestica se jako teško određuje, i različite metode i korelacije daju različite rezultate. Sferičnosti čestica peska koje je odredio (Geldart, 1986) kreću se u opsegu od 0.66 (pesak oštih ivica) do 0.86 (zaobljen pesak). Rezultati dobijeni u okviru ovog rada uglavnom spadaju u ovaj opseg,

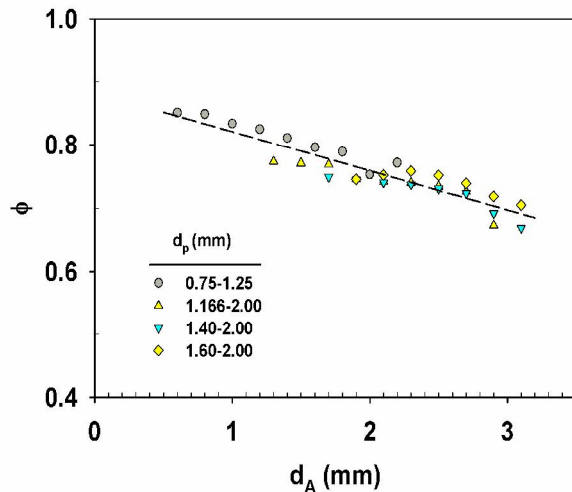
izuzev za neke sferičnosti čestica dobijene empirijskim metodama i (Geldart, 1986) korelacijom za U_t , koje daju vrednosti sferičnosti između 0.5-0.6.

Kao najpogodnija metoda za određivanje sferičnosti, predlaže se korelacija (Ganser, 1993) za određivanje brzine taloženja čestica U_t odnosno, koeficijenta trenja nesferičnih čestica C_d , jednačina (4.22).

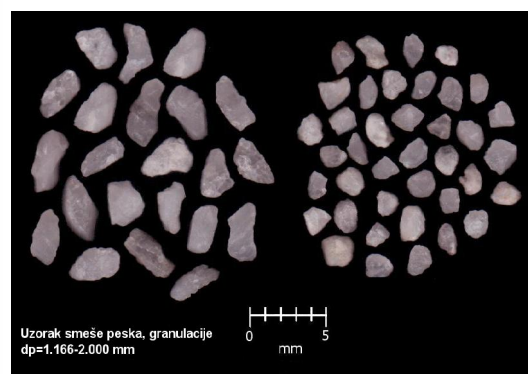
Chabra (Chabra i sar., 1999), kritički je ocenio nekoliko odabranih korelacija za izračunavanje brzine taloženja U_t nesferičnih čestica. Eksperimentalni rezultati bili su skupljeni iz 19 nezavisnih radova u širokom opsegu veličine čestica, oblika čestica i Reynolds-ovog broja taloženja. Na osnovu njihove procene, najbolja metoda takođe je odabrana metoda (Ganser i sar., 1990), čije ukupna srednja greška u određivanju koeficijenta trenja nesferičnih čestica je oko 16% (Tabela 3 u (Chhabra i sar., 1999)).

4.2.4 Poli-sferičnost (2D faktor oblika)

Poli-sferičnost ϕ se nasuprot sferičnosti čestica mnogo lakše određuje na osnovu analize slike projekcije površine čestica u softverskom paketu (SigmaScan Pro, 1999).



Slika 4.25 Zavisnost srednjeg 2D faktora oblika od projektovanog prečnika d_A , (Đuriš, 2013)

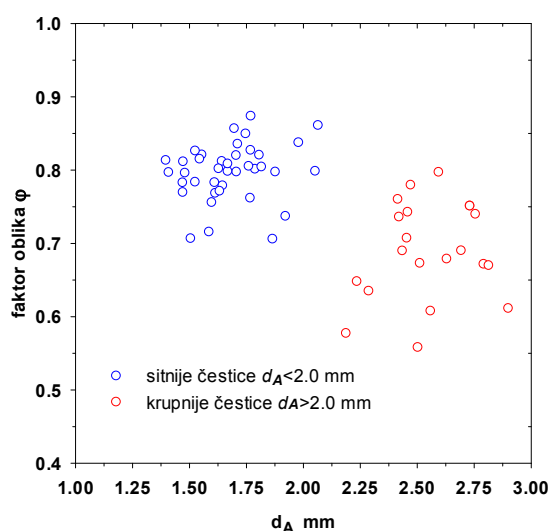


Slika 4.26 Poređenje većih i manjih čestica peska, $d_p=2.000-1.166$ mm

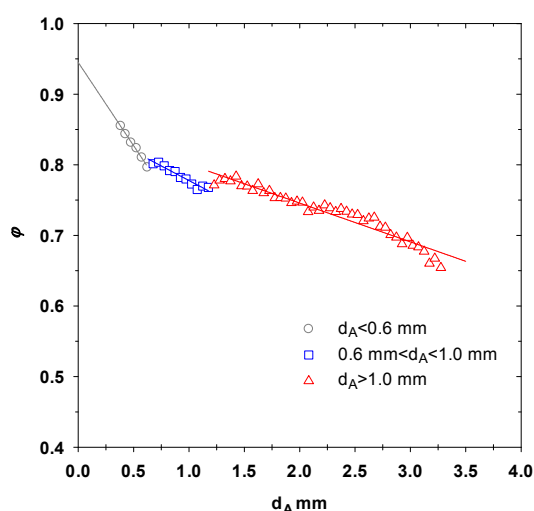
Zavisnost između 2D-faktora oblika (ϕ) i površinskog prečnika čestica d_A je prikazana na slikama 4.1-4.14. Sa slika se primećuje da se zavisnost može predstaviti pravom linijom i da ϕ opada sa porastom prečnika projektovane površine d_A čestica, odnosno da su sitnije čestice pravilnijeg oblika (njihova projektovana površina teži

obliku kruga). Na slici 4.25 data je zavisnost 2D faktora oblika od projektovanog prečnika d_A za nekoliko frakcija peska granulacije $d_p=0.75-1.25$, $1.166-2.00$, $1.40-2.00$ i $2.00-1.60$ mm, (Đuriš, 2013). Sa slike 4.25 primećuje se da je za najsitnije čestice ($d_A \approx 0.8$ mm), φ je 0.85 dok za krupnije čestice ($d_A \approx 3$ mm), φ je oko 0.7. Iako nema uočljive zavisnosti između faktora φ oblika i sferičnosti ψ , prikazani podaci pokazuju da su sitnije čestice u populaciji pravilijeg oblika.

Na slici 4.26 prikazana dat je uporedni prikaz skenirane slike sitnijih i krupnijih čestica, koje su nasumično odabrane iz frakcije peska granulacije $d_p=2.000-1.166$ mm. Sa slike 4.26 se takođe može primetiti da su sitnije čestice peska zaobljenije u poređenju sa krupnijim česticama koje su izduženije.



Slika 4.27 Zavisnost φ od d_A uzorka smeše peska sa slike 5.8



Slika 4.28 Zavisnost faktora oblika od prečnika projektovane površine d_A

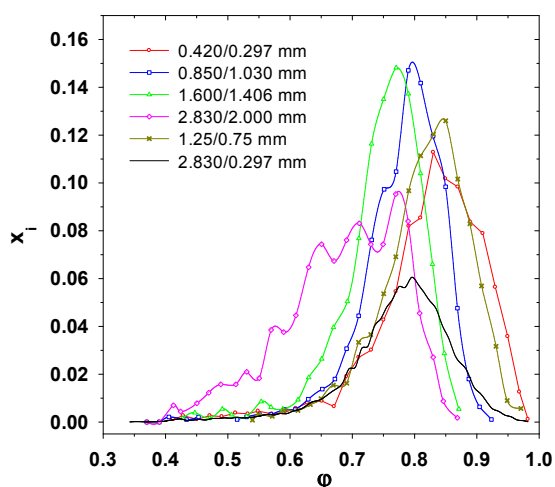
Analizom skenirane slike 4.26 u *SigmaScan-u* dobija se, da je za sitnije čestice srednja vrednost faktora oblika $\varphi \approx 0.80$ ($0.71 < \varphi < 0.87$, za $1.30 < d_A < 2.0$ mm) a za krupnije čestice $\varphi \approx 0.70$ ($0.55 < \varphi < 0.80$, $2.0 < d_A < 3.0$ mm), slika 4.27.

Na slici 4.28 prikazana je zavisnost usrednjenih vrednosti 2D-faktora oblika za sve ispitivane frakcije peska ($d_p=2.830-0.2976$ mm) u funkciji prečnika projektovane površine čestica d_A (po intervalima od 0.05 mm u d_A).

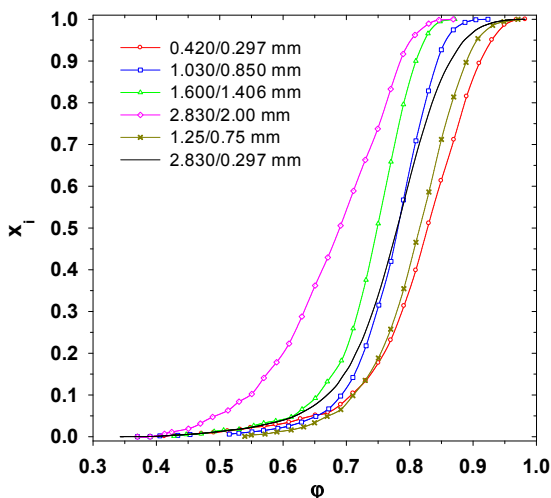
Uočljivo je da se zavisnost φ od d_A može opisati sa linearnim funkcijama;

$$\begin{aligned}
 \varphi &= 0.950 - 0.2358 \cdot d_A, & d_A < 0.60, \\
 \varphi &= 0.860 - 0.0826 \cdot d_A, & 0.60 < d_A < 1.10, & \quad d_A (\text{mm}) \\
 \varphi &= 0.850 - 0.0550 \cdot d_A, & d_A > 1.10
 \end{aligned}
 \tag{4.31}$$

Frakciona kriva raspodele faktora oblika za pojedine frakcije peska i za ukupnu krivu frakcione raspodele faktora oblika dobijene zbirom svih ispitivanih frakcija prikazana je na slici 4.29. Na slici 4.30 prikazana je kumulativna kriva raspodela faktora oblika ispitivanih smeša. Sa grafika na slici 4.29 i 4.30 uočljivo je da frakcije sitnije granulacije imaju veći udeo čestica sa većim brojem faktora oblika tj. da frakcije sa sitnijom granulacijom imaju veći procenat čestica pravilnijeg (okruglijeg oblika), što je ranije pokazano na slikama 4.26 i 4.27.



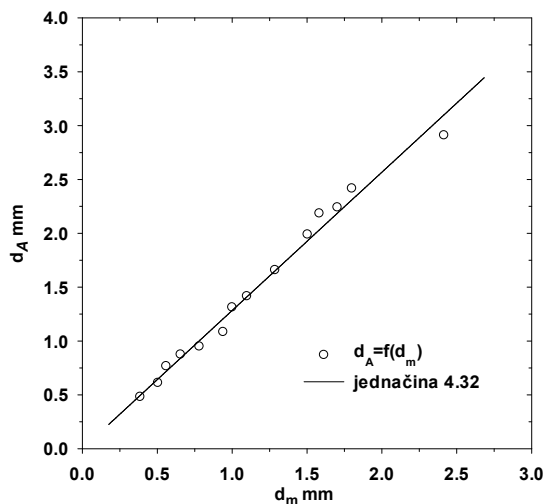
Slika 4.29 Frakciona kriva raspodele faktora oblika φ



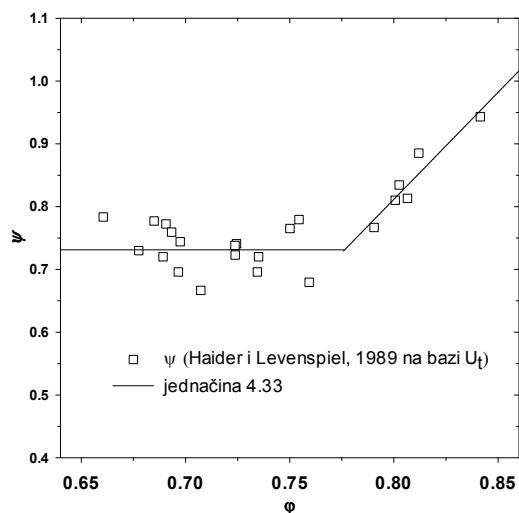
Slika 4.30 Kumulativna kriva raspodele faktora oblika φ

S obzirom da se prečnik dobijen sejanjem veoma lako određuje kao srednja vrednost između gornjeg i donjeg sita za određenu frakciju, poželjno je da se nađe zavisnost između srednjeg prečnika d_A u populaciji od d_m . Na slici 4.31 je prikazana zavisnost srednjeg prečnika projektovane površine d_A od prečnika dobijenog sejanjem d_m . Uočljivo je da se zavisnost d_A od d_m može opisati linearnom funkcijom,

$$d_A = 1.2838 \cdot d_m \tag{4.32}$$



Slika 4.31 Srednji prečnik d_A u populaciji u zavisnosti od d_m .



Slika 4.32 Sferičnosti ψ čestica u zavisnosti od 2D faktora oblika čestica

Na slici 4.32 prikazana je zavisnost sferičnosti ψ čestica od 2D faktora oblika čestica, korelisanjem $\psi=f(2D-\varphi)$, dobija se:

$$\begin{aligned} \psi &= 3.407 \cdot \varphi - 1.914, & \varphi > 0.775 \\ \psi &= 0.715, & \varphi < 0.775 \end{aligned} \quad (4.33)$$

Poređenjem eksperimentalnih vrednosti za 2D faktor oblika i vrednosti sferičnosti dobijene pomoću relacije (Ganser-a, 1993), jed (4.22), dobija se linearna zavisnost;

$$\psi = 0.92 \cdot \varphi \quad (4.34)$$

Sferičnost je bitna za mnoge proračune u sistemima fluid-čestice pa su korelacije (4.33) i (4.34) od velikog značaja, jer 2D faktor oblika se relativno lako eksperimentalno određuje analizom projektovane slike čestica koristeći kompjuterski softver, i koristeći dobijene korelacije. Međutim, uzimajući u obzir široki opseg vrednosti sferičnosti dobijene koristeći različite metode prikazane u radu, korelacije (4.33) i (4.34) treba koristiti sa oprezom.

Pokazano je da u sistemima fluid-čestice je moguća primena korelacionih jednačina za zapreminski prečnik d_V , površinsko-zapreminski prečnik d_{SV} i jednačina za određivanje sferičnosti čestica. Međutim, s obzirom na to, da se ove veličine teško određuju direktnom metodom, u mnogim praktičnim primenama često se za računanje koristi samo sejani prečnik d_m , (Di Felice, 1995).

Uopšteno, kao što je prikazano, sferičnost može biti određena na osnovu eksperimentalnih merenja pada pritiska u pakovanom sloju i merenja brzina taloženja U_t . Ove metode uvode neodređenost proisteklu iz istovremenog korišćenja u osnovi dva empirijska rezultata: empirijske korelacije za pad pritiska ili brzinu taloženja koriste se za određivanje empirijskih korelacija za sferičnost čestica.

Zbog gore navedenog, buduća eksperimentalna ispitivanja trebalo bi uključiti upotrebu 3D kompjutersku analizu čestica, kao što su predložili (*Lin, 2005; Miyajima, 2001*) za određivanje pravog oblika čestica i sferičnosti, i dobijanje veze između dobijenih rezultata i 2D faktora oblika koji se lako određuje, za buduću praktičnu primenu.

5. Ispitivanje fluidizacionih karakteristika

5.1 Ispitivanje fluidizacionih karakteristika polidisperznih smeša filtracionog peska

Tokom eksperimentalnih merenja fluidizacionih karakteristika frakcija filtracionog peska praćena je promena visine sloja sa promenom protoka tečnosti (dearizovane vode) sa istovremenim praćenjem promene pada pritiska u sloju. Protok vode regulisan je pomoću ventila, meren je korišćenjem *Yamatake-Honeywell* elektromagnetnog merača protoka .

Promena visine sloja tokom fluidizacije merena je pomoću merila izbaždarenog na koloni sa podelom od 1 mm. Eksperimentalna ispitivanja su izvođena sa postepenim povećanjem protoka tečnosti, kao i pri postepenom smanjenju protoka tečnosti.

U tabeli 5.1 prikazane su karakteristike ispitivanog sistema, gde d_{pd} odgovara veličini otvora sita na kome su se zadržale čestice tokom sejanja, d_{pg} odgovara veličini otvora na situ kroz koja su prošla čestice tokom sejanja, d_{sr} je srednja vrednost sejanog prečnika čestica, ρ_p je gustina ispitivanih frakcija peska, D_c je prečnik kolone u kojoj su vršena eksperimentalna ispitivanja.

Na osnovu dobijenih rezultata formiraju se grafici zavisnosti pada pritiska Δp , po dužnom metru (gradijenta pritiska) $\Delta p/H$ u zavisnosti od površinske brzine tečnosti, kao i zavisnost poroznosti sloja od površinske brzine tečnosti, *slike 5.1-5.14*.

Tabela 5.1 Fizičke karakteristike ispitivanih frakcija peska

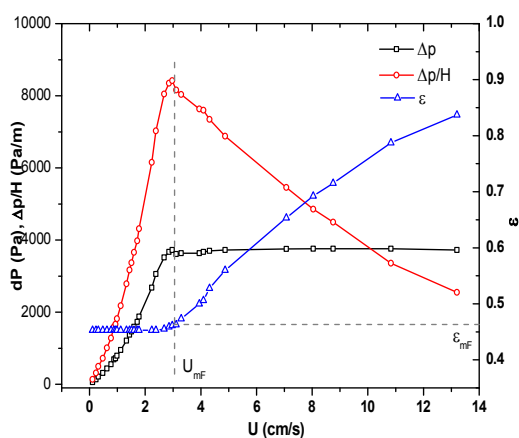
Masa sloja (g)	d_{pd} , mm	d_{pg} , mm	d_{pg}/d_{pd}	d_{sr} , mm	ρ_p , kg/m ³	D_c , mm
2008	2.000	2.830	1.415	2.415	2613	64
2021.62	1.600	2.000	1.250	1.800	2644	64
2102.94	1.406	2.000	1.420	1.700	2648	64
1998.79	1.166	2.000	1.720	1.580	2650	64
2151.45	1.406	1.600	1.138	1.503	2654	64
2088.75	1.166	1.406	1.206	1.261	2606	64
2043.49	1.030	1.166	1.132	1.098	2635	64
2086.32	0.850	1.030	1.212	0.94	2627	64
20183	0.75	1.25	1.667	1.00	2610	144
1981.54	0.711	0.850	1.195	0.781	2620	64
700.23	0.600	0.711	1.185	0.655	2613	40
701.56	0.519	0.600	1.156	0.559	2636	40
703.5	0.420	0.589	1.402	0.504	2625	40
700.98	0.297	0.420	1.414	0.358	2628	40

Na osnovu dobijenih grafika mogu se odrediti fluidizacioni parametri smeša: minimalna brzina fluidizacije U_{mF} smeše određuje se povlačenjem vertikalne linije na maksimumu zavisnosti $\Delta p/H=f(U)$ i na preseku sa x-osom očitava se vrednost U_{mF} .

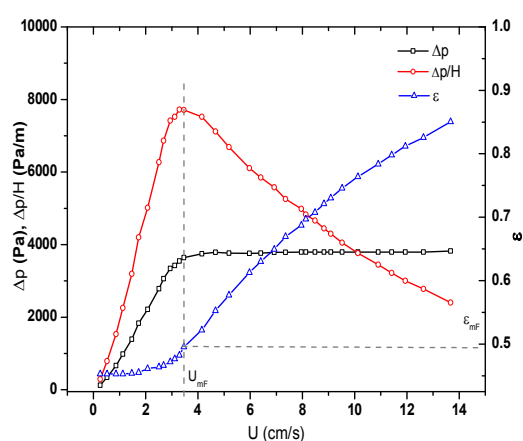
Vrednost poroznosti sloja ε_{mF} koja odgovara minimalnoj brzini fluidizacije određuje se na osnovu preseka vertikalne prave od vrednosti minimalne brzine fluidizacije do preseka zavisnosti $\varepsilon=f(U)$ i zatim povlačenjem horizontalne prave do y-ose na kojoj se očitava vrednost ε_{mF} . Vrednosti U_{mF} i ε_{mF} određene grafičkom metodom na osnovu zavisnosti $-\Delta p/H=f(U)$ pri povećanju površinske brzine tečnosti razlikuju se od rezultata za U_{mF} i ε_{mF} dobijene na osnovu eksperimentalnih rezultata pri smanjenju protoka tečnosti za oko 10%.

Tokom povećanja protoka tečnosti pri prelasku iz oblasti pakovanog sloja u fluidizovani sloj deo energije fluida gubi na savlađivanje kohezivnih privlačnih sila između čestica u sloju, pa su iz tog razloga vrednosti U_{mF} i ε_{mF} pri povećanju protoka veće. Ova pojava se primećuje i na graficima zavisnosti $-\Delta p/H=f(U)$ i $\Delta p=f(U)$, slike 5.1-5.14.

Poznavanje fluidizacionih karakteristika (U_{mF} i ε_{mF} , n , U_f) od bitnog je značaja za predviđanje ponašanja i ekspanzije sloja tokom fluidizacije. Takođe na osnovu eksperimentalnih i literaturnih podataka mogu da se izvedu korelacije jednačine na osnovu kojih će moći da se predvidi ekspanzija sloja odnosno, $U=f(\varepsilon)$. Korelacije jednačine za predviđanje $U=f(\varepsilon)$ mogu naći praktičnu primenu za određivanje optimalne brzine ispiranja pešćanih filtera u industriji.

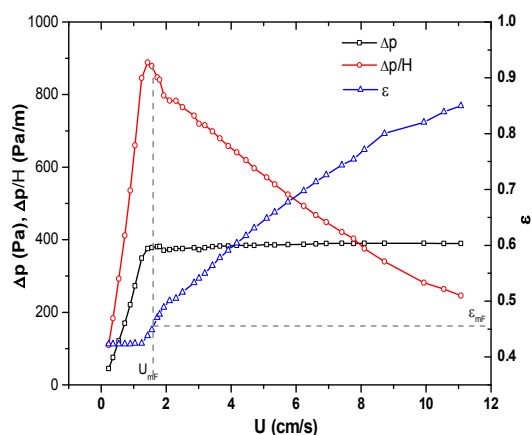


Povećanje protoka tečnosti



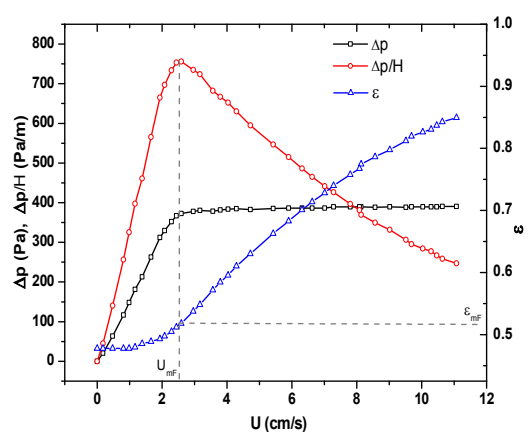
Smanjivanje protoka tečnosti

Slika 5.1 Zavisnost pada pritiska, gradijenta pritiska i poroznosti sloja od površinske brzine tečnosti za frakciju peska granulacije 2.830/2.000 mm

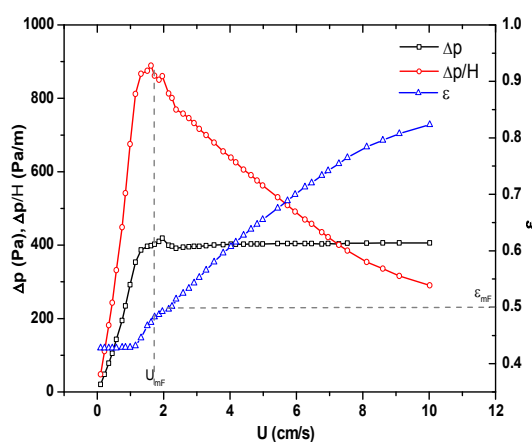


Povećanje protoka tečnosti

Slika 5.2 Zavisnost pada pritiska, gradijenta pritiska i poroznosti sloja od površinske brzine tečnosti za frakciju peska granulacije 2.000/1.600 mm

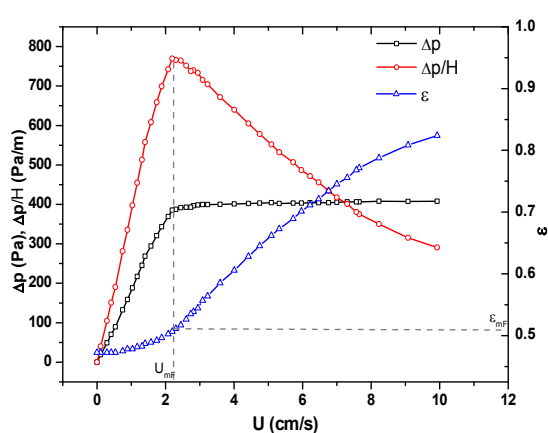


Smanjivanje protoka tečnosti

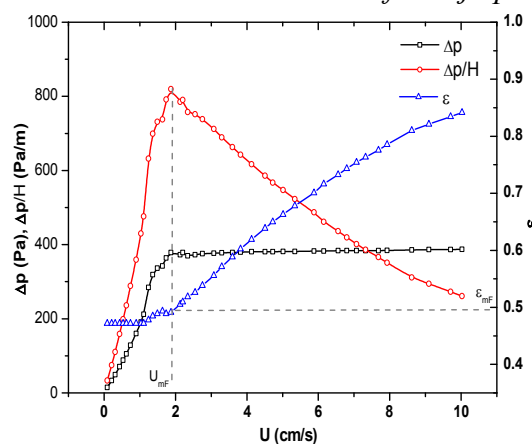


Povećanje protoka tečnosti

Slika 5.3 Zavisnost pada pritiska, gradijenta pritiska i poroznosti sloja od površinske brzine tečnosti za frakciju peska granulacije 2.000/1.406 mm

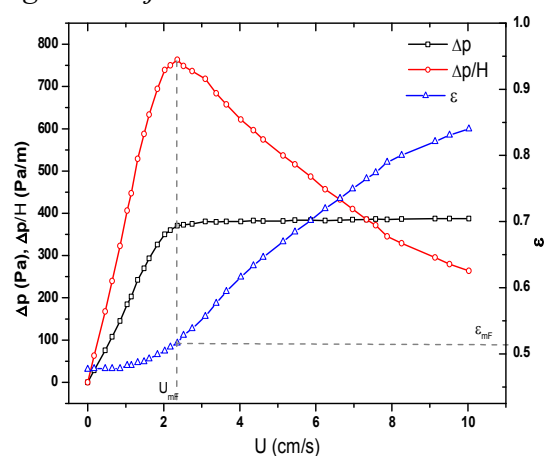


Smanjivanje protoka tečnosti

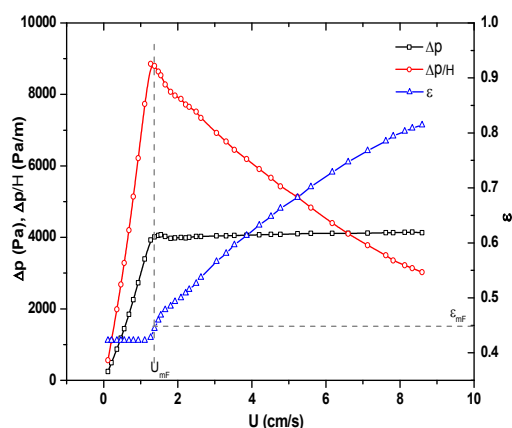


Povećanje protoka tečnosti

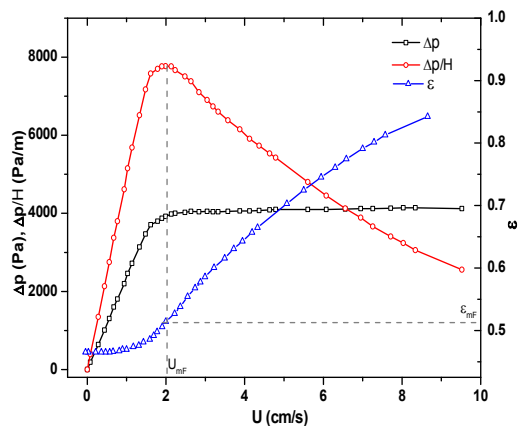
Slika 5.4 Zavisnost pada pritiska, gradijenta pritiska i poroznosti sloja od površinske brzine tečnosti za frakciju peska granulacije 2.000/1.166 mm



Smanjivanje protoka tečnosti

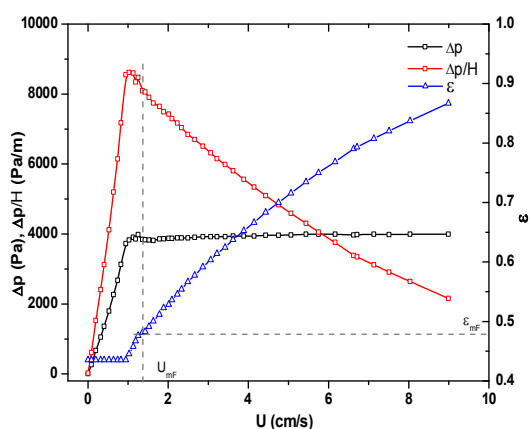


Povećanje protoka tečnosti

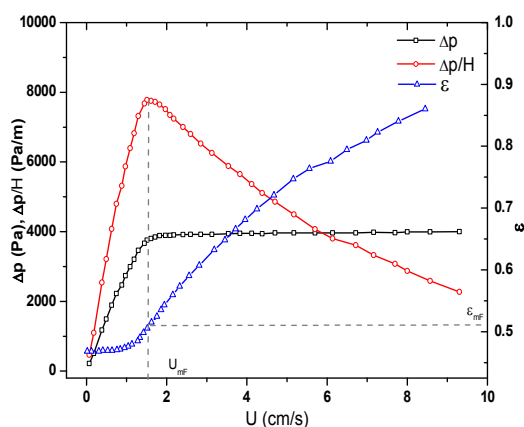


Smanjivanje protoka tečnosti

Slika 5.5 Zavisnost pada pritiska, gradijenta pritiska i poroznosti sloja od površinske brzine tečnosti za frakciju peska granulacije 1.600/1.406 mm

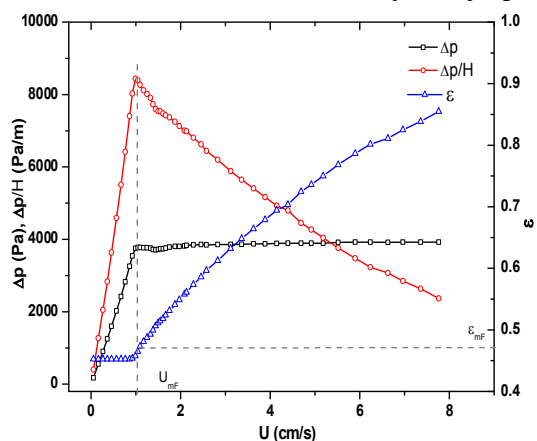


Povećanje protoka tečnosti

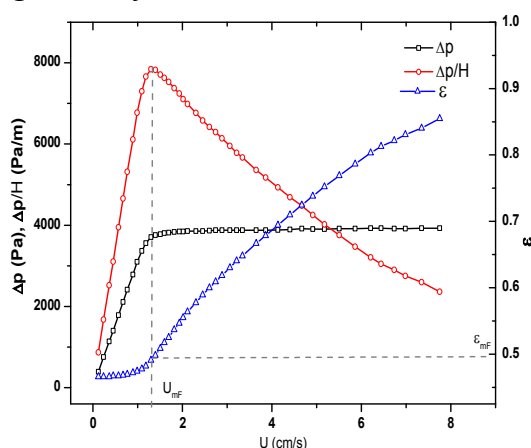


Smanjivanje protoka tečnosti

Slika 5.6 Zavisnost pada pritiska, gradijenta pritiska i poroznosti sloja od površinske brzine tečnosti za frakciju peska granulacije 1.406/1.166 mm

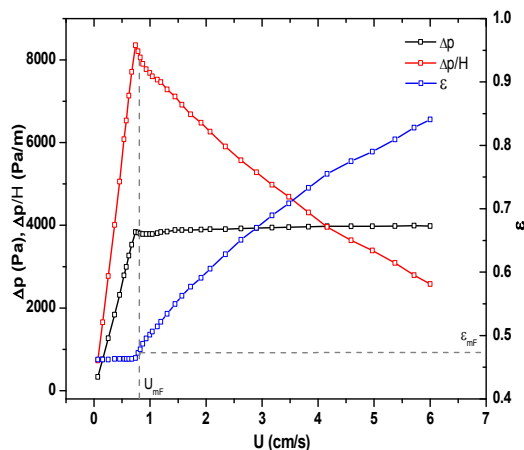


Povećanje protoka tečnosti

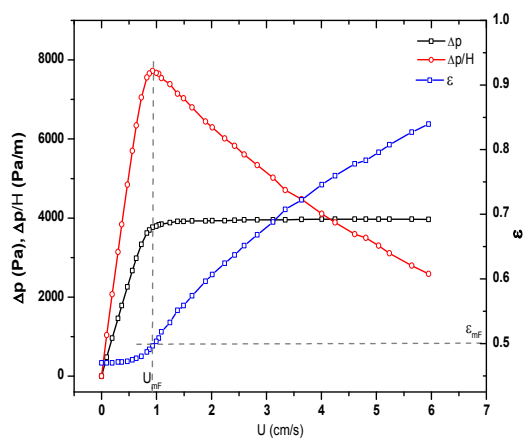


Smanjivanje protoka tečnosti

Slika 5.7 Zavisnost pada pritiska, gradijenta pritiska i poroznosti sloja od površinske brzine tečnosti za frakciju peska granulacije 1.166/1.030 mm

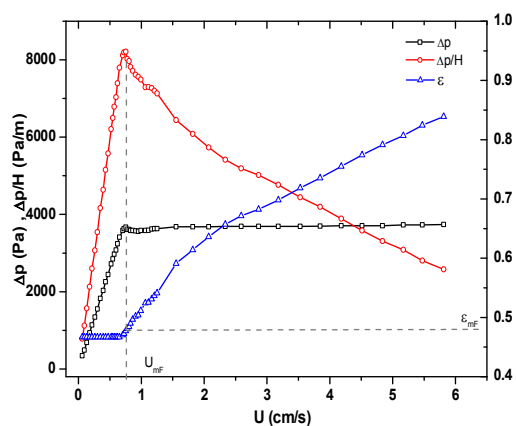


Povećanje protoka tečnosti

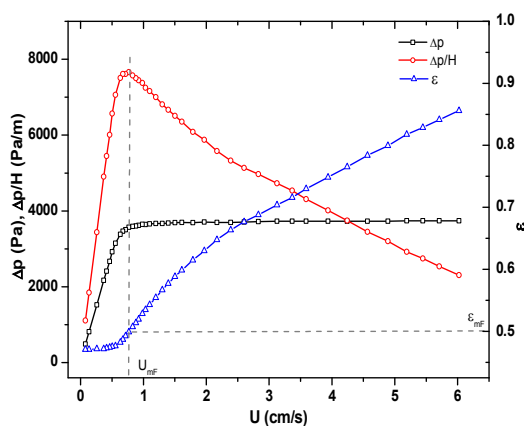


Smanjivanje protoka tečnosti

Slika 5.8 Zavisnost pada pritiska, gradijenta pritiska i poroznosti sloja od površinske brzine tečnosti za frakciju peska granulacije 1.030/0.850 mm

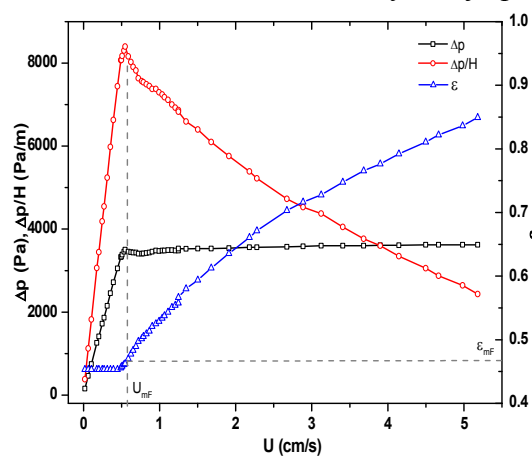


Povećanje protoka tečnosti

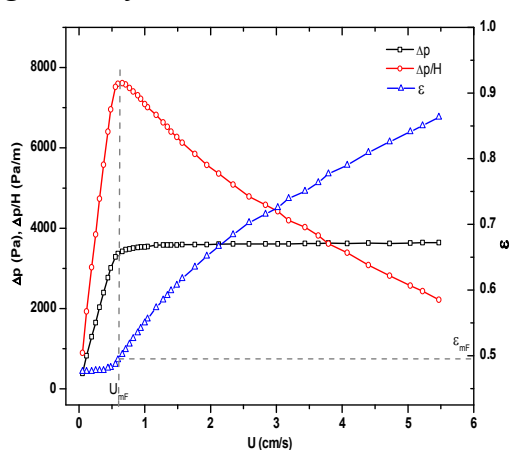


Smanjivanje protoka tečnosti

Slika 5.9 Zavisnost pada pritiska, gradijenta pritiska i poroznosti sloja od površinske brzine tečnosti za frakciju peska granulacije 0.850/0.711 mm

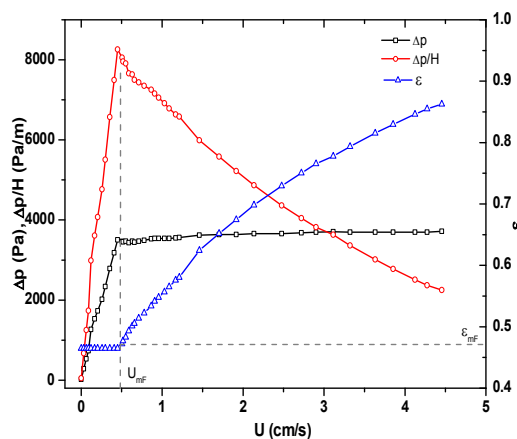


Povećanje protoka tečnosti

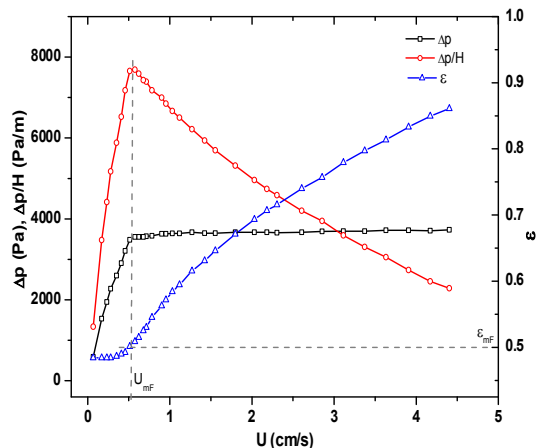


Smanjivanje protoka tečnosti

Slika 5.10 Zavisnost pada pritiska, gradijenta pritiska i poroznosti sloja od površinske brzine tečnosti za frakciju peska granulacije 0.711/0.600 mm

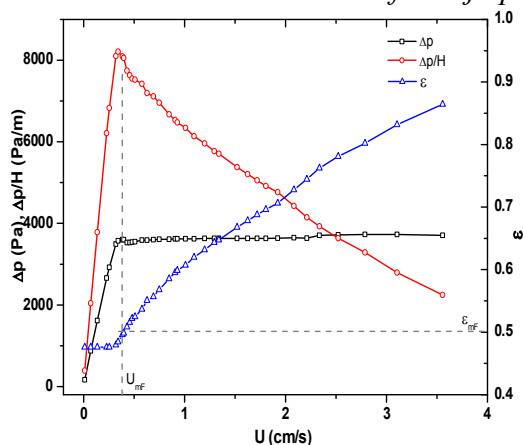


Povećanje protoka tečnosti

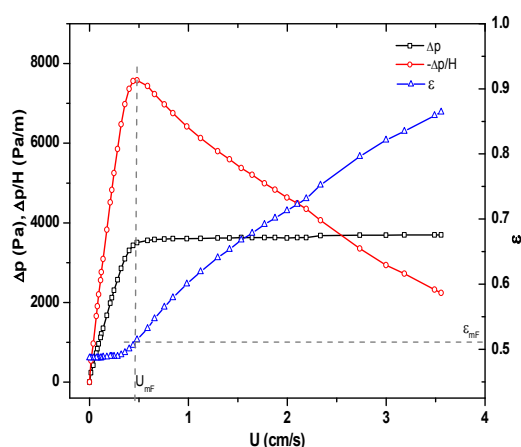


Smanjivanje protoka tečnosti

Slika 5.11 Zavisnost pada pritiska, gradijenta pritiska i poroznosti sloja od površinske brzine tečnosti za frakciju peska granulacije 0.600/0.519 mm

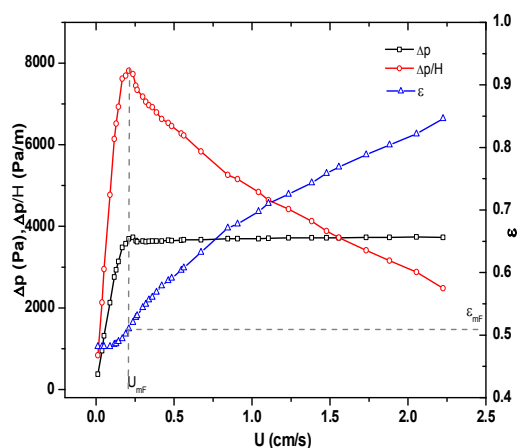


Povećanje protoka tečnosti

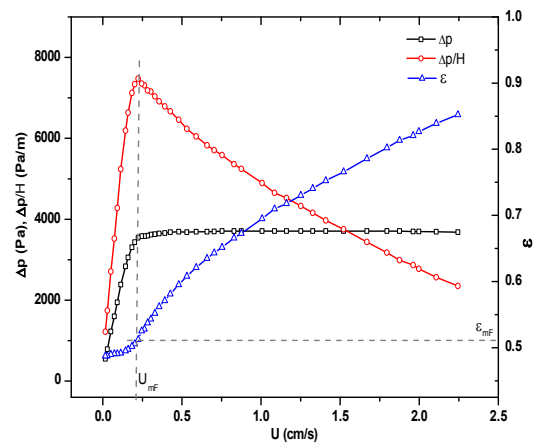


Smanjivanje protoka tečnosti

Slika 5.12 Zavisnost pada pritiska, gradijenta pritiska i poroznosti sloja od površinske brzine tečnosti za frakciju peska granulacije 0.589/0.420 mm

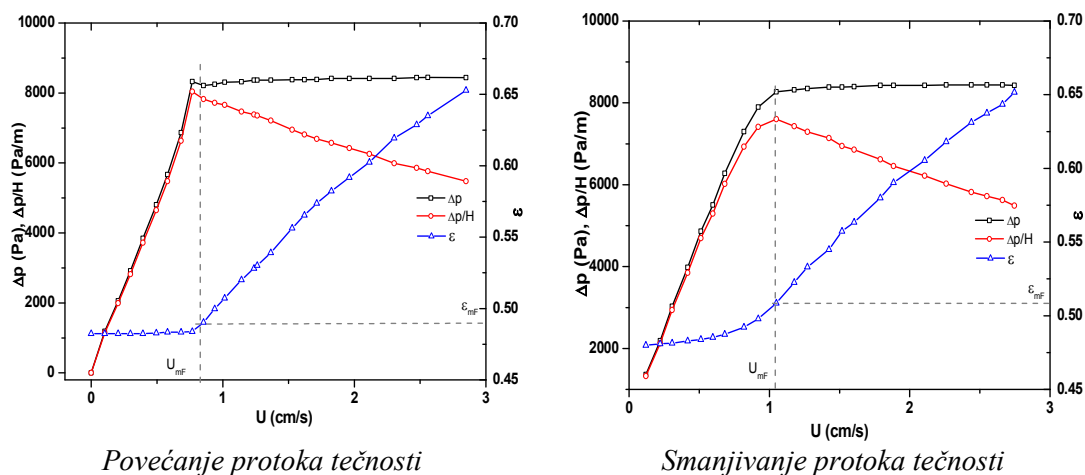


Povećanje protoka tečnosti



Smanjivanje protoka tečnosti

Slika 5.13 Zavisnost pada pritiska, gradijenta pritiska i poroznosti sloja od površinske brzine tečnosti za frakciju peska granulacije 0.420/0.297 mm



Slika 5.14 Zavisnost pada pritiska, gradijenta pritiska i poroznosti sloja od površinske brzine tečnosti za frakciju peska granulacije 1.25/0.75 mm

Tabela 5.2 Fluidizacione karakteristike frakcija peska

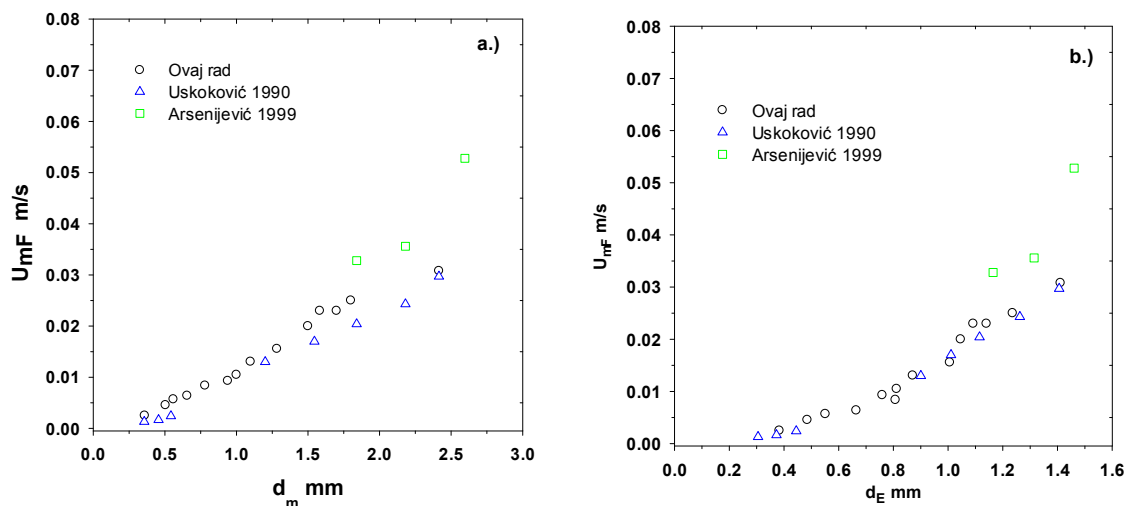
frakcija	U_{mF} cm/s	ε_0	ε_{mF}	U_E cm/s	n	$U_{t,eksp.}$ cm/s	$U_{t,sre}$ cm/s	$U_{t,oblak}$ cm/s	N
2.830/2.000	3.2813	0.4498	0.4805	20.10	2.7053	13.0-24.97	18.205	17.708	108
2.000/1.600	2.5582	0.4231	0.5173	17.92	2.9509	11.1-19.98	16.030	16.131	101
2.000/1.406	2.2334	0.4277	0.5039	16.64	2.8771	9.37-19.98	15.186	15.098	209
2.000/1.166	2.1433	0.4719	0.5068	15.97	2.8473	7.38-19.98	14.068	13.701	213
1.600/1.406	2.2502	0.4225	0.5148	15.31	2.8511	9.37-17.73	14.398	14.515	107
1.406/1.166	1.7142	0.4355	0.5101	14.76	3.1435	9.67-16.65	13.138	13.175	104
1.166/1.030	1.3296	0.4527	0.4942	12.83	3.1467	8.56-15.77	12.307	12.366	103
1.030/0.850	0.9449	0.4620	0.4980	11.19	3.4576	6.81-12.48	9.799	10.001	128
0.75/1.25	1.042	0.4820	0.5080	11.96	3.5930	-	10.160	10.160	-
0.850/0.711	0.7617	0.4669	0.4989	9.31	3.4131	4.91-10.70	8.104	7.929	126
0.711/0.600	0.5793	0.4571	0.4952	9.75	3.7040	5.00-9.37	7.336	7.202	128
0.600/0.519	0.4966	0.4647	0.5017	7.98	3.7735	4.91-7.89	6.735	6.786	151
0.589/0.420	0.4308	0.4761	0.5057	6.92	3.9115	3.26-6.81	5.482	5.376	136
0.420/0.297	0.2073	0.4817	0.5101	5.32	4.3802	1.31-5.55	4.127	4.098	141

U tabeli 5.2 prikazane su eksperimentalne vrednosti dobijen na osnovu maksimuma na krivoj $-\Delta p/H=f(U)$ za minimalne brzinu fluidizacije U_{mF} i preseku linije U_{mF} sa krivom $\varepsilon=f(U)$ za ε_m poroznost sloja pri minimalnoj brzini fluidizacije, slike 5.1-5.14.

5.1.1 Minimalna brzina fluidizacije U_{mF} i poroznost sloja

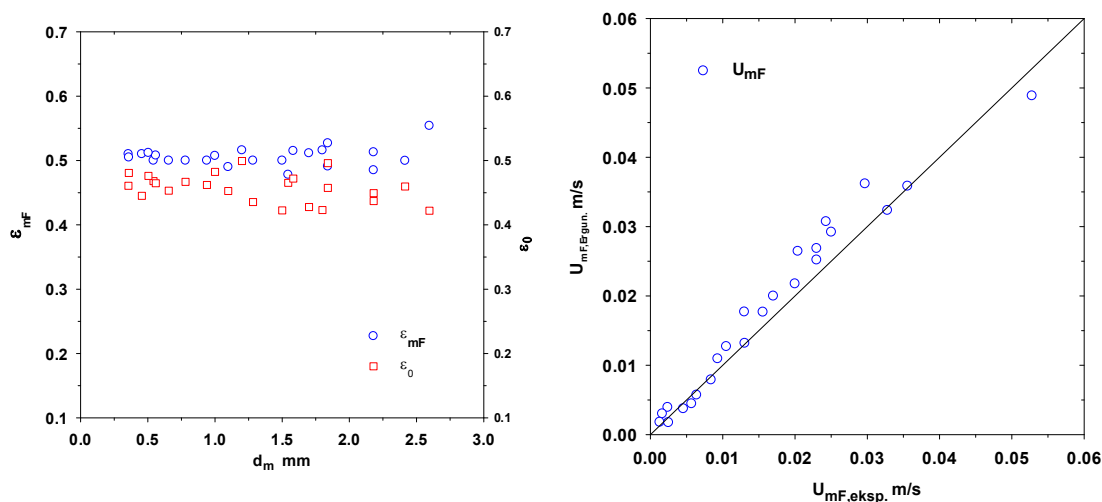
Na slici 5.15 a) prikazana je zavisnost eksperimentalnih vrednosti minimalne brzine fluidizacije U_{mF} od srednjeg sejanog prečnika d_m upoređena sa podacima iz literature, (Uskoković, 1990; Arsenijević i sar., 1999). Zavisnost eksperimentalnih i literaturnih

podataka U_{mF} od srednjeg prečnika d_E čestica (prečnik sfere koji ima istu brzinu odnošenja kao nesferična čestica tabela 4.3), prikazana je na slici 5.15 b).



Slika 5.15 Zavisnost minimalne brzine fluidizacije U_{mF} od srednjeg sejanog prečnika d_m (a) i prečnika d_E pri istoj brzini odnošenja (b)

Sa grafika na slici 5.15 (a,b) primećuje se, da se eksperimentalni podaci za minimalnu brzinu fluidizacije dosta dobro slažu sa literaturnim podacima, (Uskoković 1990).



Slika 5.16 Zavisnost izmđju ϵ_0 i ϵ_{mF} od d_m za ispitivane frakcije peska

Slika 5.17 Upoređenje eksperimentalnih i izračunatih vrednosti U_{mF} po jednačini Ergun-a

Međutim može se primetiti blago odstupanje između eksperimentalnih i literaturnih podataka (Arsenijević i sar., 1999) za U_{mF} što je verovatno posledica razlike u gustini

filtracionog peska koji je korišćen u eksperimentima, ($\rho_p \approx 2600 \text{ kg/m}^3$ i $\rho_p \approx 2800 \text{ kg/m}^3$, (Arsenijević i sar., 1999)).

Na slici 5.16 prikazana je zavisnost poroznosti pakovanog sloja ε_0 kao i poroznosti sloja pri minimalnoj brzini fluidizacije ε_{mF} u zavisnosti od d_m . Primećuje se da se obe vrednosti povećavaju sa smanjenjem vrednosti d_m , i to ($0.4220 < \varepsilon_0 < 0.4992$, $0.4780 < \varepsilon_{mF} < 0.5540$). Na slici 5.17 prikazano je poređenje eksperimentalnih vrednosti U_{mF} sa vrednostima dobijenih korišćenjem jednačine (5.1), (Erun, 1952).

Primećuje se da *Ergun*-ova jednačina dobro predviđa vrednosti U_{mF} samo za sitnije frakcije peska, međutim, sa druge strane za primenu *Ergun*-ove jednačine potrebno je poznavanje ε_{mF} sloja kao i površinsko-zapreminskog prečnika čestica d_{sv} . Veličine ε_{mF} i d_{sv} su često nepoznate, pa je primena *Ergun*-ove jednačine za predviđanje U_{mF} sa te strane nepraktična, jer su potrebne dodatne jednačine za predviđanje ε_{mF} i d_{sv} .

5.1.2 Jednačine- korelacije za U_{mF} :

- *Ergun*-ova jednačina (na bazi d_v i ψ), (Ergun, 1952)

$$150 \frac{(1 - \varepsilon_{mF})^2}{\varepsilon_{mF}^3} \frac{\mu}{d_{SV}^2} U_{mF} + 1.75 \frac{(1 - \varepsilon_{mF})}{\varepsilon_{mF}^3} \frac{\rho_f}{d_{SV}} U_{mF}^2 = (\rho_p - \rho_f) g (1 - \varepsilon_{mF}) \quad (5.1)$$

- Jednačina na bazi korelacije za ekspanziju, (Richardson i Zaki, 1954):

$$U_{mF} = U_E \cdot \varepsilon_{mF}^n \quad (5.2)$$

- (Wen i Yu, 1966 (na bazi d_v)):

$$Re_{mF} = \frac{d_v \rho_f U_{mF}}{\mu} = \sqrt{33.7^2 + 0.0408 \frac{d_v^3 \rho_f (\rho_p - \rho_f) g}{\mu^2}} - 33.7 \quad (5.3)$$

- (Limas-Ballestores, 1982):

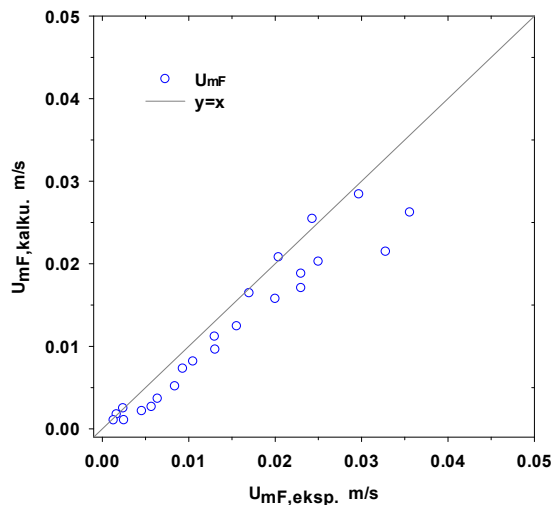
$$Re_{s-mF} = \frac{d_s \rho_f U_{mF}}{\mu} = \left[\left(\frac{12}{C_I} \right)^2 + \frac{0.0114 \cdot Ga \cdot M_y}{\psi^{3.2} \cdot C_I} \right]^{1/2} - \frac{12}{C_I} \quad (5.4)$$

gde su Re_{mF} i Ga su zasnovane na jednakim površinskim prečnicima čestice (d_s).

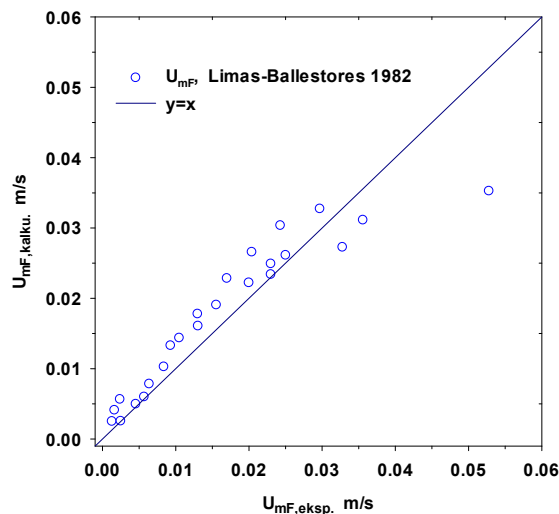
$$Ga = \frac{d_s^3 \cdot \rho_f \cdot g}{\mu_f^2} \cdot \frac{\rho_p - \rho_f}{\rho_f} \quad (5.5)$$

C_I je unutrašnji koeficijent trenja (Tabela 1.4 u (Couderc, 1985)). Korelacije za C_I ograničene na opseg $Re_s=200-500$.

$$C_I = 2.53 - 0.283 \cdot \exp(2.3 \cdot \psi) \quad \text{za } \psi < 0.8 \quad (5.6)$$

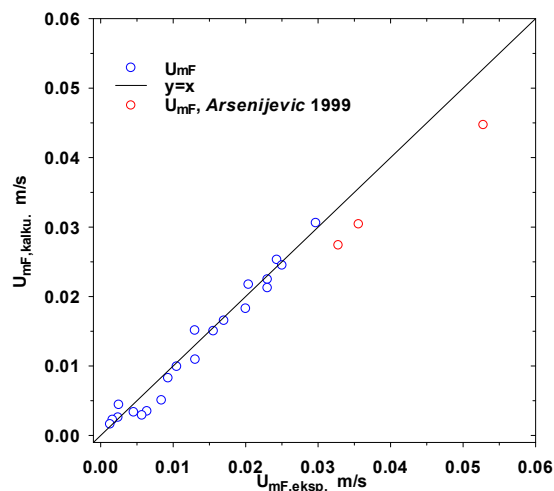


Slika 5.18 Poređenje eksperimentalnih i izračunatih vrednosti U_{mF} po jednačini (Wen&Yu, 1966)

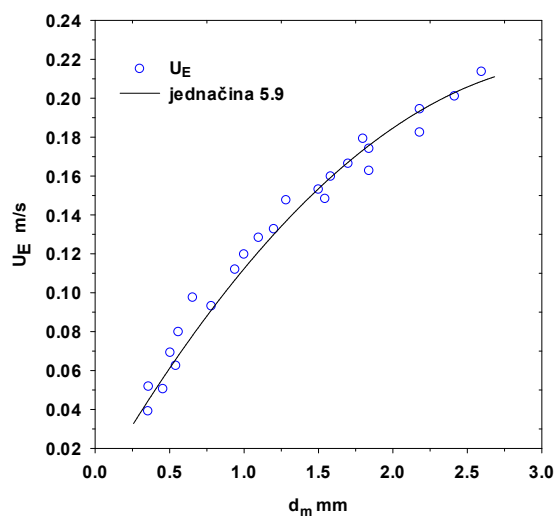


Slika 5.19 Poređenje eksperimentalnih i izračunatih vrednosti U_{mF} po jednačini Limas-Ballestores

Na slici 5.18 i 5.19 dat je uporedni prikaz eksperimentalnih i izračunatih vrednosti U_{mF} po jednačini (Wen i Yu, 1966; Limas i Ballestores, 1982, respektivno). Može se primeniti da vrednosti dobijene primenom obe jednačine odstupaju od eksperimentalnih podataka.



Slika 5.20 Upoređenje eksperimentalnih i izračunatih vrednosti U_{mF} po jednačini za ekspanziju smeše



Slika 5.21 4.19 Zavisnost ekstrapolisane brzine odnošenja čestica U_E od prečnika d_m

Na osnovu jednačine za ekspanzije smeše, jednačina (5.2), i korelacione jednačine za koeficijent ekspanzije smeše dobijene na osnovu korelacije eksperimentalnih podataka, tabela 5.2;

$$n = 1.967 / \left(\frac{R_{eE}}{73.84} \right)^{3.086} + 2.681 \quad (5.7)$$

$$R_{eE} = \frac{d_E U_E \rho_f}{\mu_f}$$

moгу se predvideti vrednosti minimalne brzine fluidizacije U_{mF} .

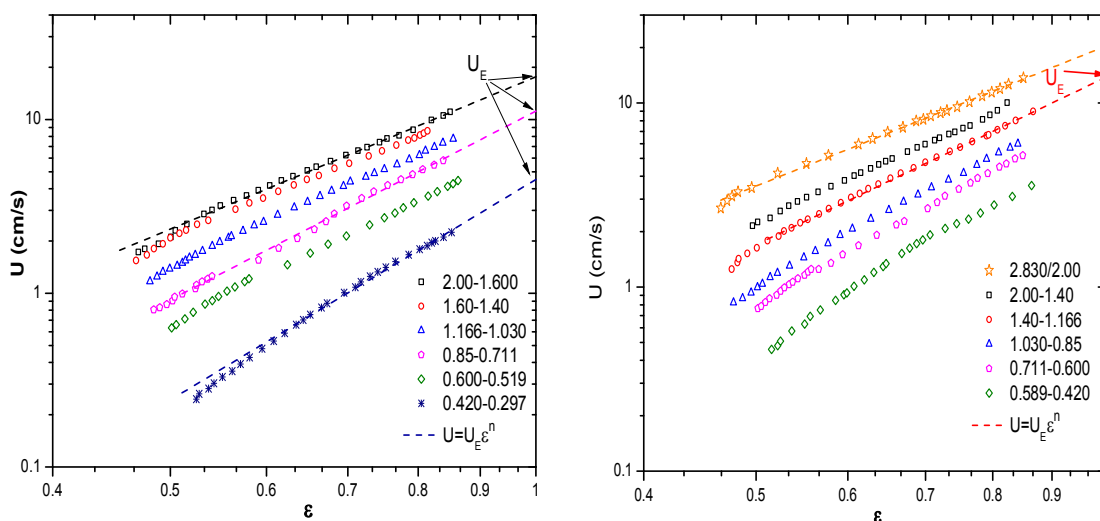
Jednačina 5.7 nije zgodna za korišćenje jer je potrebno poznavanje veličina brzine odnošenja čestica U_E i „ekvivalentnog“ prečnika d_E čestica, koje su često nepoznate.

Na slici 5.20 dat je uporedni prikaz eksperimentalnih i izračunatih vrednosti U_{mF} na osnovu jednačine za ekspanziju smeše (jed. 5.2) i jednačine (5.7).

Sa grafika se vidi dobro slaganje između izračunatih i eksperimentalnih vrednosti U_{mF} .

5.2 Ekspanzija smeše

Eksperimentalni podaci zavisnosti $\varepsilon=f(U)$ pokazuju da se zavisnost između poroznosti sloja i površinske brzine vode pokorava relaciji *Richardson-Zaki-a*, (*Richardson i Zaki, 1954*), slika 5.22:



Slika 5.22 Uticaj promene površinske brzine tečnosti na poroznost sloja i aproksimacija sa jednačinom Richardson Zaki-ja.

$$U = U_E \cdot \varepsilon^n \quad (5.8)$$

$$\log U = \log U_E + n \cdot \log \varepsilon$$

gde je U_E ekstrapolisana vrednost brzine vode za $\varepsilon=1$ a n -indeks ekspanzije koji zavisi od Reynolds-ovog broja za česticu pri brzini U_t (gde je U_t -brzina slobodnog taloženja usamljene čestice) i faktora stešnjenja (odnos prečnika čestice prema prečniku kolone).

Na slici 5.22 prikazana je logaritamska zavisnost poroznosti sloja ε od površinske brzine tečnosti, gde je pravim linijama izražena logaritamska zavisnost jednačine *Richardson-Zaki*-ja. Koeficijenti ekspanzija n za svaku od ispitivanih frakcija peska određivani su iz nagiba linija jednačina (5.8) sa grafika na slici 5.22. Ekstrapolacijom eksperimentalnih podataka za $\varepsilon=1$ mogu da se odrede brzine odnošenja U_E čestica za svaku od frakcija, vrednosti koeficijenta ekspanzija n i brzine odnošenja čestica U_E date su u tabeli 5.2.

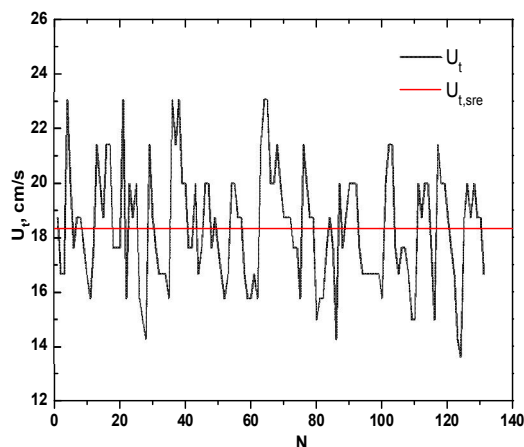
U originalnoj korelaciji (*Richardson i Zaki, 1954*), $U_E=U_t$, međutim, ponašanje fluidizirajućeg sloja pri velikim vrednostima poroznosti sloja ($\varepsilon > 0.85$) je veoma kompleksno, i nekoliko autora je pokazalo da $U_E \neq U_t$, (*Di Felice, 1986; Epstein, 2003*).

5.3 Brzina taloženja i odnošenja čestica

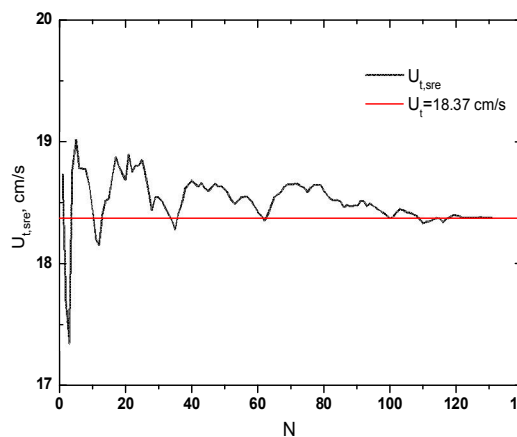
5.3.1 Eksperimentalno određivanje brzine taloženja

Zavisnost ekstrapolisane vrednosti brzine U_E od sejanog prečnika d_m prikazana je na slici 5.21 i može se predstaviti jednačinom;

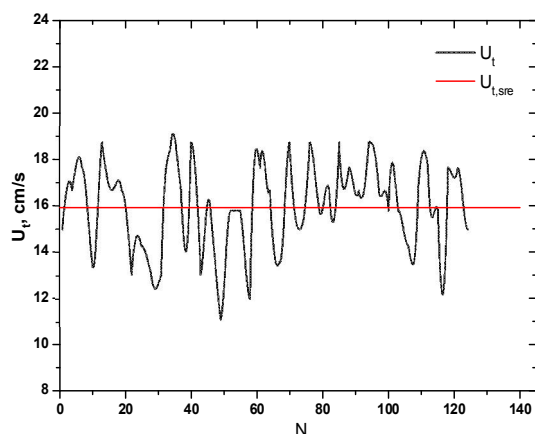
$$U_E = 0.1323 \cdot d_m - 0.020 \cdot d_m^2, \quad d_m (mm) \quad (5.9)$$



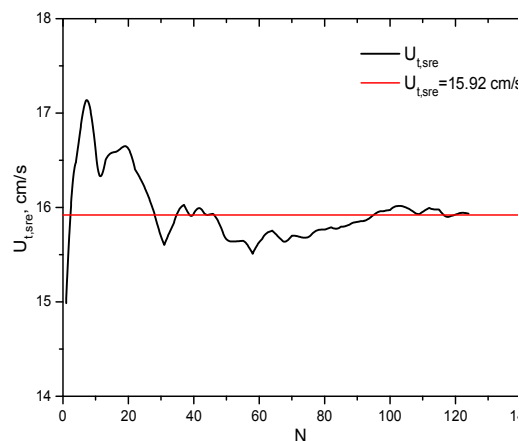
Slika 5.23 Zavisnost U_t od broja merenja N za frakciju peska 2.830/2.000



Slika 5.24 Analiza osetljivosti merenja brzine taloženja U_t za frakciju 2.830/2.000



Slika 5.25 Zavisnost U_t od broja merenja N za frakciju peska 2.000/1.600



Slika 5.26 Analiza osetljivosti merenja brzine taloženja U_t za frakciju 2.000/1.600

Da bi odredili srednju veličinu čestica svake ispitivane frakcije, definisan je efektivni „hidraulični prečnik“ d_E čestica, kao prečnik sferične čestice iste gustine koja ima istu brzinu taloženja U_E . Ovaj prečnik efektivni „hidraulični prečnik“ d_E čestica računa se na osnovu relacije:

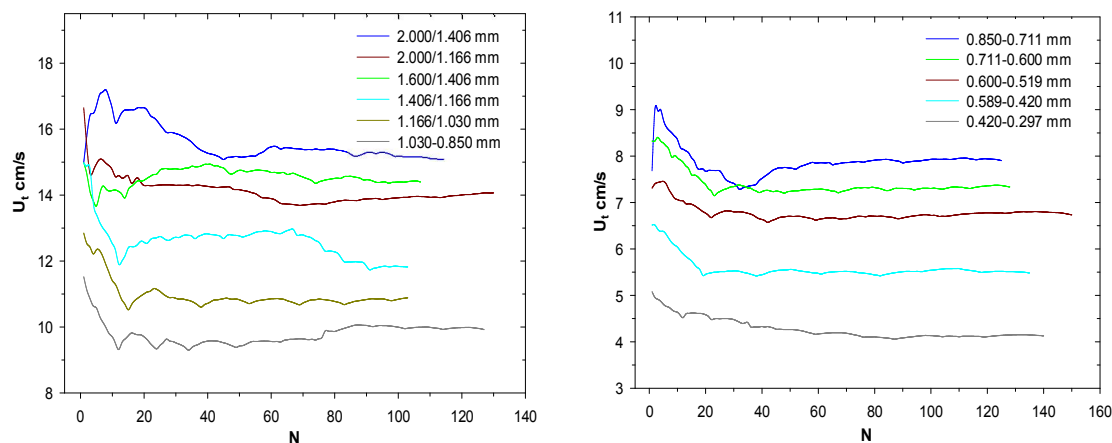
$$C_d = \frac{4d_E g(\rho_p - \rho_f)}{3\rho_f U_E^2} \quad (5.10)$$

gde je d_E efektivni „hidraulični prečnik“, g gravitaciona konstanta, ρ_p i ρ_f su gustine čestica i fluida, respektivno, a U_E je brzina odsečka sa slike 5.22. Koefficient trenja čestica, računat je po korelaciji (*Turton-Levenspiel, 1986*), za sferične čestice.

Da bi se ispitalo odstupanje brzine taloženja U_t od brzine „odnošenja“ U_E , merene su brzine taloženja čestica za svaku od frakcija.

Brzine slobodnog taloženja čestica u vodi merene su snimanjem pomoću kamere taloženja nasumično odabrane čestice iz uzorka svake frakcije određene granulacije ponaosob, u N ponavljanja, (snimanje je rađeno sa brzinom snimanja 30 slika po sekundi). Na osnovu poznatog pređenog rastojanja $L=20$ cm za svaku pojedinačnu česticu i poznate razlike vremena Δt koje je potrebno da čestica pređe rastojanje L , izračunava se brzina taloženja za svaku česticu iz određene frakcije. Talozenje čestica ispitivano je u vodi gustine $\rho=998\text{kg/m}^3$, viskoznosti $\mu=1.02\cdot 10^{-3}\text{Pa}\cdot\text{s}$ i temperature 20°C .

Analizom video snimka taloženja čestica određuje se broja kadrova n koje je potrebno svakoj pojedinačnoj čestici da slobodnim padom pređe rastojanje od $L=20$ cm.



Slika 5.27 Zavisnost brzine taloženja od broja merenja N , analiza osetljivosti.

Iz poznatog broja kadrova vreme taloženja može da se odredi pomoću jednačine $\Delta t = n \cdot 0.033$ s, na osnovu poznatog vremena Δt i pređenog rastojanja. Brzina taloženja se može izraziti:

$$U_t = \frac{L}{\Delta t} \quad (5.11)$$

Tabela 5.3 Brzine taloženja frakcija peska

frakcija	$U_{t, \text{eksp.}}$ cm/s	$U_{t, \text{sre}}$ cm/s	$U_{t, \text{oblak}}$ cm/s	N	R_{et}
2.830/2.000	13.0-24.97	18.205	17.708	108	407.9
2.000/1.600	11.1-19.98	16.030	16.131	101	271.1
2.000/1.406	9.37-19.98	15.186	15.098	209	237.7
2.000/1.166	7.38-19.98	14.068	13.701	213	212.6
1.600/1.406	9.37-17.73	14.398	14.515	107	193.0
1.406/1.166	9.67-16.65	13.138	13.175	104	159.1
1.166/1.030	8.56-15.77	12.307	12.366	103	118.4
1.030/0.850	6.81-12.48	9.799	10.001	128	88.4
0.75/1.25	-	10.160	10.160	-	100.6
0.850/0.711	4.91-10.70	8.104	7.929	126	61.1
0.711/0.600	5.00-9.37	7.336	7.202	128	53.7
0.600/0.519	4.91-7.89	6.735	6.786	151	37.5
0.589/0.420	3.26-6.81	5.482	5.376	136	29.3
0.420/0.297	1.31-5.55	4.127	4.098	141	15.6

Na slikama 5.23 i 5.25 prikazana je zavisnost izmerene brzine taloženja U_t u zavisnosti od broja proizvoljnih merenja N . Sa grafika se da primetiti da brzine taloženja variraju oko srednje vrednosti brzine $U_{t, \text{sre}}$ koja je prikazana crvenom pravom linijom na grafiku. Ova varijacija u brzini taloženja čestica posledica je razlike veličine

kao i faktora oblika čestica ispitivanih frakcija peska koji predstavljaju polidisperznu smešu čestica.

Grafici prikazani na slikama 5.24 i 5.26 predstavljaju analizu osetljivosti merenja brzine taloženja čestica, tj. pokazuju koliko je potrebno merenja brzine taloženja nasumično odabranih čestica da bi vrednost $U_{t,sre}$ postala konstanta. Može se videti da je dovoljno oko $N=100$ merenja da bi se $U_{t,sre}$ smatrala merodavnom.

Na slici 5.27 prikazani su grafici zavisnosti srednje brzine taloženja čestica određenih frakcija peska u zavisnosti od ispitivanog broja nasumično odabranih čestica.

Sa grafika na slici 5.27 vidi se da za sve ispitivane frakcije, pri $N \approx 100$ broju ispitivanih čestica brzina taloženja dostiže svoju konstatnu vrednost što pokazuje na to da je potrebno ispitati najmanje 100 pojedinačnih brzina taloženja čestica da bi se brzina taloženja svake frakcija smatrala ispravnom.

Za određivanje brzine taloženja odabrana je još jedna metoda koja se sastoji od ispitivanja brzine taloženja „oblaka“ kojeg čine nasumično odabrane (oko 30) čestica za svaku ispitivanu frakciju. Tokom taloženja „oblaka čestica“ oblak dobija eliptični oblik jer se veće čestice i čestice pravilnijeg oblika (ϕ) brže talože od sitnijih čestica i od čestica nepravilnijeg oblika koje pružaju veći otpor kretanju tokom taloženja. Određivanje brzine taloženja „oblaka čestica“ je takođe zasnovano na analizi video snimka, pri čemu se u ovom slučaju prati broj kadrova koji je potreban da bi sredina oblaka prešla rastojanje od $L=20$ cm, 1 kadar $=0.033s \rightarrow \Delta t = n \cdot 0.033$ s, brzina taloženja se izračunava pomoću jednačine (5.11). Rastojanje od 10 cm je odabrano je da bi se smanjila greška u određivanju sredine „oblaka čestica“ koji tokom taloženja poprima eliptični oblik usled razlike u brzini taloženja svake pojedinačne čestice koje čine oblak.

Uporedne brzine taloženja čestica i oblaka čestica prikazane su u tabeli 5.3. Može se primetiti da se vrednosti $U_{t,\check{c}}$ i $U_{t,oblak}$ dosta slažu, što ukazuje na to da koncentracija čestica ne utiče mnogo na brzinu taloženja.

5.3.2 Direktno empirijske korelacije za U_t

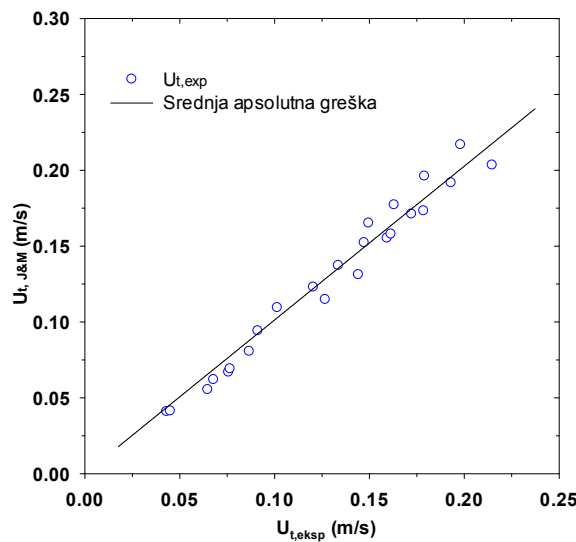
Postoji više radova koji se bave određivanjem U_t za prirodne (sedimentne) materijale u časopisima za geologiju i rudarstvo. Jedna od njih je jednačina *Jiminez i Madsen-a*, (*Jiminez i Madsen, 2003*).

$$U_t = \frac{(d_v g M_v)^{1/2}}{A + B} \cdot S \quad (5.12)$$

gde su A i B empirijski koeficijenti. Za kvarcni pesak A=0.954 i B=5.121. Parametar S predstavlja, parametar taloženja koji se definiše,

$$S = d_v \rho_f (d_v g M_v)^{1/2} / 4\mu \quad (5.13)$$

Srednja absolutna greška između eksperimentalnih i izračunatih vrednosti brzina taloženja pomoću modela (*Jiminez i Madsen*) je 2.26%, slika 5.28



Slika 5.28 Poređenje eksperimentalnih podataka za U_t sa korelacijom *Jiminez i Madson*.

Na grafiku prikazanom na slici 5.29 dato je poređene eksperimentalne vrednosti brzine taloženja U_t čestica sa ekstrapolisanom vrednošću brzine odnošenja U_E .

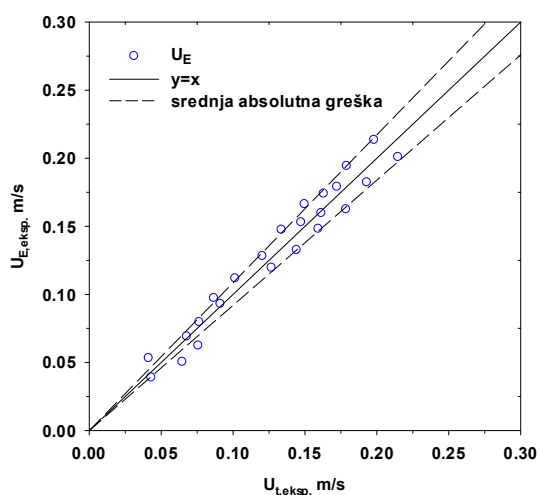
Srednja absolutna greška između U_t i U_E iznosi 8.6%.

Epstein, (*Epstein*, 2003) predložio je korelaciju za $U_0=U_E$ za nesferične izometrijske čestice, bazirana na radu *Haider* i *Levenspiel*-a, (*Haider* i *Levenspiel*, 1989).

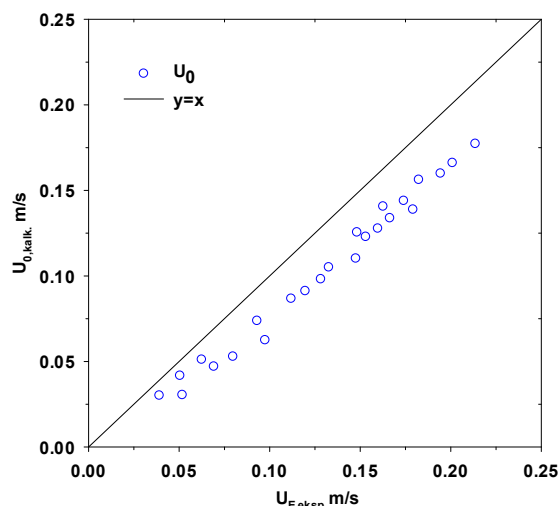
$$Re_0 = \frac{d_{sv} \rho_f U_0}{\mu} = Ar^{1/3} \left(\frac{18}{Ar^{2/3}} + \frac{2.335 - 1.744 \cdot \psi}{Ar^{1/6}} \right)^{-1} \quad (5.14)$$

gde je Ar - Arhimedov broj, d_{sv} je površinsko zapreminski prečnik čestica, μ je viskoznost fluida, ρ_p i ρ_f je gustina čestica i fluida, respektivno;

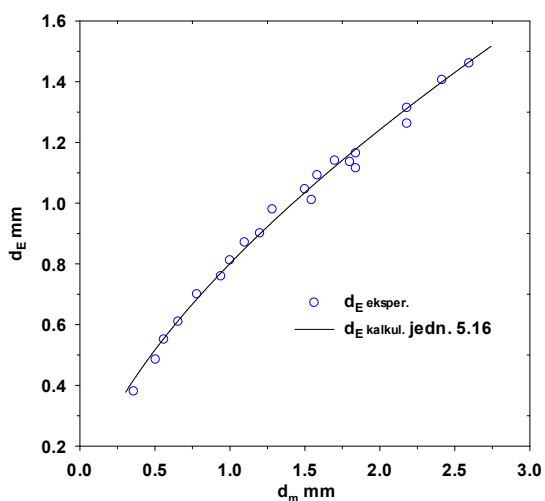
$$Ar_s = \frac{d_{sv}^3 \rho_f (\rho_p - \rho_f) g}{\mu^2} \quad (5.15)$$



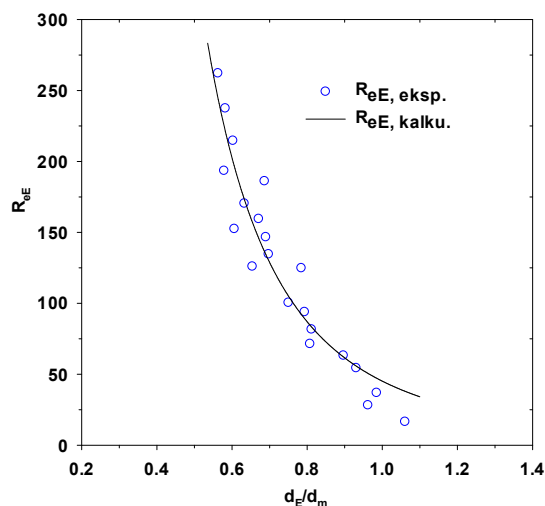
Slika 5.29 Poređenje eksperimentalnih vrednosti brzine taloženja U_t i U_E .



Slika 5.29b Upoređenje eksperimentalnih vrednosti brzine taloženja U_E sa Epstein-ovom U_0 .



Slika 5.30 Zavisnost efektivnog „hidrauličnog prečnika“ d_E od sejanog prečnika d_m



Slika 5.31 Zavisnost Reynoldsovog broja Re_E od odnosa prečnika d_E/d_m

Rezultati prikazani na slici 5.29b pokazuju da se vrednosti U_E i U_0 i dosta razlikuju, što pokazuje da korelaciona jednačina (5.14) Epstein-a nije pogodna za izračunavanje U_E brzine polidisperznih smeša čestica peska. Srednja apsolutna greška između eksperimentalnih i izračunatih vrednosti jedn. (5.14) brzina odnošenja iznosi oko 22%.

Na slici 5.30 je data zavisnost efektivnog „hidrauličnog prečnika“ d_E od sejanog prečnika d_m . Ova zavisnost može da se predstavi korelacijom;

$$d_E = 0.8010 \cdot d_m^{0.6331}, \quad d_E, d_m \text{ (mm)} \quad (5.16)$$

Zavisnost Reynoldsovog broja Re_E od odnosa prečnika d_E/d_m prikazana je na grafiku, slika 5.31. $Re_E = f(d_E/d_m)$ može se korelisati jednačinom;

$$Re_E = \frac{d_E U_E \rho_f}{\mu_f} = 45.168 \cdot \left(\frac{d_E}{d_m} \right)^{-2.937} \quad (5.17)$$

U_E je brzina taloženja srednjeg efektivnog "hidrauličnog prečnika" čestica d_E .

Na osnovu poznate relacije *Richardson-Zaki*-a može se napisati da je,

$$U = U_E \cdot \varepsilon^n \quad (5.18)$$

Gde je n koeficijent ekspanzije smeše,

$$n = 8.5386 \cdot Re_E^{-0.2166} \quad \mathbf{n \text{ I-jedn.}} \quad (5.19)$$

Jednačina (5.19) dobijena je korelacijom eksperimentalnih podataka sa slike 5.32. Zavisnost eksperimentalnih vrednosti koeficijenta ekspanzije smeše n od *Reynolds*-ovog broja prikazana je na grafiku, slika 5.32. Na istom grafiku, vrednosti $n_{,eksp.}$ upoređene su sa korelacionim jednačinama *Rowe*-a i *Khan* i *Richardson*-a, (*Rowe, 1992; Khan i Richardson, 1990*) za sferične čestice. Sa grafika se uočava da korelacione jednačine *Rowe*-a i *Khan* i *Richardson*-a daju dosta manje vrednosti koeficijenta ekspanzije n od eksperimentalno određenih, i nisu pogodne za izračunavanje koeficijenta n nesferičnih čestica.

5.3.3 Jednačine za predviđanje koeficijenta ekspanzije sloja

- Jednačina *Rowe*-a, (*Rowe, 1992*):

$$n = \frac{4.70 + 2.35 \cdot (0.175 \cdot Re_E^{0.75})}{1 + 0.175 \cdot Re_E^{0.75}} \quad (5.20)$$

- Jednačina *Khan* i *Richardson*-a, (*Khan i Richardson, 1990*):

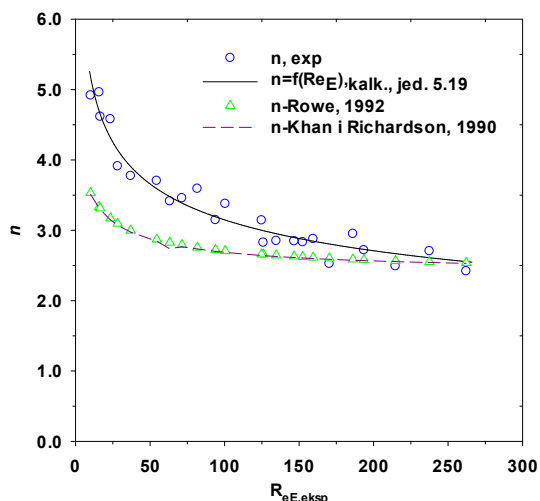
$$n = \frac{4.80 + 2.40 \cdot (0.043 \cdot Ar_E^{0.57})}{1 + 0.043 \cdot Ar_E^{0.57}} \quad (5.21)$$

Korelaciona jednačina (5.19) može se poboljšati, uvođenjem korigovanog prečnika d_m^* u proračun *Reynolds*-ovog broja:

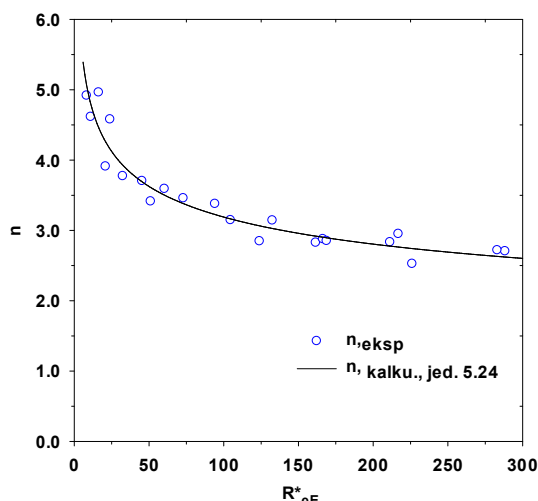
$$d_m^* = \frac{d_m}{d_R} \quad (5.22)$$

Onda je modifikovan *Reynolds*-ovov broj.

$$Re_E^* = d_m^* \rho_f U_E / \mu_f \quad (5.23)$$



Slika 5.32 Zavisnost koeficijenta ekspanzije smeše n od Re_E



Slika 5.33 Zavisnost koeficijenta ekspanzije smeše n od modifikovanog Re_E^*

Zavisnost koeficijenta ekspanzije smeše n od modifikovanog *Reynolds*-ovog broja Re_E^* , prikazana je na grafiku, slika 5.33. Nelinearnom regresijom eksperimentalnih podataka koeficijenta n i modifikovanog *Reynolds*-ovog broja Re_E^* , dolazi se do jednačine za izračunavanje n ;

$$n = 7.4809 \cdot Re_E^{*-0.1851} \quad n I^* \text{-jedn.} \quad (5.24)$$

Srednja apsolutna greška između eksperimentalnih i izračunatih vrednosti koeficijenta n pomoću jednačine (5.24) je oko 4%, slika 5.33.

Količnik d_m/d_R ima dimenziju (mm), jer je odnos prečnika d_R većeg u odnosu na manje sito bezdimenziona veličina. Količnik d_m/d_R je mera polidisperznosti frakcije.

Ako je $d_R=1$, $d_m=d_m$, tj. frakcija je monodisperzna. Ako je $d_R=2$, d_m je duplo manji, raste relativni značaj sitnijih čestica u frakciji.

Ako se *Reynolds*-ov broj izrazi u funkciji zapreminskog prečnika čestica d_V i brzine taloženja čestica U_t izračunate na osnovu jednačine (Haider i Levenspiel, 1989), jed.(4.20);

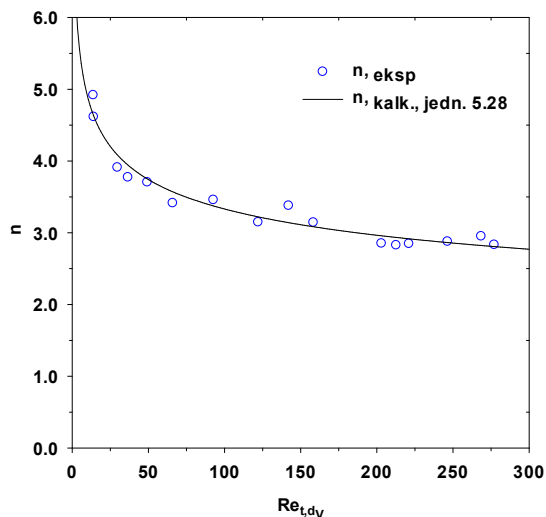
$$Re_{t,d_V} = \frac{d_V U_{t,H\&L} \rho_f}{\mu_f} \quad (5.25)$$

Gde je $U_{t,H\&L}$ brzina taloženja nesferične čestice po korelaciji *Haider-Levenspiel*-a, pri čemu se ψ može izračunati iz korelacije,

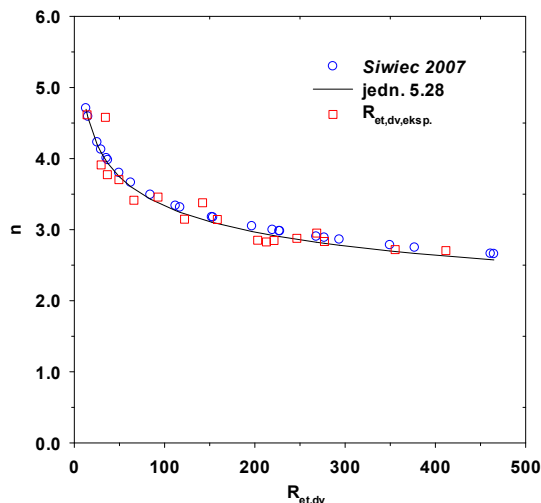
$$\begin{aligned} \psi &= 1 - 0.3613 \cdot d_m, & d_m \text{ (mm)}, \text{ za } d_m < 0.8 \text{ mm} \\ \psi &= 0.711, & \text{ za } d_m > 0.8 \text{ mm} \end{aligned} \quad (5.26)$$

a zapreminski prečnik čestica pomoću jednačine;

$$d_v = 1.0775 \cdot d_m - 0.0255, \quad d_v, d_m \text{ (mm)} \quad (5.27)$$



Slika 5.34 Zavisnost koeficijenta ekspanzije n od Reynolds-ovog broja Re_{t,d_v}



Slika 5.35 Zavisnost koeficijenta ekspanzije smeše n od modifikovanog Re_E^*

Na slici 5.34 prikazana je zavisnost koeficijenta ekspanzije n od Reynolds-ovog broja taloženja čestica peska Re_{t,d_v} . Nelinearnom regresijom podataka sa grafika, slika 5.34, dolazi se do jednačine:

$$n = 7.2136 \cdot Re_{t,d_v}^{-0.1678} \quad \mathbf{n \text{ II-jedn.}} \quad (5.28)$$

Na slici 5.35 je dat uporedni prikaz eksperimentalnih vrednosti koeficijenta ekspanzije smeša iz ovog rada, ispitivanja *Siwieca*-a, (*Siwec 2007*) sa vrednostima n dobijenih pomoću jednačine (5.28).

Srednja apsolutna greška vrednosti koeficijenta n , jednačina (5.28) u odnosu na eksperimentalne iznosi oko 3%.

5.3.4 Upoređenje sa literaturnim korelacijama

Neke korelacije su:

- *Korelacija Dharmarajah-a*, (*Dharmarajah i Cleasby, 1985*):

Dharmarajah je pokazao da je opšta jednačina koja opisuje ponašanje ekspanzije sloja sferičnih kao i nesferičnih čestica, za $Re_1 > 0.2$:

$$\log \left[\frac{\varepsilon^3}{(1-\varepsilon)^2} \cdot \frac{\rho_f g (\rho_p - \rho_f)}{s^3 \cdot \mu^2} \right] = \quad (5.29)$$

$$= 0.56543 + 1.09348 \log Re_1 + 0.17979 (\log Re_1)^2 - 0.00392 (\log Re_1)^4 - 1.5 (\log \psi)^2$$

gde je s -parametar definisan;

$$s = \frac{6}{\psi \cdot d_v} = \frac{6}{d_{sv}} \quad (5.30)$$

Reynolds-ov broj u jednačini (4.66) definisan je kao:

$$Re_1 = \frac{\rho_t U}{s \mu (1-\varepsilon)} \quad (5.31)$$

- *Korelacija Limas –a*, (*Limas-Ballesteros i sar.*, 1982);

$$1.61 \psi^{1.35} \varepsilon^{-4.94} = \frac{Ar_s}{0.75 (24 Re_s + C_l Re_s^2)} \quad (5.32)$$

gde su Re_s i Ar_s *Reynolds-ov* i *Archimed-ov* broj, respektivno. Ove dve vrednosti računaju se koristeći ekvivalentni površinski prečnik čestica (d_s):

$$Ar_s = \frac{d_s^3 \rho_t (\rho_p - \rho_f) g}{\mu^2} \quad (5.33)$$

$$Re_s = \frac{d_s \rho_t U}{\mu} \quad (5.34)$$

C_l je unutrašnji koeficijent trenja (Tabela 1.4 u (*Couderc*, 1985)). Korelacije za C_l ograničene su na opseg *Reynolds-ovog* broja $Re_s = 200-500$.

$$C_l = 2.53 - 0.280 \cdot e^{2.3 \cdot \psi} \quad \psi < 0.8$$

$$C_l = 2.53 - 0.615 \cdot e^{1.27 \cdot \psi} \quad 0.8 < \psi < 0.906 \quad (5.35)$$

za vrednosti $Re_s = 500-3000$,

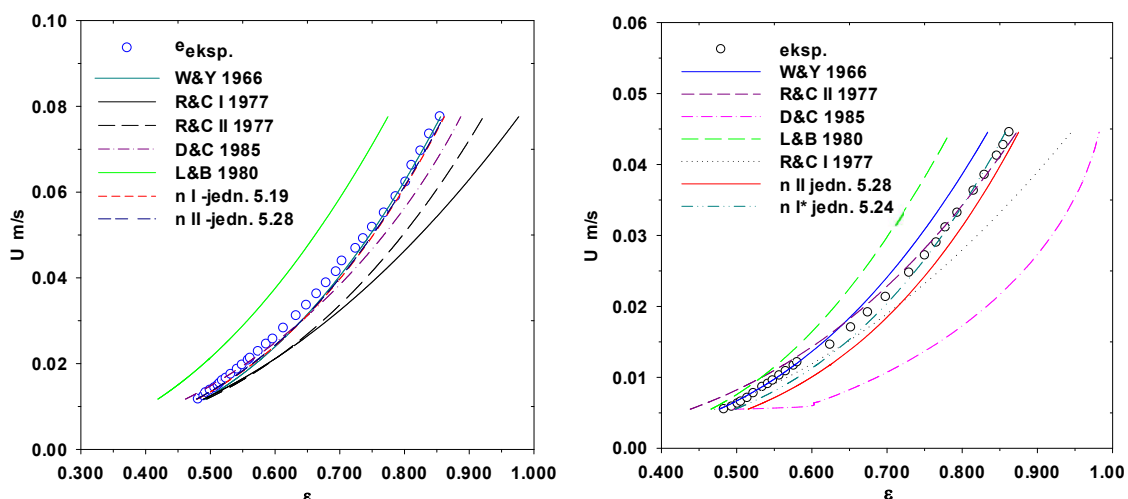
$$C_l = 2.25 \cdot (Re_s / 1.33 \cdot 10^6)^{0.216 \psi^{2.5}} \quad \psi < 0.9 \quad (5.36)$$

Veza između ψ , d_s i d_v je:

$$d_s = \frac{d_v}{\sqrt{\psi}} \quad (5.37)$$

- *Korelacija Wen i Yu*, (*Wen i Yu*, 1966):

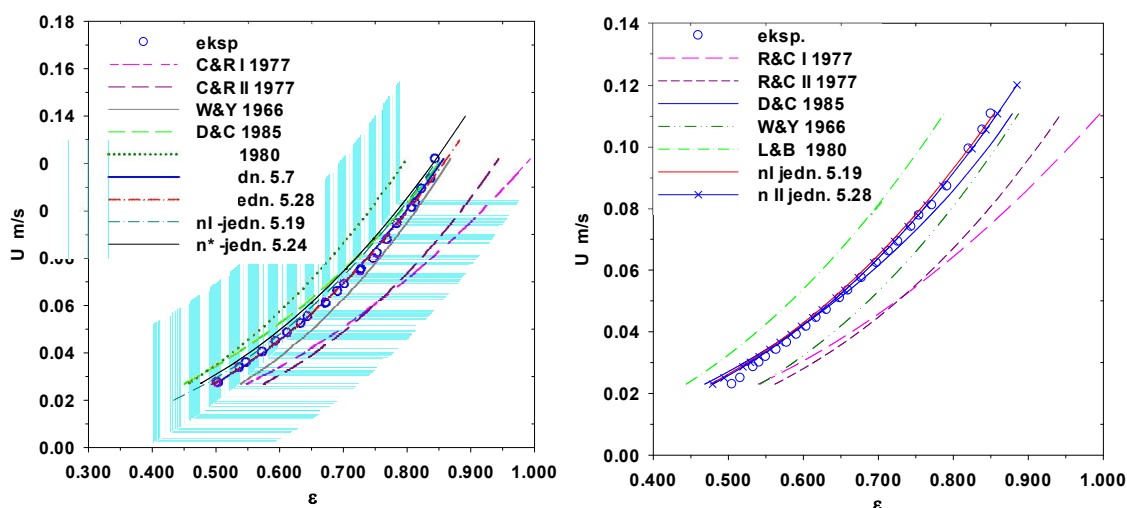
$$Ar_E \cdot \varepsilon^{4.7} = 18 Re_E + 2.7 Re_E^{1.687} \quad (5.38)$$



Za frakciju 1.166/1.030, $dm=1.098$ mm

Za frakciju 0.600/519, $dm=0.5595$ mm

Slika 5.36 Poređenje eksperimentalni podataka za ekspanziju smeše $U=f(\varepsilon)$ sa predloženim korelativnim jednačinama i literaturnim korelativnim jednačinama



Za frakciju 2.362/2.000, $dm=2.181$ mm

Za frakciju 2.000/1.600, $dm=1.800$ mm

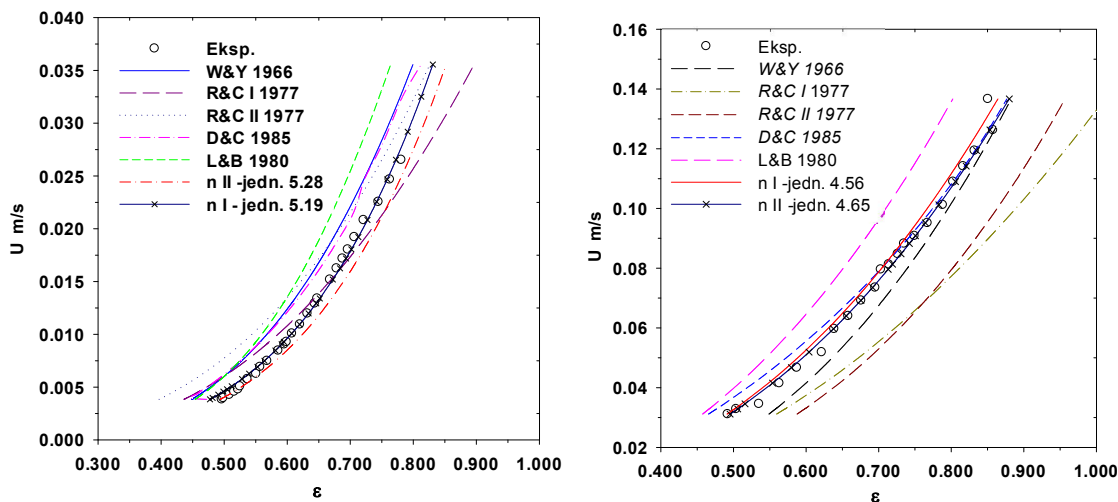
Slika 5.37 Poređenje eksperimentalni podataka za ekspanziju smeše $U=f(\varepsilon)$ sa predloženim korelativnim jednačinama i literaturnim korelativnim jednačinama

Korelaciona jednačina *Wen i Yu*-a, originalno je izvedena za sfere, međutim ako se kao karakteristični prečnik čestica koristi efektivni „hidraulički prečnik“ d_E čestica, jednačina (5.16) može da se primeni za nesferične čestice. .

Ar_E i Re_E su jednaki;

$$Ar_E = \frac{d_E^3 \rho_f (\rho_p - \rho_f) g}{\mu_f^2} \quad (5.39)$$

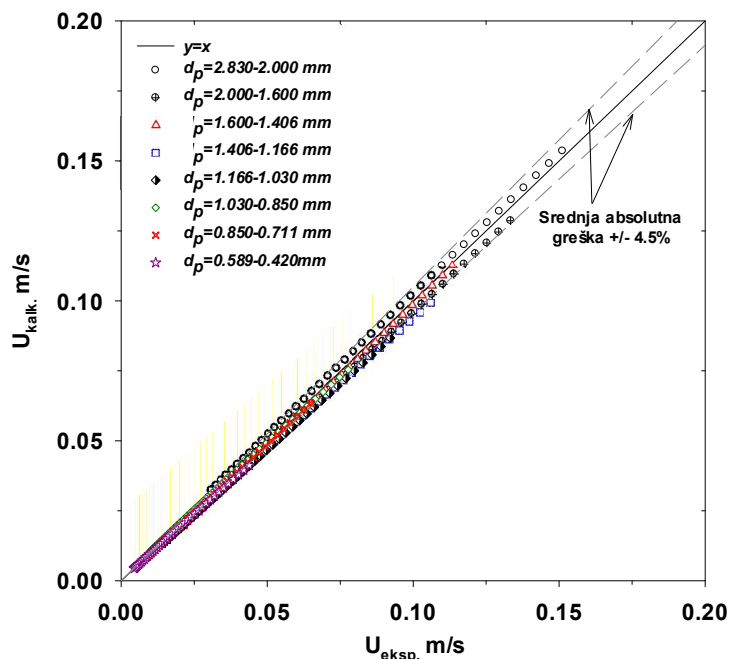
$$Re_E = \frac{d_E \rho_f U_E}{\mu}$$



Za frakciju 0.589/0.420, $dm=0.5045$ mm Za frakciju 2.830/2.000, $dm=2.415$ mm

Slika 5.38 Poređenje eksperimentalni podataka za ekspanziju smeše $U=f(\epsilon)$ sa predloženim korelativnim jednačinama i literaturnim korelativnim jednačinama

Sa slika 5.36-5.38 primećuje se da jednačine nI -jednačina (5.19), nI^* -jednačina (5.24) i nII -jednačina (5.28) vrlo dobro predviđaju zavisnost $U=f(\epsilon)$ sa srednjom apsolutnom greškom od 4.5 %, slika 5.39, dok je maksimalna greška merenja manja od 10%. Na slici 5.39 prikazano je poređenje eksperimentalnih vrednosti $U_{eksp.}$ sa izračunatim vrednostima pomoću modela nI jednačina (5.19), i jednačina (5.9), (4.53) i (5.17) za izračunavanje U_E , d_E , i Re_E , respektivno. Modeli nI^* i nII , jednačine (5.24) i (5.28) takođe dobro predviđaju zavisnost $U=f(\epsilon)$. Srednja apsolutna greška modela je takođe oko 4%. Treba napomenuti da modeli nI , nI^* i nII , jednačine (5.19), (5.24), (5.28) važe samo za izračunavanje (predviđanje) ekspanzije sloja sačinjenog od frakcije peska gustine $\rho_p \approx 2600$ kg/m³ tokom fluidizacije sloja sa vodom kao fluidom gustine $\rho_f = 1000$ kg/m³ i viskoznosti $\mu_f = 1 \cdot 10^{-3}$ Pa·s.



Slika 5.39 Poređenje eksperimentalnih vrednosti sa korelacionim modelom n -jednačina (5.19)

5.3.5 Primena „serijskog“ modela za određivanje ekspanzije smeše sastavljene od niza različitih frakcija peska

Često je u praksi potrebno predvideti ponašanje smeše čestica sastavljeno od nekoliko frakcija peska sa određenim udelom svake frakcije, npr. peščani filteri, koji se sastoje od smeše nekoliko frakcija peska određene granulacije.

Za predviđanje brzine ispiranja takvog peščanog filtera potrebno je primeniti neki serijski model. Jedan od najranijih i najjednostavnijih pristupa je „serijski“ model *Epstein*-a, (*Epstein*, 1981). Prema ovom modelu ukupna ekspanzija smeše čestica pri određenoj brzini vode je zbir ekspanzija pojedinih (približno monodisperznih) frakcija pri istoj brzini vode, odnosno:

$$\frac{1}{1 - \varepsilon_s} = \sum_1^N \frac{x_i}{1 - \varepsilon_i} \quad (5.40)$$

gde je ε_s -srednja poroznost smeše čestica pri određenoj površinskoj brzini vode (U), ε_i -poroznost i -te frakcije pri istoj brzini vode a x_i -težinski udeo i -te frakcije. Poroznost i -te frakcije računata je po korelaciji:

$$\varepsilon_i = \left(\frac{U}{U_{Ei}} \right)^{1/n_i} \quad (5.41)$$

gde je U_{Ei} -efektivna brzina slobodnog taloženja dobijena ekstrapolacijom podataka na dijagramu $\log U \div \log(\varepsilon)$ za $\varepsilon=1$, a n_i -indeks ekspanzije i -te frakcije.

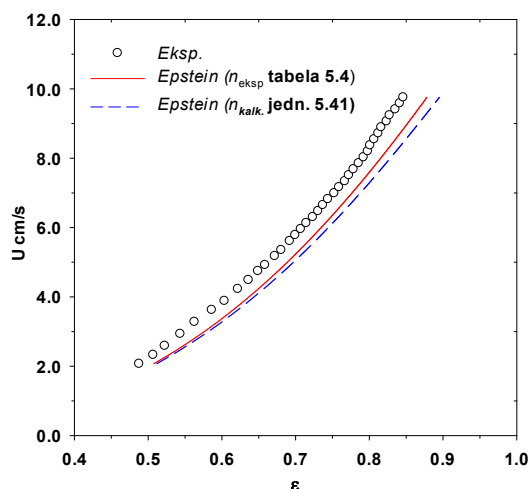
Da bi proverili ispravnost „serijskog“ modela *Epstein*-a, (*Epstein, 1981*), formirane su dve smeše (I i II) koje su sastavljene od nekoliko frakcija peska sa različitim udelima, tabela 5.4.

Tabela 5.4 Udeli x_i svake od frakcija u smeši I i II

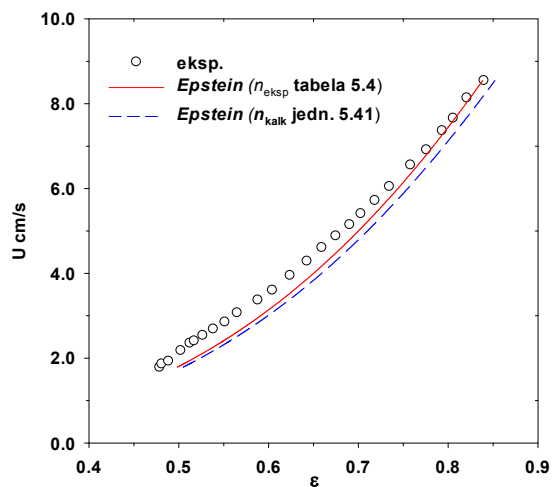
frakcija	2.830/2.000	2.000/1.600	1.600/1.406	1.406/1.166	1.166/1.030
Smeša I (x_i)	0.0916	0.1822	0.2678	0.3386	0.1198
Smeša II (x_i)	0	0.1856	0.3107	0.2603	0.2474

x_i -udeo svake frakcije u smeši I i II

Za tako dobijene smeše I i II eksperimentalno je određena zavisnost $U=f(\varepsilon)$ i upoređena je sa vrednostima dobijenim pomoću „serijskog“ modela (*Epstein*-a, 1981). Poređenje je rađeno na dva načina, tako što su u jednačini 5.47 korišćene eksperimentalne vrednosti koeficijenta ekspanzije smeše n_i (tabela 5.2), a u drugom načinu vrednosti n_i (jed. 5.41), predviđene su korišćenjem jednačine (5.19) za koeficijent n . Na slikama 5.40 i 5.41 prikazano je poređenje eksperimentalnih vrednosti ekspanzije smeša I i II sa vrednostima dobijenim pomoću *Epstein*-ovog modela. Sa slika se primećuje, da je slaganje zadovoljavajuće dobro, što pokazuje na primenljivost *Epstein*-ovog modela koji je prvenstveno izveden za predviđanje binarnih smeša sferičnih čestica.



Slika 5.40 Primena *Epstein*-ovog serijskog modela za predviđanje ekspanzije smeše I



Slika 5.41 Primena *Epstein*-ovog serijskog modela za predviđanje ekspanzije smeše II

5.4 Primena varijacionog modela za određivanje ponašanja ekspanziju smeše

Primenom varijacionog modela i poznavanjem parametara minimalne fluidizacije sloja ε_{mF} i U_{mF} , može da se predvidi ponašanje ekspanzije sloja tokom fluidizacije, pomoću jednačine;

$$U = U_{mF} \sqrt{\frac{\varepsilon^3 (1 - \varepsilon) \beta_{mF}}{\varepsilon_{mF}^3 (1 - \varepsilon_{mF}) \beta}} \quad (5.42)$$

gde koeficijent β predstavlja koeficijent trenja čestica, koji se računa pomoću jednačine;

$$\frac{\beta}{\beta_{mF}} = 1 - c_2 + \frac{1}{\lambda} \left[1 - \left(\lambda \frac{\varepsilon - \varepsilon_{mF}}{1 - \varepsilon_{mF}} + c_1 \right)^2 \right]^{1/2} \quad (5.43)$$

Gde se koeficijenti c_1 , c_2 i λ koeficijenti koji se računaju na osnovu:

$$y'(1) = \frac{U_{mF}^2}{U_t^2 \varepsilon_{mF}^3} \quad (5.44)$$

$$c_1 = \left[1 + y'(1)^2 \right]^{-1/2} = \left[1 + \left(U_{mF}^2 / U_t^2 \varepsilon_{mF}^3 \right)^2 \right]^{-1/2}$$

$$c_2 = \frac{(1 - c_1^2)^2}{\left[(1 - c_1^2)^{1/2} - c_1 \right]} \quad (5.45)$$

$$\lambda = (1 - c_1^2)^{1/2} - c_1 \quad (5.46)$$

Varijacioni model biće primenjen na predviđanje ekspanzije sloja frakcija peska tokom fluidizacije i upoređena sa eksperimentalnim vrednostima (tabela 5.2). Takođe varijacioni model primenjen je za predviđanje ekspanzije sloja sferičnih čestica biti ispitana za čestica prečnika $d_p = 0.46, 0.91, 1.00, 1.20, 1.94, 2.98$ mm.

Primećeno je da je pogodnije jednačine (5.42) i (5.43) prikazati u sledećem obliku;

$$U = U_{mF} \left(\frac{\varepsilon^{(n+1)} (1 - \varepsilon) \beta_{mF}}{\varepsilon_{mF}^{(n+1)} (1 - \varepsilon_{mF}) \beta} \right)^{1/n} \quad (5.47)$$

i

$$c_1 = \left[1 + \left(U_{mF}^n / U_t^n \varepsilon_{mF}^{(n+1)} \right)^2 \right]^{-1/2} \quad (5.48)$$

Brzina taloženja za sferične čestice određena je na osnovu jednačine (Turton i Levenspiel, 1986):

$$U_t = \sqrt{\frac{4gd_p(\rho_p - \rho_f)}{3\rho_f C_d}} \quad (5.49)$$

$$C_d = \frac{24}{Re_p} (1 + 0.173 Re_p^{0.657}) + \frac{0.413}{1 + 16300 Re_p^{-1.09}}$$

gde je:

$$Re_p = \frac{d_p \rho_f U_t(d_p)}{\mu_f}$$

Brzina taloženja čestica filtracionog peska određene granulacije računata je na osnovu jednačine (Haider i Levenspiel-a, 1989) za koeficijent trenja za nesferične čestice:

$$C_d = \frac{24}{Re_t} \left[1 + 8.716 \cdot Re_t^{0.0964 + 0.5565\psi} \cdot \exp(4.0655 \cdot \psi) \right] + \frac{73.69 \cdot Re_t \cdot \exp(-5.0748 \cdot \psi)}{Re_t + 5.378 \cdot \exp(6.2122 \cdot \psi)} \quad (5.50)$$

Rejnoldsov broj taloženja čestica Re_t , računat je

$$Re_t = \frac{d_v \cdot 10^{-3} \rho_f U_t(d_v)}{\mu}, \quad (5.51)$$

$$d_v = 1.0775 \cdot d_m - 0.0255, \quad d_v, d_m (mm)$$

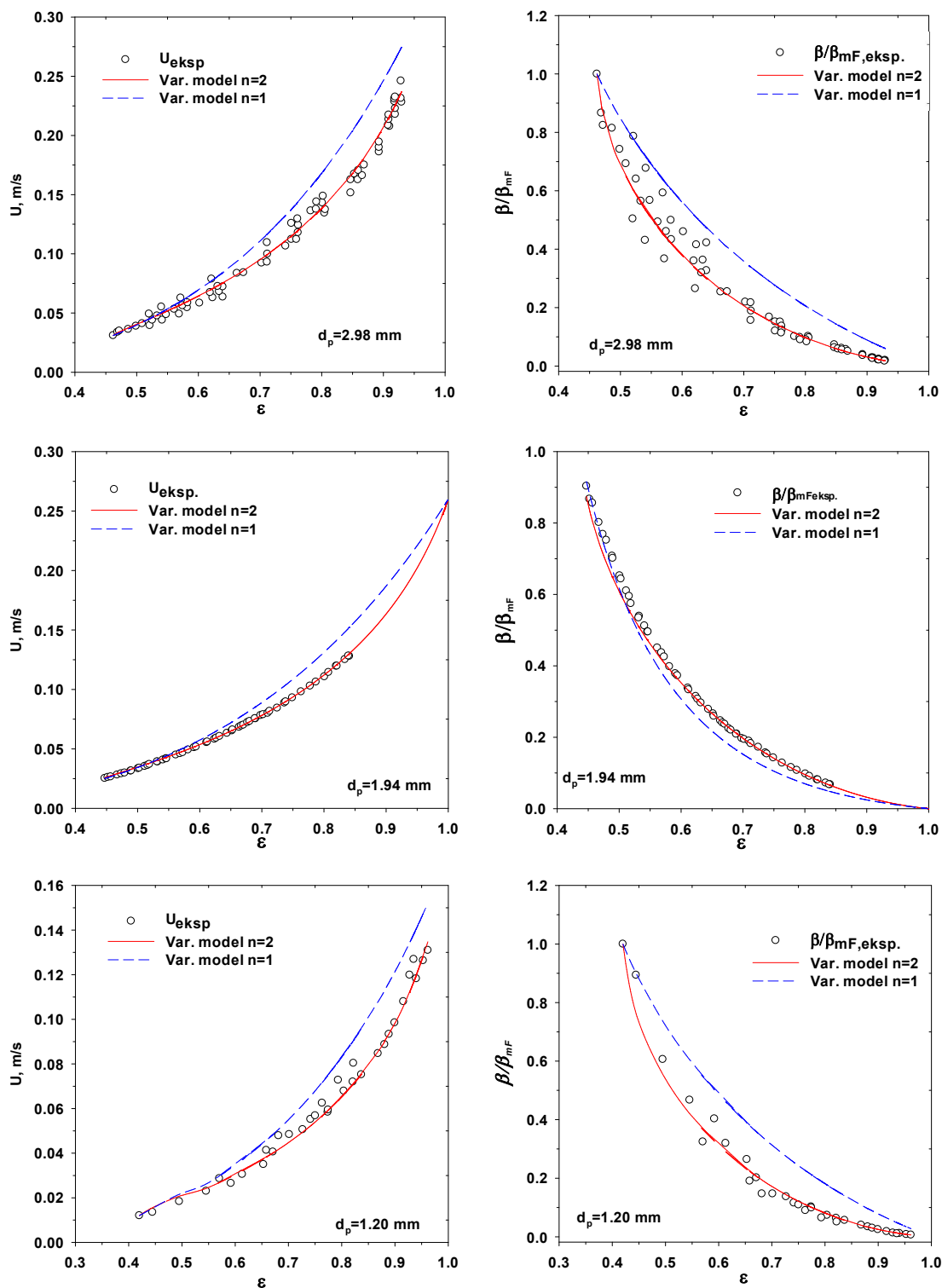
Sferičnost čestica frakcija peska određena je na osnovu jednačine:

$$\psi = 1 - 0.3613 \cdot d_m, \quad d_m (mm), \text{ za } d_m < 0.8 mm$$

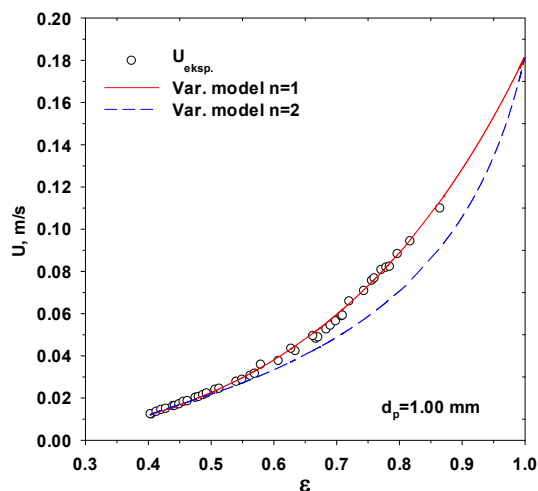
$$\psi = 0.711, \text{ za } d_m > 0.8 mm \quad (5.52)$$

Poređenjem eksperimentalnih podataka za ekspanziju mono slojeva sferičnih čestica i slojeva frakcija peska određenih granulacija tokom fluidizacije, pokazano je da u zavisnosti od veličine čestica može da se odredi koeficijent n koji najbolje opisuje eksperimentalne podatke ekspanzije sloja.

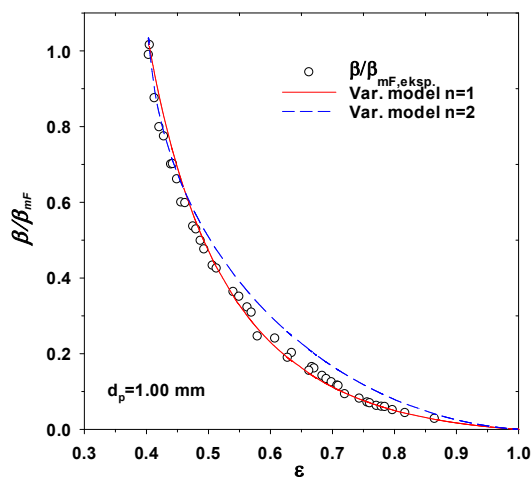
5.4.1 Primena varijacionog modela za predviđanje ekspanzije sloja sferičnih čestica

Slika 5.42 Zavisnost $U=f(\varepsilon)$, poređenje sa Variacionim modelomSlika 5.43 Zavisnost β/β_{mF} od poroznosti sloja Poređenje sa Variacionim modelom

Za sferične staklene čestice prečnika $d_p=1.20, 1.94, 2.98$ mm najbolji rezultati se dobijaju za vrednost koeficijenta $n=2$, svrstavanjem koeficijenta $n=2$ u jednačinu (5.47) što odgovara izrazu jednačina (5.42), slike 5.42 i 5.43. Za sferične čestice prečnika $d_p=1.00, 0.91$ i 0.46 mm pokazano je da se najbolje slaganje varijacionog modela sa eksperimentalnim podacima postiže kada je $n=1$, slike 5.44-5.47.



Slika 5.44 Zavisnost $U=f(\varepsilon)$, poređenje sa Variacionim modelom

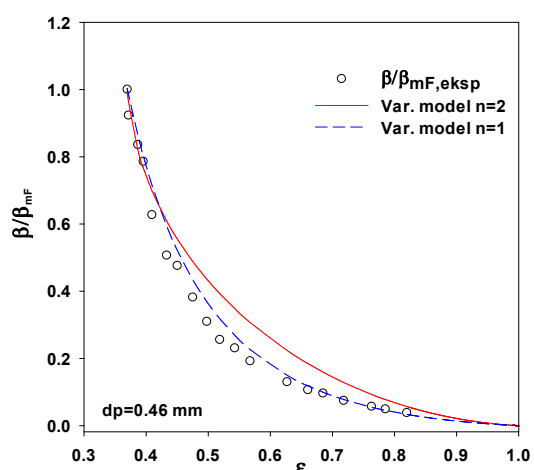
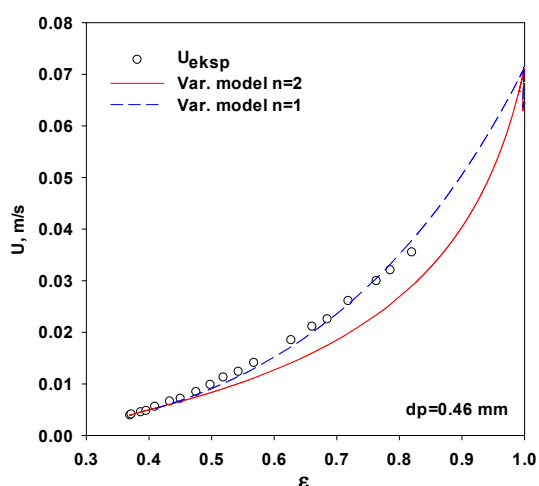
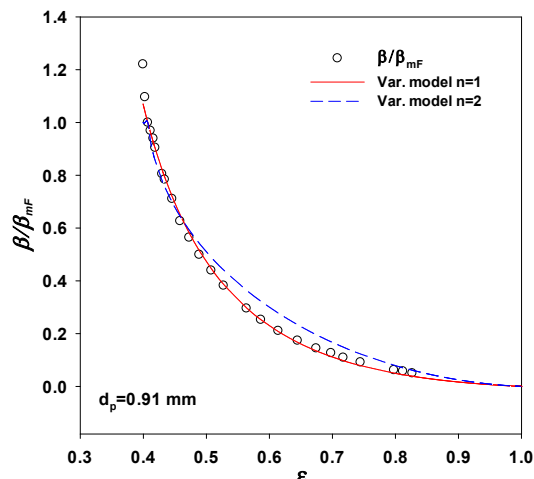
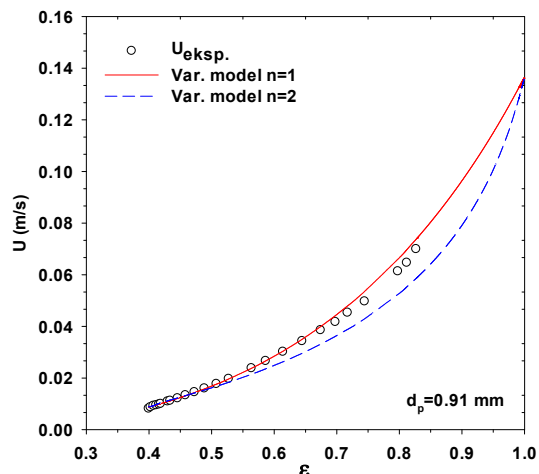


Slika 5.45 Zavisnost β/β_{mF} od poroznosti sloja Poređenje sa Variacionim modelom

Zavisnost poroznosti sloja od površinske brzine tečnosti za sferične čestice prečnika $d_p=1.20, 1.94, 2.98$ mm i gustine $\rho_p \approx 2500$ kg/m³ prikazana je na slici 5.42.

Poređenjem eksperimentalnih podataka $U=f(\varepsilon)$ sa varijacionim modelom primećuje se da se dobro slaganje sa eksperimentalnim podacima dobija kada je koeficijent $n=2$, slika 5.42. Zavisnost odnosa koeficijenta trenja čestica i koeficijenta trenja čestica pri minimalnoj brzini fluidizacije β/β_{mF} od poroznosti mono sloja sferičnih čestica prečnika $d_p=1.20, 1.94, 2.98$ mm data je na slikama 5.43. Poređenjem eksperimentalnih podataka $\beta/\beta_{mF,eksp.}$ sa vrednostima dobijenim pomoću varijacionog modela za $n=2$ dobija se dobro slaganje podataka i srednja apsolutna greška iznosi oko 4%.

Na slikama 5.44 i 5.46 prikazana je zavisnost $U=f(\varepsilon)$ za sferične staklene čestice prečnika $d_p=1.00, 0.91$ i 0.46 mm i gustine $\rho_p \approx 2600$ kg/m³.

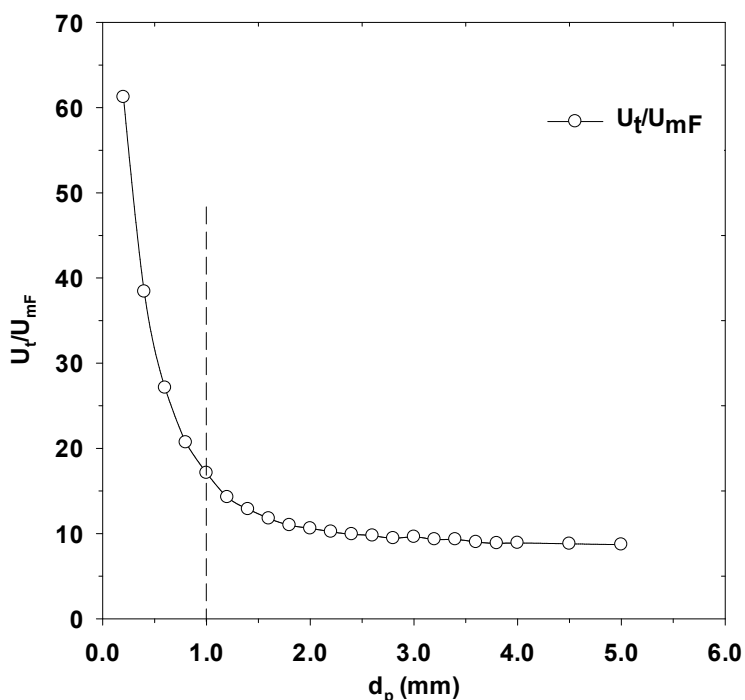


Slika 5.46 Zavisnost $U=f(\varepsilon)$, poređenje sa Variacionim modelom

Slika 5.47 Zavisnost β/β_{mF} od poroznosti sloja Poređenje sa Variacionim modelom

Poređenjem eksperimentalnih podataka sa vrednostima dobijenim pomoću varijacionog modela za sferične čestice prečnika $d_p=1.00$, 0.91 i 0.46 mm određeno je da se za vrednost koeficijenta $n=1$, jednačina (5.47) i (5.48) dobija najbolje slaganje sa eksperimentalnim podacima, slike 5.44 i 5.46. Zavisnost odnosa koeficijenta trenja β/β_{mF} od poroznosti sloja i poređenje sa vrednostima dobijenih pomoću varijacionog modela za čestice prečnika $d_p=1.00$, 0.91 i 0.46 mm prikazano je na slici 5.45 i 5.47.

Zavisnost odnosa brzine taloženja i minimalne brzine fluidizacije U_t/U_{mF} od prečnika čestica d_p prikazana je na slici 5.48. Sa grafika se primećuje da što su čestice sitnije to je odnos U_t/U_{mF} veći i naglo raste za $d_p < 1.0$ mm. Samim tim za čestice $d_p < 1.0$ mm vrednost $y'(1) = U_{mF}^n / U_t^n \varepsilon_{mF}^{(n+1)}$ naglo raste, naročito kada je $n=2$.



Slika 5.48. Zavisnost odnosa brzine taloženja i minimalne brzine fluidizacije U_t/U_{mf} od prečnika čestica d_p

Na osnovu rezultata zaključuje se da za sferične čestice važi:

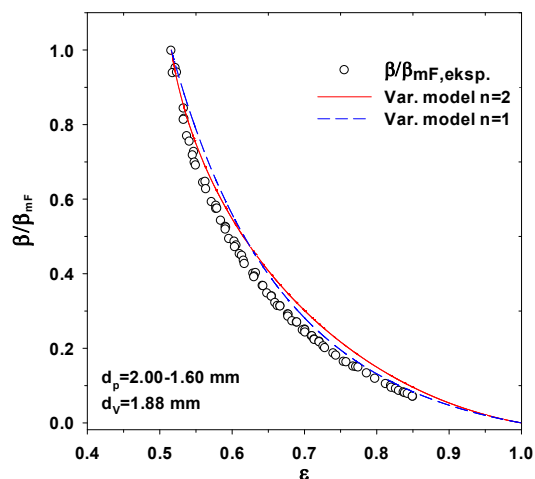
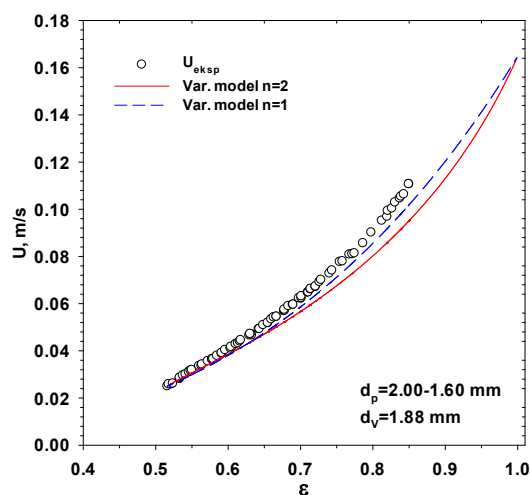
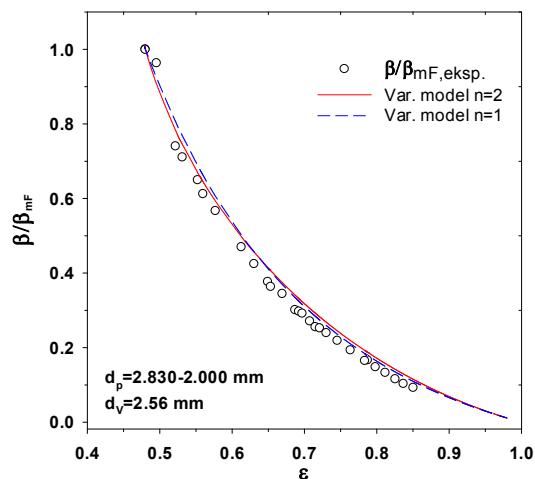
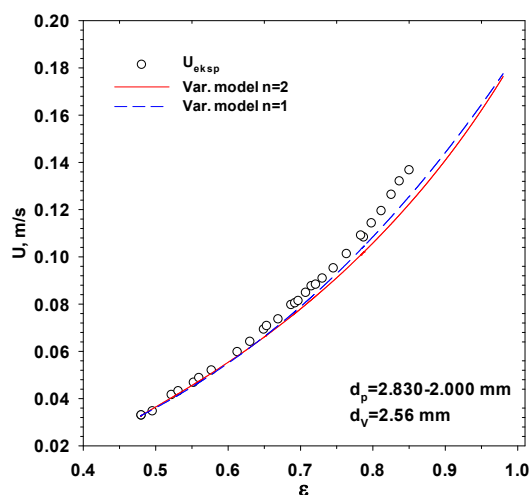
$$\begin{aligned} d_p > 1.00 \text{ mm} &\rightarrow n = 2 \\ d_p < 1.00 \text{ mm} &\rightarrow n = 1 \end{aligned} \quad (5.53)$$

ili u funkciji *Reynolds*-ovog broja

$$\begin{aligned} dp = 1.20 \text{ mm} &\rightarrow R_{et} \approx 220 \\ dp = 1.20 \text{ mm} &\rightarrow R_{et} \approx 150 \\ R_{et} > 200 &\rightarrow n = 2 \\ R_{et} < 200 &\rightarrow n = 1 \end{aligned}$$

5.4.2 Primena varijacionog modela za predviđanje ekspanzije sloja nesferičnih čestica

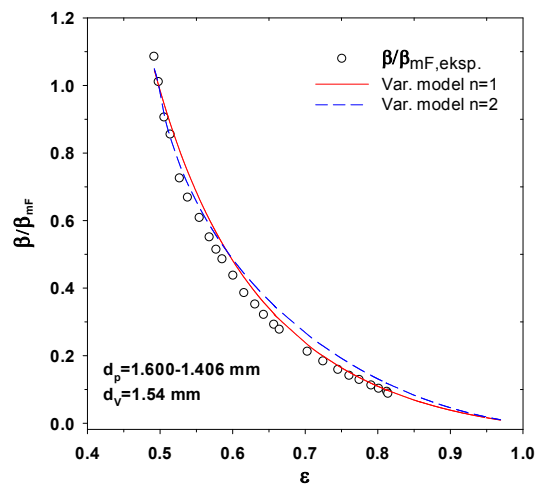
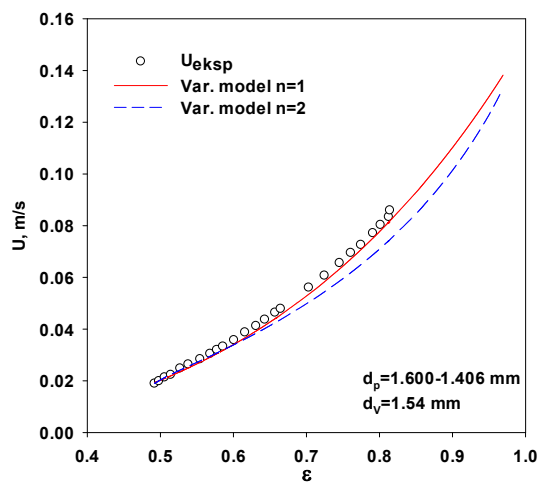
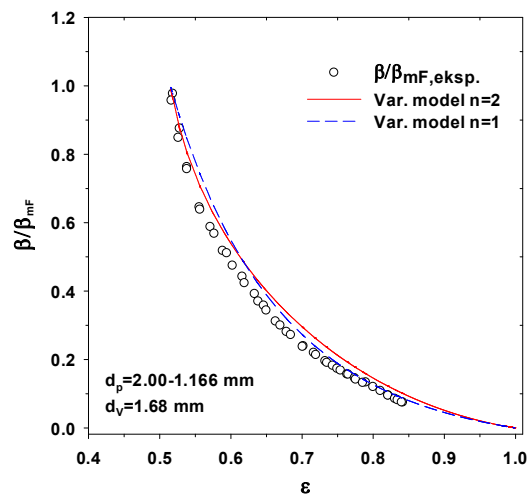
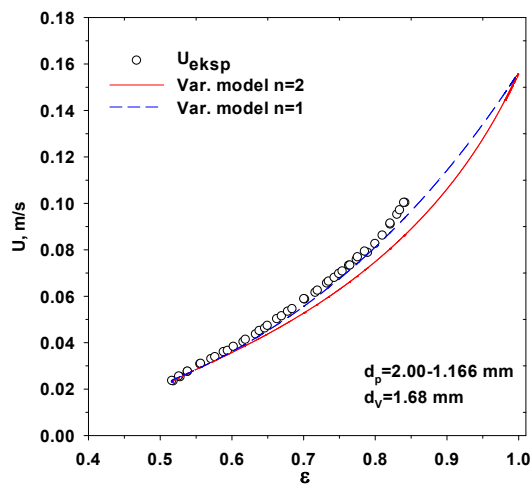
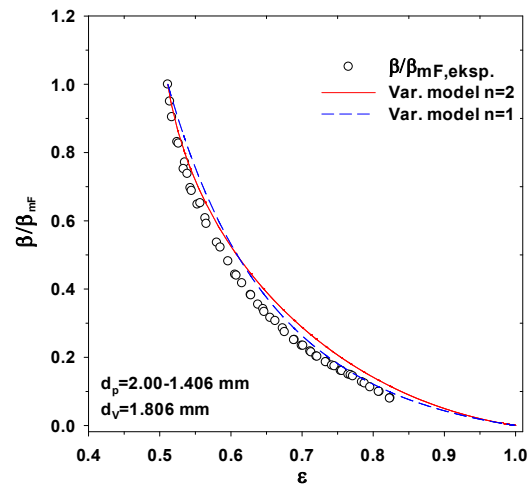
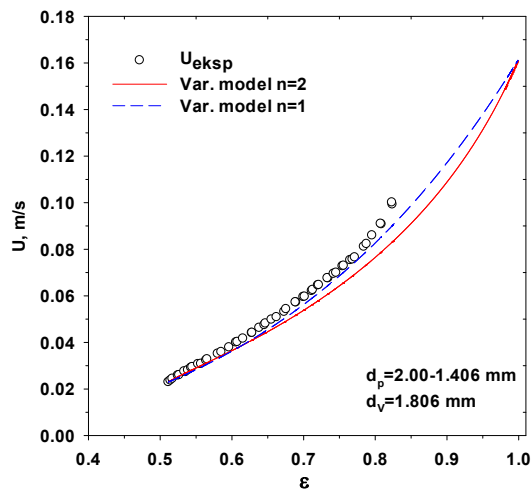
Zavisnost površinske brzine tečnosti od poroznosti sloja i poređenje sa vrednostima $U=f(\varepsilon)_{,kalk.}$ pomoću varijacionog modela (za frakcije peska granulacije $d_p=2.830-2.000$, $2.000-1.600$, $1.600-1.406$, $1.406-1.166$, $1.25-0.75$, $0.850-0.711$, $0.711-0.600$, $0.589-0.420$ i $0.420-0.297$ mm) prikazano je na slikama 5.49, 5.51, 5.53, 5.55.



Slika 5.49 Zavisnost $U=f(\epsilon)$, poređenje sa Variacionim modelom

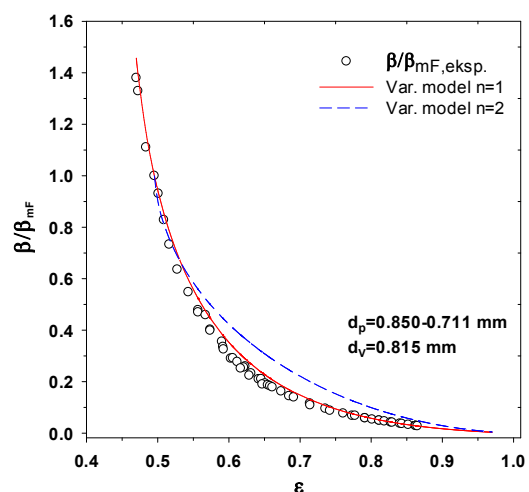
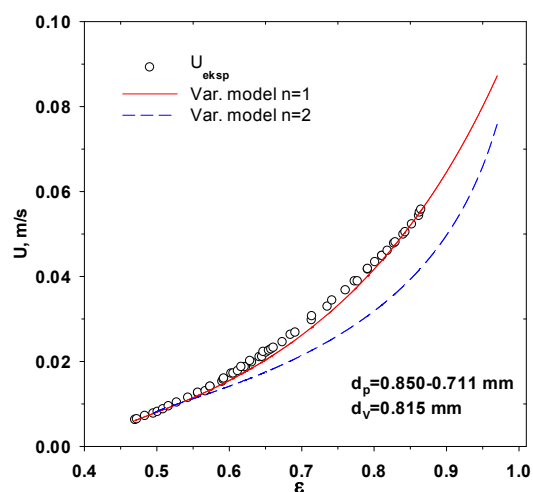
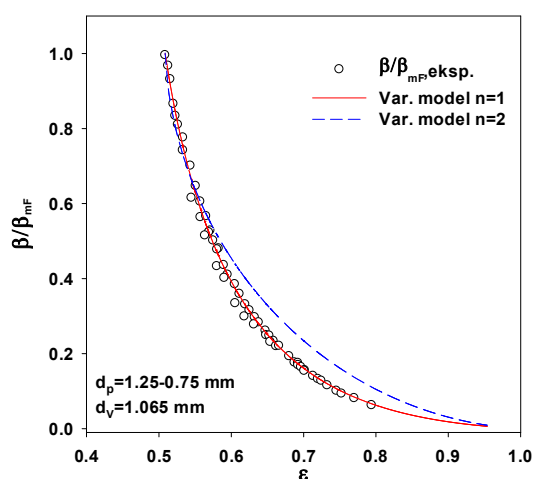
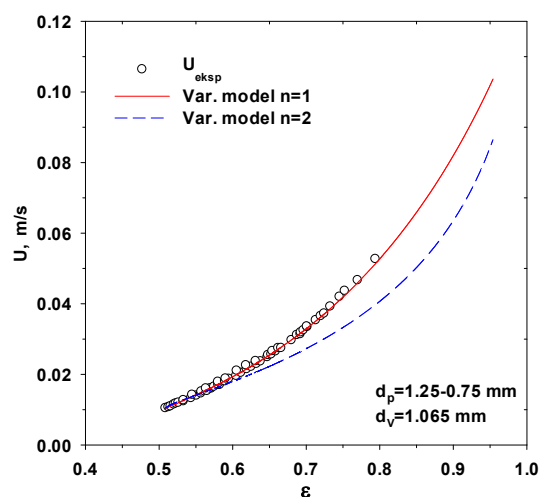
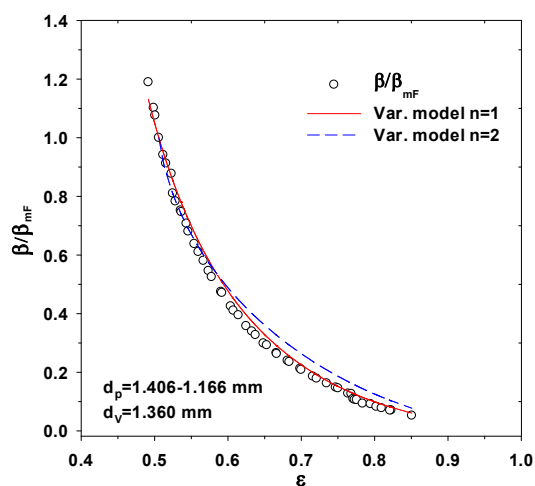
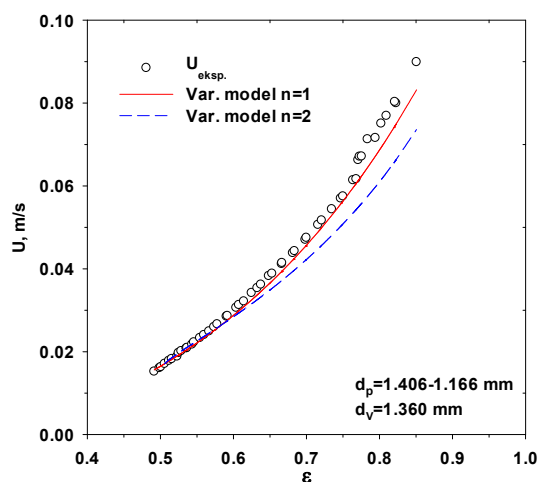
Slika 5.50 Zavisnost β/β_{mF} od poroznosti sloja Poređenje sa Var. modelom

Brzina slobodnog taloženja frakcija peska određena je na osnovu jednačine, (Haider i Levenspiel, 1989) i jednačina za zapreminski prečnik d_V i sferičnost čestica. Interesanto je da manje brzine slobodnog taloženja nesferičnih čestica u poređenju sa sferičnim česticama istog zapreminskog prečnika d_V utiču na to da koeficijent $n=1$ u jednačini (5.47 i 5.48) predviđa dobre vrednosti površinske brzine tečnosti u funkciji od poroznosti sloja.



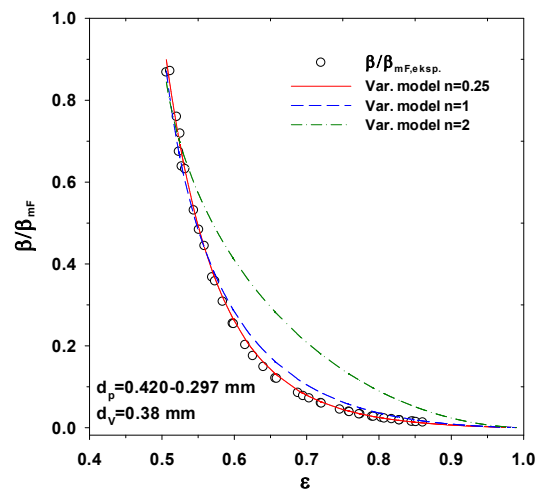
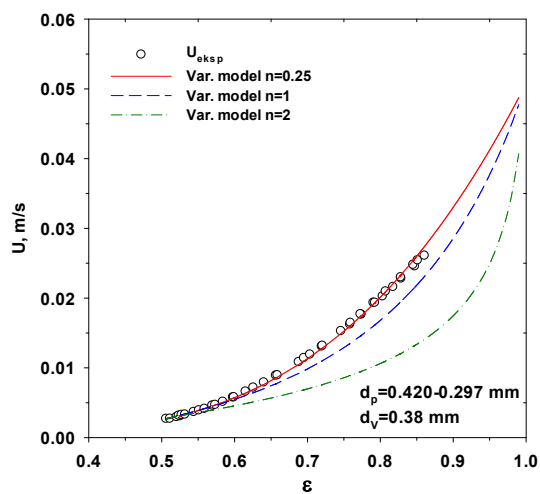
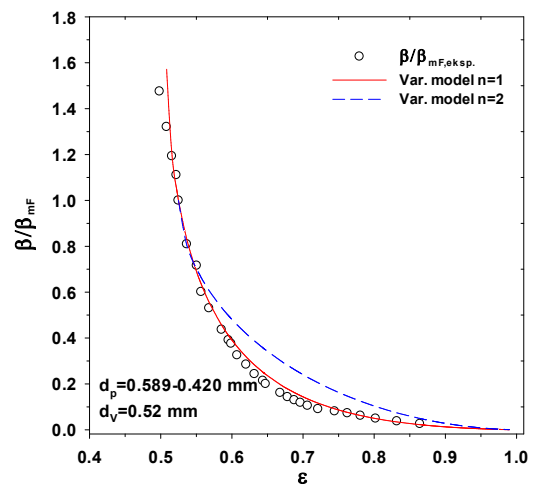
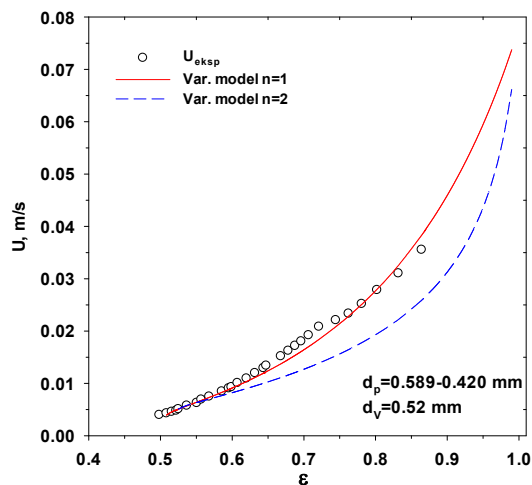
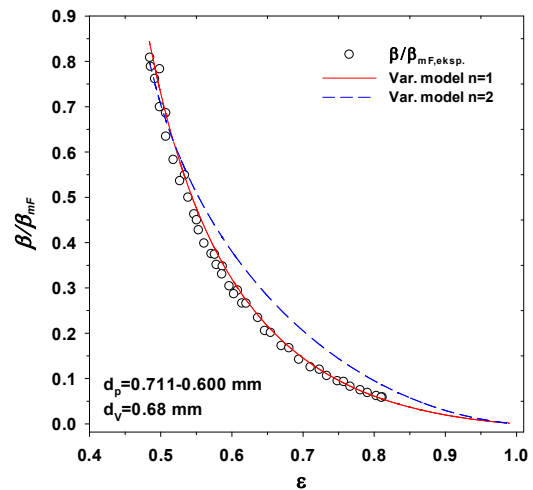
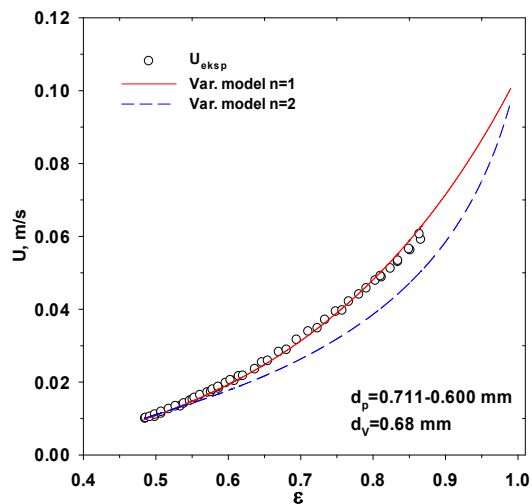
Slika 5.51 Zavisnost $U=f(\varepsilon)$, poređenje sa Variacionim modelom

Slika 5.52 Zavisnost β/β_{mF} od poroznosti sloja Poređenje sa Variacionim modelom



Slika 5.53 Zavisnost $U=f(\varepsilon)$, poređenje sa Variacionim modelom

Slika 5.54 Zavisnost β/β_{mF} od poroznosti sloja Poređenje sa Variacionim modelom

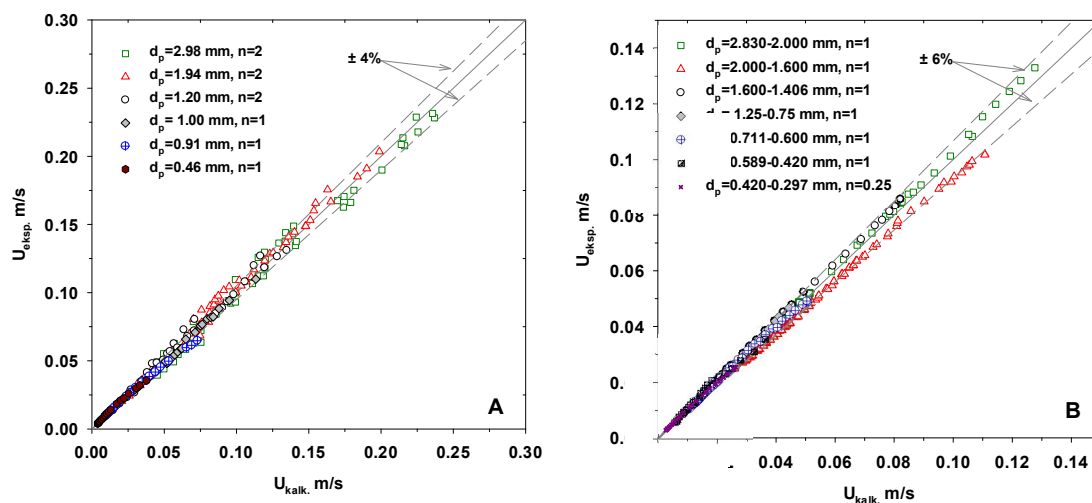


Slika 5.55 Zavisnost $U=f(\varepsilon)$, poređenje sa Variacionim modelom

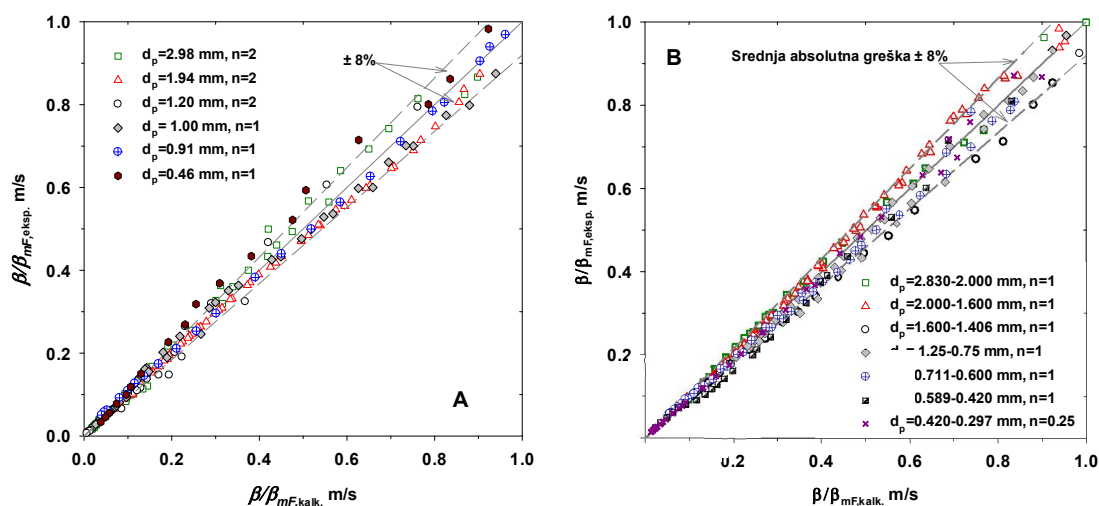
Slika 5.56 Zavisnost β/β_{mF} od poroznosti sloja Poređenje sa Variacionim modelom

Za sve eksperimentalne vrednosti ekspanzije frakcija peska kao i za podatke iz literature (Uskoković, 1990), (Siwiec, 2007), varijacioni model predviđa vrednosti $U=f(\varepsilon)$ sa koeficijentom $n=1$. Izuzetak je samo najsitnija frakcija peska granulacije $d_p=0.420-0.297$ mm ($d_V=0.38$ mm) za koju koeficijent $n=0.25$ nešto bolje predviđa vrednosti $U=f(\varepsilon)$ u poređenju sa $n=1$.

Slično zapažanje pri poređenju zavisnost β/β_{mF} od poroznosti sloja sferičnih česticama primećuje se i za zavisnost β/β_{mF} od poroznosti sloja za frakcija peska, slike 5.50, 5.52, 5.54 i 5.56 na kojima se vidi da varijacioni model najbolje predviđa vrednosti $\beta/\beta_{mF}=f(\varepsilon)$ sa koeficijentom $n=1$.



Slika 5.57 Poređenje $U_{eksp.}$ sa predviđenim vrednostima $U_{kalk.}$ pomoću var. modela (A-staklene sfere, B-frakcije filtracionog peska)



Slika 5.58 Poređenje $\beta/\beta_{mF,eksp.}$ sa vrednostima $\beta/\beta_{mF,kalk.}$ koristeći var. model (A-staklene sfere, B-frakcije filtracionog peska)

Na slici 5.57 prikazano je poređenje eksperimentalnih vrednosti površinske brzine tečnosti $U_{eksp.}$ sa izračunatim vrednostima $U_{kalk.}$ pomoću varijacionog modela (A-sfere, B-frakcije peska). Sa slike je lako uočljivo dobro slaganje izračunatih vrednosti $U_{kalk.}$ sa eksperimentalnim $U_{eksp.}$. Srednja apsolutna greška za sferične čestice iznosi oko 4%, dok za frakcije peska srednja apsolutna greška iznosi oko 6%.

Poređenje izračunatih vrednosti odnosa koeficijenata trenja $\beta/\beta_{mF,kalk.}$ sa eksperimentalnim vrednostima $\beta/\beta_{mF,eksp.}$ (A-staklene sfere, B-frakcije filtracionog peska) prikazano je na slici 5.58. Sa grafika na slici 5.58 uočljivo je dobro slaganje izračunatih vrednosti $\beta/\beta_{mF,kalk.}$ sa eksperimentalnim vrednostima. Srednja apsolutna greška iznosi oko 8% za sferične kao i za nesferične frakcije peska. Slični rezultati dobijaju se i za ostale frakcije peska koje nisu prikazane na grafiku.

5.5 Segregacija čestica u fluidizovanom sistemu voda-polidisperzna smeša čestica

5.5.1 Segregacija čestica određena na osnovu ekspanije izdvojenih delova sloja

Uzorak filtracionog peska granulacije $d_p=0.75-1.25$ mm je fluidiziran vodom u cilju određivanja parametara fluidizacije. Nakon toga je izvršena hidraulična klasifikacija sloja, radi razdvajanja delova sloja po visini. Sloj sačinjen od čestica filtracionog peska granulacije $d_p=0.75-1.25$ mm doveden je do stanja fluidiziranja u koloni prečnika $D_c=144$ mm ($H_0/D_c=7.2$) pri vrednosti površinske brzine tečnosti od $U=0.0215$ m/s, koja odgovara ukupnoj ekspanziji sloja od $E=35.9\%$, gde je $E=100 \cdot (H-H_0)/H$. Nakon toga je pažljivo izvršena hidraulička klasifikacija sloja na deset jednakih delova po visini. Zatim, za svaki od 10 izdvojenih delova sloja određeni su parametri fluidizacije u koloni prečnika $D_c=64$ mm. U ovim eksperimentima početna visina sloja kretala se između $H_0=485-560$ mm. Prečnik manje kolone je odabran imajući u vidu da je za deset puta manju količinu materijala potrebna kolona sa sličnim odnosom H_0/D_c . Za kolonu $D_c=64$ mm odnos H_0/D_c je bio 7.5-8.7.

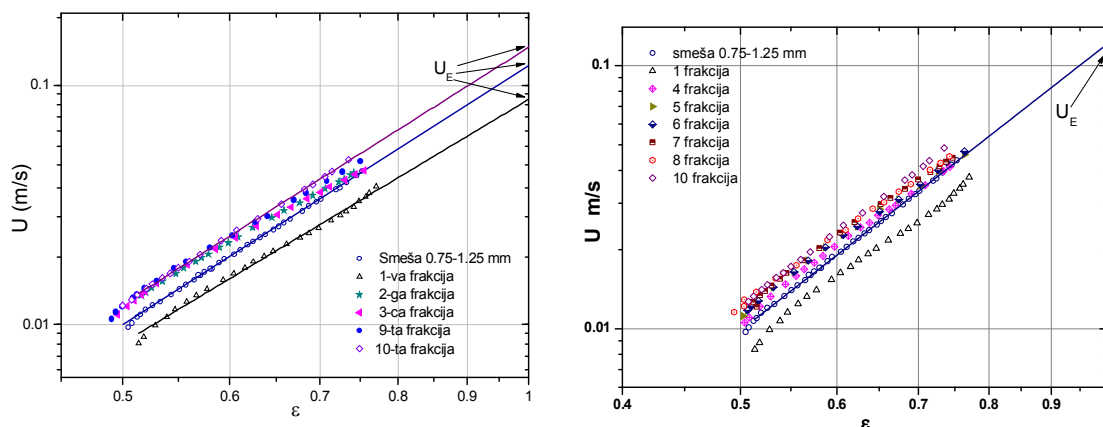
Uslovi pod kojima je izvršena hidraulična klasifikacija delova sloja čestica tokom fluidizacije ($U=0.0215$ m/s i $E=35.9\%$) odabrani su iz razloga što se u praktičnoj primeni ispiranj peščani filtera obavlja pri ekspanziji sloja od $E=30-50\%$, (Summerfelt, 2003).

Na slici 5.59 prikazana je zavisnost površinske brzine tečnosti U od poroznosti sloja ε , za smešu $dp=0.75-1.25$ mm i pod-frakcije. Primećuje se da eksperimentalni podaci za ekspanziju smeše (0.75-1.25 mm) i podfrakcija dobro prate relaciju *Richardson-Zaki-a*, (*Richardson i Zaki, 1954*):

$$U = U_E \cdot \varepsilon^n \quad (5.54)$$

Grafik zavisnosti $\log(U)=f(\log(\varepsilon))$ je prava linija, gde U_E predstavlja ekstrapolisanu vrednost površinske brzine vode za vrednost $\varepsilon=1$ (brzina odnošenja čestica). U originalnoj jednačini *Richardson-Zaki-a* $U_E=U_t$, gde je U_t – brzina taloženja usamljene čestice. Ponašanje sloja pri velikim vrednostima poroznosti sloja $\varepsilon>0.85$, je veoma kompleksno i nekoliko autora (*Di Filiece, 1986*) je pokazalo da je $U_E < U_t$.

Ustanovljeno je da je greška u eksperimentalnom određivanju poroznosti sloja ε manja od 0.2%.



Slika 5.59. Zavisnost površinske brzine tečnosti U od poroznosti sloja ε , za smešu $dp=0.75-1.25$ mm i pod-frakcije

Pretpostavlja se da tokom hidrauličkog razdvajanja sloja peska na deset frakcija sloj po sloj, ne dolazi do narušavanja čestica u preostalom delu sloja. Ova pretpostavka je proverena na dva načina. Prvo, 3 ponovljena merenja zavisnosti $U=f(\varepsilon)$ za 1, 5 i 10 pod-frakciju su bila skoro identična, i drugo, raspodela veličine čestica za ove frakcije je bila ista u tri ponovljena eksperimenta.

U cilju određivanja srednje veličine čestica smeše (0.75-1.25 mm) i svake od pod-frakcija, definisan je efektivni „hidraulični prečnik“ čestica koji se definiše kao

prečnik sferične čestice iste gustine kao i smeša, koja bi imala brzinu taloženja jednaku $U_E = (U/\varepsilon)^{1/n}$.

gde je d_E efektivni „hidraulični prečnik“ čestica, g - gravitaciona konstanta, ρ_p i ρ_f su gustine čestica i fluida, respektivno, U_E – brzina odnošenja.

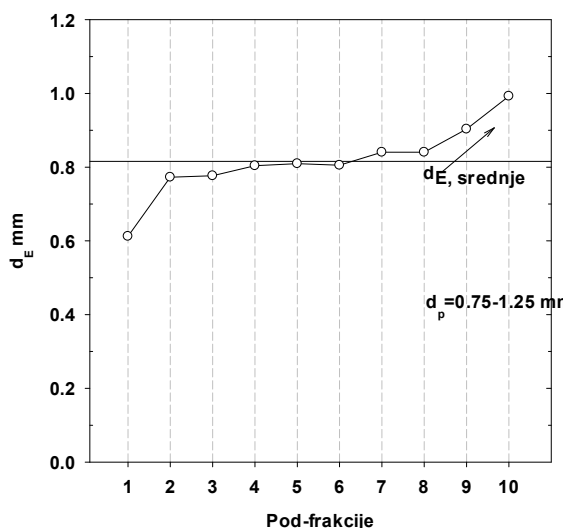
Korelaciona jednačina za koeficijent trenja C_d za sferične čestice, (Turton i Levenspiel, 1986), je odabrana za određivanje efektivnog „hidrauličnog prečnika“ čestica d_E :

Podaci za minimalne brzine fluidizacije i odgovarajuće poroznosti sloja, kao i parametri ekspanzije sloja (U_{Ei} , n_i , d_{Ei}) prikazane su u tabeli 5.5. Brzina odnošenja U_E za smešu 0.75-1.25 mm, upoređena je sa brzinom slobodnog taloženja čestica peska. Brzina slobodnog taloženja određena je u koloni prečnika $D_c=144$ mm i vodi koja miruje (ne protiče kroz kolonu). Uzorak od oko 30 čestica je nasumično uziman iz smeše, i uz pomoć štoperice beleženo je vreme koje je potrebno „oblaku čestica“ da prođe rastojanje od 1 m.

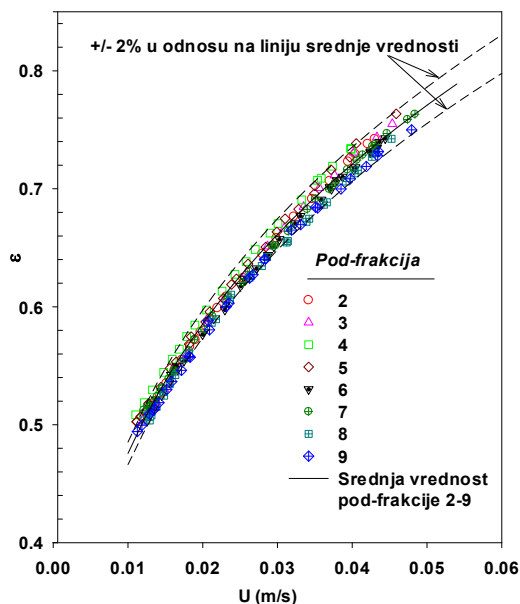
Tabela 5.5 Parametri fluidizacije i ekspanzije, za smešu 0.75-1.25 mm i pod- frakcije

Frakcija	U_{mF} m/s	ε_{mF}	U_E m/s	n	d_E mm	Re_E
Smeša $d_p=0.75-1.25$ mm	0.01047	0.5120	0.1197	3.593	0.812	81.7
Pod-frakcija 1	0.00972	0.5180	0.0929	3.470	0.634	49.5
Pod-frakcija 2	0.01167	0.5000	0.1126	3.202	0.764	72.3
Pod-frakcija 3	0.01170	0.5000	0.1133	3.226	0.769	73.2
Pod-frakcija 4	0.01097	0.5020	0.1171	3.414	0.794	78.2
Pod-frakcija 5	0.01083	0.4970	0.1168	3.350	0.792	77.8
Pod-frakcija 6	0.01128	0.5071	0.1213	3.320	0.823	83.9
Pod-frakcija 7	0.01139	0.5050	0.1210	3.338	0.821	83.5
Pod-frakcija 8	0.01194	0.5020	0.1260	3.351	0.855	90.5
Pod-frakcija 9	0.01175	0.5000	0.1271	3.364	0.863	92.1
Pod-frakcija 10	0.01164	0.5000	0.1442	3.569	0.982	119.0

Tokom slobodnog taloženja „oblaka čestica“, čestice formiraju eliptični oblik, koji se izdužuje po osi kolone. Srednja vrednost merenja brzine taloženja, na osnovu 25 ponovljenih merenja je bila: dno „oblaka“ (najkrupnije čestice) 0.159 m/s, sredina „oblaka“ (čestice srednje veličine) 0.127 m/s i vrh „oblaka“ (najsitnije čestice) 0.093 m/s. Za reprezentativnu brzinu taloženja čestica odabrana je brzina dobijena na osnovu sredine „oblaka“ čestica, odnosno $U_T=0.127$ m/s.



Slika. 5.60 Efektivni hidraulički prečnik čestica za različite pod-frakcije



Slika. 5.61 Zavisnost $\varepsilon = f(U)$ za 2-9 pod-frakcija ($d_p=0.75-1.25$ mm)

Prema Geldart-u, za sisteme fluid-čestice, reprezentativna veličina nesferičnih čestica je površinsko zapreminski prečnik d_{SV} , a za opisivanje oblika čestica je sferičnost. Ako pretpostavimo da je $d_{SV}=d_E$, onda je sferičnost za smešu 0.75-1.25 mm $\psi=d_{SV}/d_V=0.812/1.065=0.762$, gde je d_V zapreminski prečnik čestica.

Ova vrednost izgleda razumna, jer za pesak ψ se kreće od 0.66 (oštar) i 0.86 (okruglast). Takođe, ova pretpostavka da je $d_{SV}=d_E$ se slaže sa istraživanjima Geldart-a (Geldart, 1990) da za pesak važi da je $d_{SV}=0.87 \cdot d_p$.

Po korelaciji (Haider i Levenspiel, 1989) za koeficijent trenja za nesferične čestice i vrednosti $\psi=0.762$ i $d_V=1.065$ dobija se vrednost brzine slobodnog taloženja u vodi, $U_t=0.1249$ m/s, ova vrednost se dobro slaže sa eksperimentalnom vrednošću određene za sredinu „oblaka“ čestica, $U_t=0.127$ m/s.

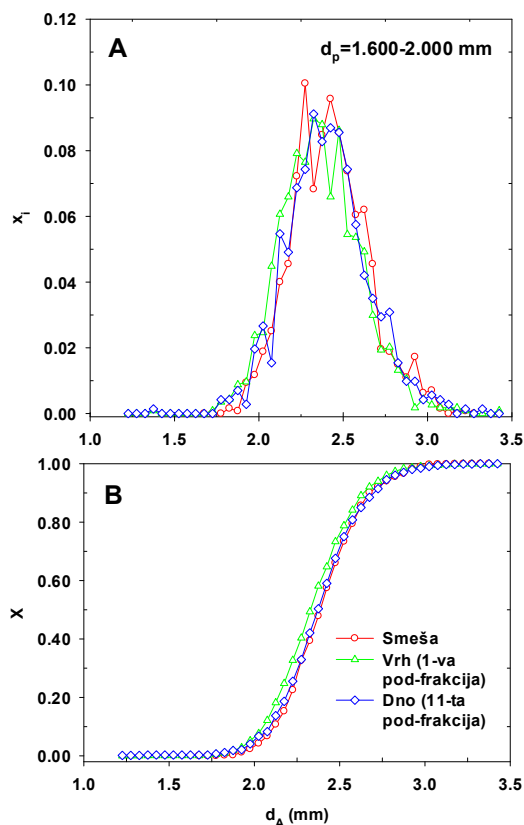
Efektivni hidraulički prečnici za d_E za smešu i za svaku od pod-frakcija, prikazani su na grafiku, slika 5.60. Isti grafik pokazuje varijacije d_E po visini sloja, pošto je rastojanje između sredina dva uzastopna sloja (pod-frakcija) u koloni prečnika $D_c=144$ mm je bila 140 mm. Uočljivo je, da su čestice u sloju delimično radvojene, pošto su najsitnije čestice koncentrisane na vrhu sloja, a najkrupnije čestice na dnu sloja. U preostalim delovima sloja (oko 80% ukupne mase), čestice su dobro izmešane. U ovom delu sloja d_E neznatno opada sa povećanjem visine sloja, $d_{E9}/d_{E2}=1.13$. Slično

ponašanje da sitne čestice teže da se koncentrišu na frhu sloja tokom fluidizacije, zapaženo u sloju fluidizovanom gasom, (Wu, 1998; Gilbertson, 2001; Joseph, 2007; Beetstra, 2007; Neramoen 2010)

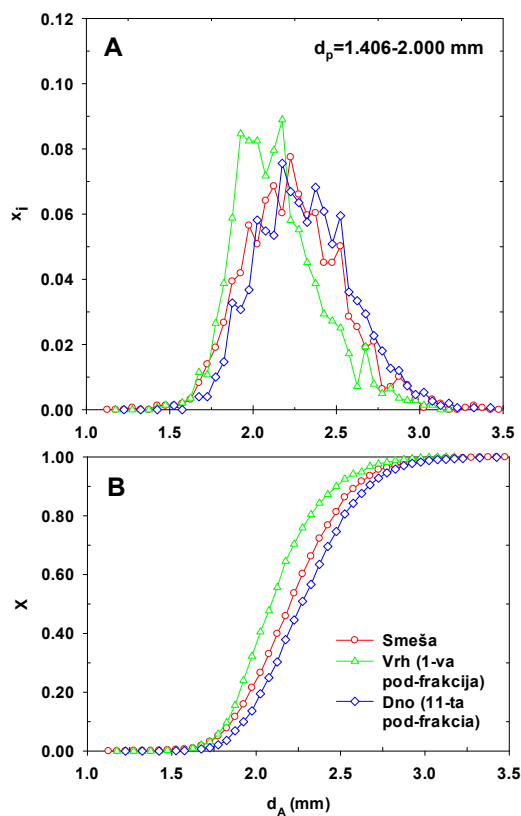
Ako se razmotre samo pod- frakcije 2,3,...,9, zavisnost $\varepsilon = f(U)$ varira $\pm 2\%$ u odnosu na liniju srednje vrednosti, slika 5.61, i uporedimo ih sa Epstein-ovim kriterijumima segregacije, slika 5.61:

$$\gamma = \frac{\rho_{bV} - \rho_{bM}}{\rho_p - \rho_f} = \varepsilon_M - \varepsilon_V \quad (5.55)$$

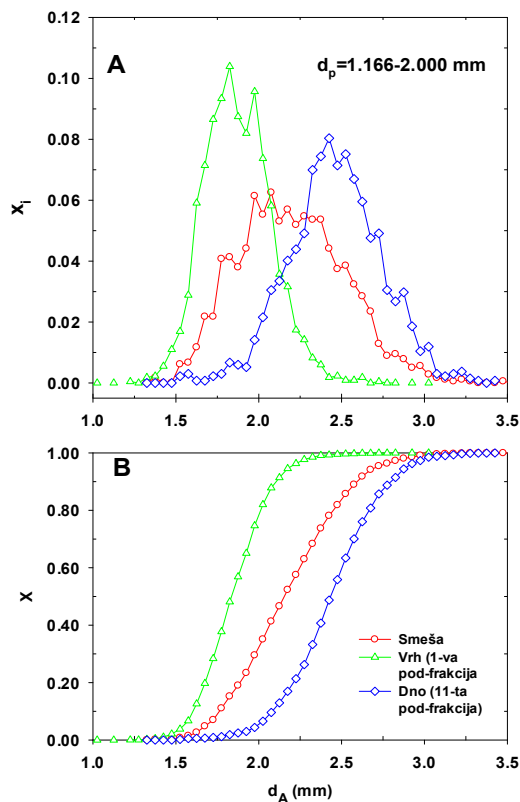
- $\gamma < 0.015 \pm 0.005$ – odgovara potpunom izmešanosti čestica u sloju
- $0.015 \pm 0.005 < \gamma < 0.045 \pm 0.015$ - odgovara kontinuiranom raslojavanju čestica od dna do vrha bez granične površine
- $0.045 \pm 0.015 < \gamma < 0.10 \pm 0.005$ – odgovara segregaciji čestica na vrhu i dnu sa prelaznom zonom u sredini ili nejasnom graničnom površinom između vrha i dna
- $\gamma > 0.10 \pm 0.005$ koji odgovara potpunoj segregaciji čestica po veličini sa jasnom granicom između njih



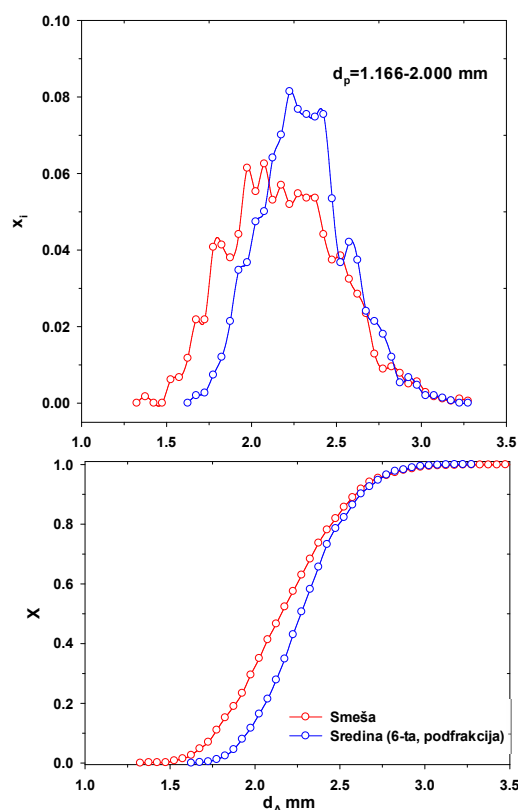
Slika. 5.62 Frakciona i (B)kumulativna kriva raspodele veličine čestica, $d_p=1.600-2.000$ mm



Slika. 5.63 (A) Frakciona i (B)kumulativna kriva raspodele veličine čestica, $d_p=1.406-2.000$ mm



Slika. 5.64 Frakciona i (B)kumulativna kriva raspodele veličine čestica, $d_p=1.166-2.000$ mm



Slika. 5.65 Poređenje smese i sredine (A) Frakciona i (B)kumulativna kriva

Poslednji kriterijum ($\gamma > 0.1$) se slaže sa ispitivanjima *Di Felice-a* da se potpuna segregacija čestica javlja kada je odnos prečnika d_R veći od 2.

Podaci su u dobroj saglasnosti sa ovim kriterijumom, (jed. 5.55). U hipotetičkom binarnom sloju od čestica veličine d_{E9} i d_{E2} , *Epstein-ov* kriterijum za $U=0.0215$ m/s daje vrednost $\gamma=0.0065$ (za $d_{E9}/d_{E2}=1.13$), što odgovara odličnom mešanju u sloju. Slično, za 1-vu i 10-tu pod-frakciju se dobija, $\gamma=0.069$ ($d_{E10}/d_{E1}=1.55$), što odgovara segregaciji čestica na vrhu i dnu sa nejasnom graničnom površinom između većih i malih čestica. Primećuje se da γ raste sa povećanjem površinske brzine tečnosti tako da će ove dve podfrakcije pri $U=0.055$ m/s ($U/U_{mF} \approx 4.7$), podleći potpunoj segregaciji, sa jasnom razdvojenom graničnom površinom između njih, (*Epstein, 2003*).

Druga vrsta eksperimenata, vršena je u koloni unutrašnjeg prečnika $D_c=64$ mm za tri smeše filtracionog peska granulacije ($d_p=1.166-2.000$ mm, $H_0=445$ mm; 1.406-2.000 mm, $H_0=432$ mm i 1.600-2.000 mm, $H_0=414$ mm).

Za sitnije čestice ($d_A < 1.8$ mm), udeo ovih čestica na dnu sloja je bio 3%, a na vrhu sloja 1-va frakcija 8%.

Za ovu smešu karakteristični odnos $d_{Am,dna}/d_{Am,vrha}$ je 1.084, gde je d_{Am} srednja vrednost veličine čestica.

Tabela 5.6 Rezultati analize veličine i oblika čestica

Frakcija d_p (mm)	U m/s	d_R	N		d_{Am} mm	d_{Amin}^- $d_{Amaks.}$ mm	$(d_{Am})_{dna}/$ $(d_{Am})_{vrha}$	φ_{Am}
1.600-2.000	0.0355	1.250	1268	Smeša	2.410	1.803- 3.323	1.016	0.750
			1137	Vrh (1-va pod- frakcija)	2.366	1.767- 3.272		0.747
			849	Sredina (6-ta pod- frakcija)	2.395	1.758- 3.316		0.734
			1716	Dno (11-ta pod- frakcija)	2.403	1.771- 3.331		0.738
1.406-2.000	0.0406	1.429	1581	Smeša	2.241	1.418- 3.478	1.084	0.738
			1394	Vrh (1-va pod- frakcija)	2.135	1.412- 3.101		0.727
			1087	Sredina (6-ta pod- frakcija)	2.204	1.484- 3.159		0.720
			1495	Dno (11-ta pod- frakcija)	2.313	1.505- 3.454		0.734
1.166-2.000	0.0393	1.715	1791	Smeša	2.182	1.366- 3.484	1.323	0.737
			2184	Vrh (1-va pod- frakcija)	1.873	1.322- 2.889		0.745
			1498	Sredina (6-ta pod- frakcija)	2.306	1.386- 3.259		0.738
			1345	Dno (11-ta pod- frakcija)	2.478	1.508- 3.404		0.724

Za smešu peska granulacije $d_p=1.166-2.000$ mm ($d_R=1.715$), slika 5.64, krive raspodele veličine čestica (frakciona i kumulativna) se znatno razlikuju, iako je donekle bio prisutan i stepen izmešanosti čestica. U gornjem delu sloja oko 92% čestica ima $d_A < 2.14$ mm, dok donji deo sloja je bogatiji krupnijim česticama, 87% čestica ima prečnik $d_A > 2.14$ mm. Ako se uporede krive frakcione (A) i kumulativne (B) raspodele veličine čestica smeše $d_p=1.166-2.000$ mm i 6-te pod frakcije, slika 5.65, primećuje se da se javlja i blaga segregacija čestica, pošto je frakcija sa sredine bogatija krupnijim česticama u poređenju sa smešom za oko 18% za ($2.15 < d_A < 2.63$ mm), slika 5.65. Ovo može i da se vidi iz rezultata u tabeli 5.6 gde je srednji prečnik $d_A=2.182$ mm za smešu u poređenju sa $d_A=2.306$ mm za frakciju sa sredine, krive raspodele veličine čestica za smeše $d_p=1.600-2.000$ i $1.406-2.000$ mm i frakcija sa sredine su gotovo identične, što pokazuje na dobru izmešanost u tom delu sloja.

Izgleda da se dobra izmešanost u sloju polidisperzne smeše čestica tokom fluidizacije dobija kada je $d_R < 1.5$. Ovo otprilike odgovara $d_{Am,dna}/d_{Am,vrha} \approx 1.1$ i $(d_E)_{dna}/(d_E)_{vrha} \approx 1.5$.

Dosta radova je posvećeno proučavanju segregacije čestica po veličini i gustini. Različiti modeli i eksperimentalne tehnike su predložene, (Epstein, 2003; Di Felice, 1986; Chavan i Joshi, 2008).

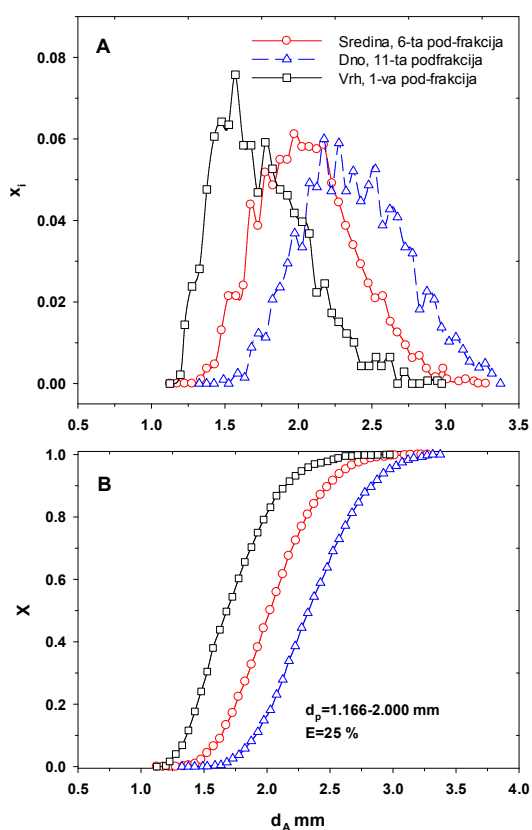
Prema Hofman-u, u binarnim sistemima čestica iste gustine, segregacija se javlja kada je odnos čestica d_R najvećih u dnosu na najmanje veći od 1.56, (Hofman, 1960). Al-Diboni i Garside proučavali su mešanje u sloju sastavljenom od sferičnih čestica različitih veličina. U specijalnoj koloni sa „kliznim sekačima“ bili su u mogućnosti da mere sastav i poroznost čestica u sloju po visini. Zaključili su da do segregacije čestica dolazi kada je $d_R \approx 2$, najveća izmešanost čestica u sloju javlja se pri $\varepsilon \approx 0.70$, (Al-Diboni i Garside, 2009).

5.5.2 Uticaj površinske brzine tečnosti (ekspanzije sloja) na stepen segregacije čestica po visini sloja

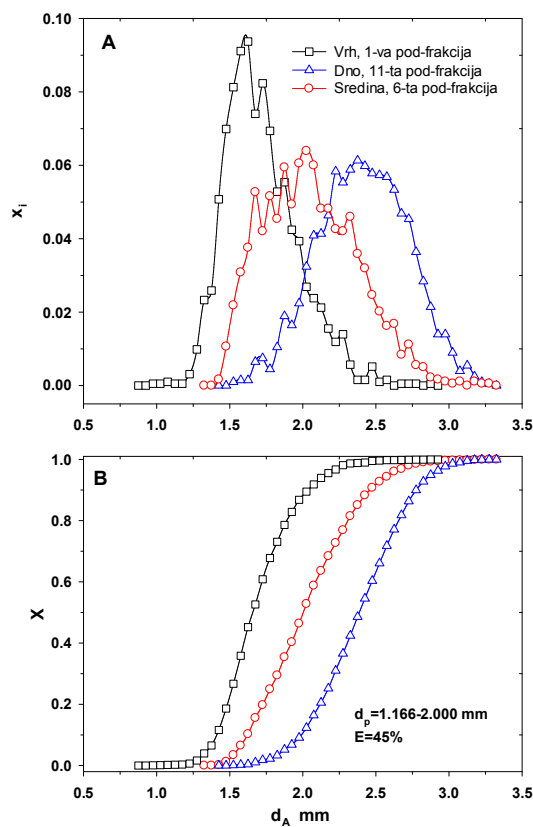
Da bi se ispitao uticaj površinske brzine (ekspanzija sloja) na stepen segregacije čestica po visini sloja odabrana je frakcija kod koje se pri ekspanziji sloja $E=35\%$ pojavio najveći stepen segregacije $d_p=1.166-2.000$ mm ($d_R=1.715$). Eksperimentalna ispitivanja vršena su u koloni prečnika $D_c=64$ mm. Pažljivom hidrauličkom klasifikacijom, sloj se podeli na 11 jednakih delova pri ekspanzijama sloja pri ekspanzijama sloja, $E=25\%$ ($U=0.0356$ m/s), $E=45\%$ ($U=0.0440$ m/s), $E=65\%$ ($U=0.0542$ m/s), $E=85\%$ ($U=0.0608$ m/s) i $E=110\%$ ($U=0.0693$ m/s). Svaka od izdvojenih pod-frakcija osušena je i uzorak od N nasumično odabranih čestica skeniran je u cilju određivanja raspodele veličine čestica u softveru za analizu slika *SigmaScan*. Za ekspanzije sloja $E=25, 45, 65, 85, 110\%$ analizirana je raspodela veličine čestica za 1-vu (sa vrha), 6-tu (sa sredina) i 11-tu (sa dna) frakciju dok je za ekspanzije sloja $E=65, 85, 110\%$, analizirane frakcije ispod vrha (2, 3, 4 i 5 frakcija, skupa) i frakcija iznad dna (7, 8, 9 i 10 pod-frakcija, skupa).

Za sve spomenute frakcije određen je i zapreminski prečnik na osnovu poznate mase M i gustine ρ_p , N čestica:

$$d_V = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot M}{N \cdot \rho_p \cdot \pi}} \quad (5.56)$$



Slika 5.66 (A) Frakciona i (B) kumulativna kriva raspodele veličine čestica, za $E=25\%$

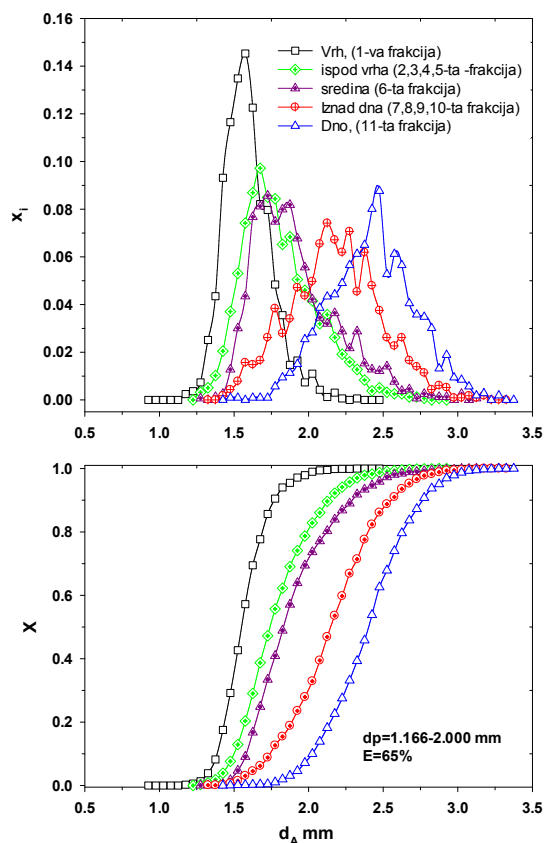


Slika 5.67 (A) Frakciona i (B) kumulativna kriva raspodele veličine čestica, za $E=45\%$

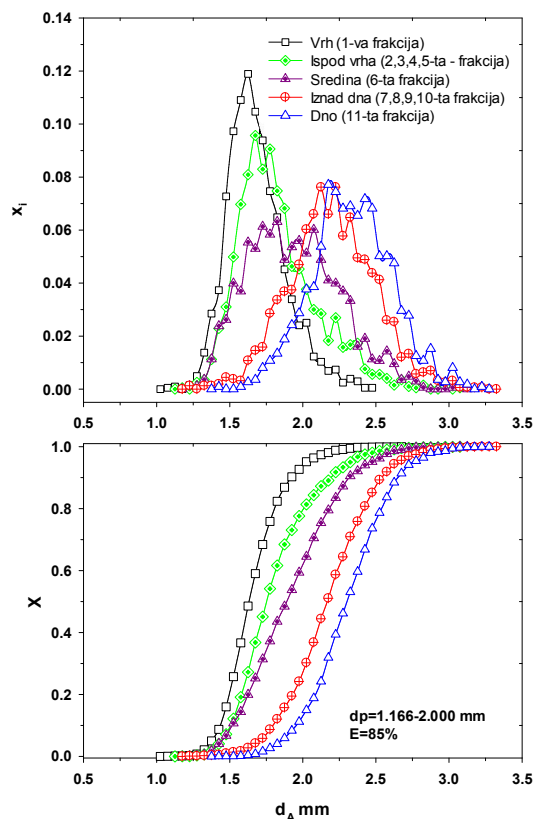
Poređenjem krivih frakcione i kumularivne raspodela veličina čestica, kao i poređenjem zapreminskih prečnika za smešu i svaku pod-frakciju može se uočiti do kog stepena segregacije je došlo.

Na slikama 5.66 i 5.67 prikazani su grafici frakcione (A) i kumulativne (B) raspodele veličine čestica, pri ekspanzijama sloja $E=25$ i $E=45\%$, respektivno. Sa grafika se primećuje da pri obe vrednosti ekspanzije sloja dolazi dolazi do razdvajanja čestica po veličini. Takođe se primećuje da pri ekspanziji sloja od $E=45\%$ dolazi do većeg stepena segregacije čestica, gde udeo čestica krupnijih od $d_A > 2.05$ mm u frakciji sa vrha je 10.50% u poređenju sa $E=25\%$ gde je udeo čestica krupnijih od $d_A > 2.05$ mm oko 14.50%. Pored toga, udeo sitnijih čestica $d_A < 2.05$ mm u frakciji sa dna za $E=25\%$ iznosi oko 18.05% u poređenju sa $E=45\%$ gde udeo sitnijih čestica manjih od $d_A < 2.05$ mm u frakciji sa dna iznosi oko 12%. Na osnovu prethodnog može se zaključiti da je pri

fluidizaciji kojoj odgovara ekspanzija sloja od $E=45\%$ u frakciji sa vrha grupisan veći broj sitnijih čestica kao što je i u donjem delu sloja grupisan veći udeo krupnijih čestica u poređenju sa fluidizacijom kojoj odgovara ekspanzija sloja od $E=25\%$.



Slika 5.68 (A) Frakciona i (B) kumulativna kriva raspodele veličine čestica, za $E=65\%$



Slika 5.69 (A) Frakciona i (B) kumulativna kriva raspodele veličine čestica, za $E=85\%$

Ako se uporedi odnos srednjeg prečnika d_A frakcije sa dna i frakcije sa vrha $d_{A,dno}/d_{A,vrh}=1.333$ za $E=25\%$ u poređenju sa $d_{A,dno}/d_{A,vrh}=1.404$ za $E=45\%$, i poređenjem odnosa srednjeg zapreminskog prečnika $d_{V,dna}/d_{V,vrha}=1.18$ za $E=25\%$ i $d_{V,dna}/d_{V,vrha}=1.38$, takođe je pokazatelj stepena segregacije. Međutim, upoređivanjem srednjeg faktora oblika ϕ_{As} sa vrha i dna kao i vrednosti zapreminskog prečnika d_V za $E=25$ i 45% (tabela 5.7) može se zaključiti da i oblik čestica delimično utiče na segregaciju čestica. Čestice nepravilnijeg (sfera kao pravilan oblik ima najmanju kontaktnu površinu) oblika odnosno veće površine grupisane su na vrhu sloja.

Frakcije i kumulativne krive raspodele veličine čestica za pet frakcija (vrha, ispod vrha, sredina, iznad dna i dna) pri ekspanzijama sloja $E=65$ i 85% prikazane su na slikama 5.68 i 5.69, respektivno. Poređenjem krivih raspodele veličine čestica za

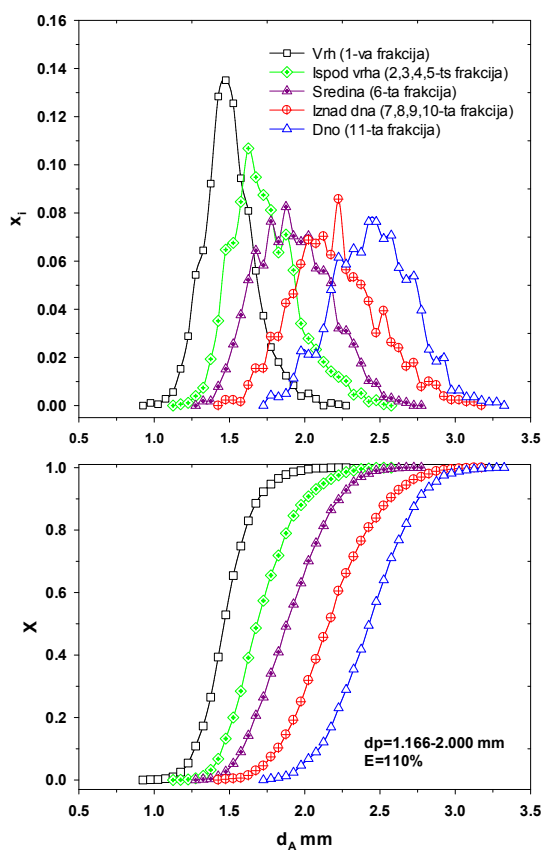
frakciju sa vrha i dna, vidi se da je došlo do značajnog stepena segregacije za obe vrednosti ekspanzije sloja.

Tabela 5.7 Rezultati analize veličine i oblika čestica za $d_p=1.166-2.000$ mm

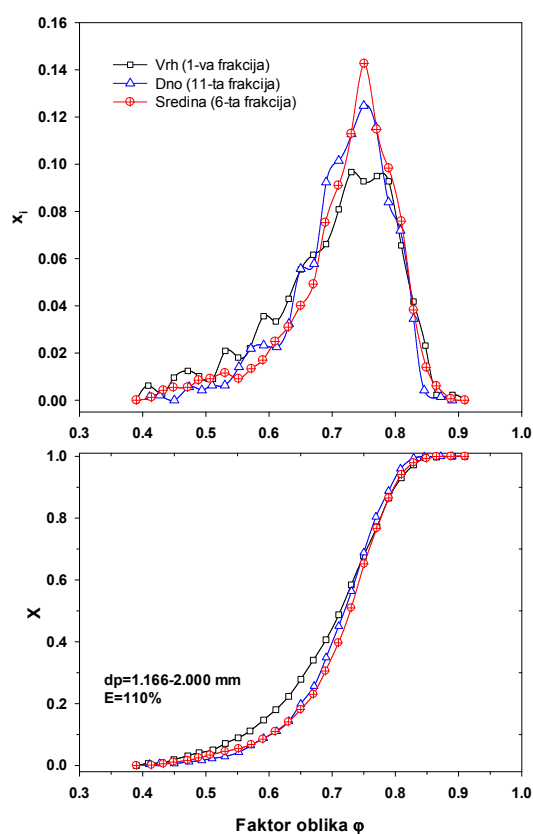
E, %	U m/s	N	d_{As} mm	$d_{A,min}-d_{A,maks.}$ mm	$d_{Adna}/$ d_{Avrh}	d_V mm	$d_{V,dna}$ $/d_{V,vrh}$	ϕ_{As}			
25	0.0356	1386	Vrh (1-va frakcija)	1.788	1.194-2.945	1.333	1.53	1.18	0.641		
		1913	Sredina (6-ta frakcija)	2.068	1.331-3.197					1.67	0.731
		2032	Dno (11-ta frakcija)	2.385	1.489-3.441					1.82	0.736
45	0.0440	1931	Vrh (1-va frakcija)	1.717	1.009-2.770	1.404	1.43	1.38	0.690		
		1738	Sredina (6-ta frakcija)	2.053	1.413-3.226					1.68	0.733
		2005	Dno (11-ta frakcija)	2.411	1.514-3.265					1.97	0.722
65	0.0542	1632	Vrh (1-va frakcija)	1.592	1.158-2.349	1.521	1.41	1.38	0.755		
		1564	Ispod vrha (2,3,4,5-ta frakcija)	1.808	1.264-2.706					1.43	0.750
		1586	Sredina (6-ta frakcija)	1.829	1.226-2.998					1.47	0.748
		1146	Iznad dna (7,8,9,10-ta frakcija)	2.175	1.401-3.123					1.62	0.733
		1061	Dno (11-ta frakcija)	2.421	1.495-3.281					1.95	0.725
85	0.0608	2035	Vrh (1-va frakcija)	1.683	1.060-2.520	1.386	1.30	1.53	0.790		
		1965	Ispod vrha (2,3,4,5-ta frakcija)	1.826	1.196-2.954					1.43	0.749
		1679	Sredina (6-ta frakcija)	1.935	1.212-3.062					1.50	0.781
		1575	Iznad dna (7,8,9,10-ta frakcija)	2.196	1.212-3.209					1.68	0.776
		1115	Dno (11-ta frakcija)	2.332	1.404-3.200					2.00	0.735
110	0.0693	1768	Vrh (1-va frakcija)	1.502	0.995-2.177	1.632	1.31	1.50	0.704		
		1760	Ispod vrha (2,3,4,5-ta frakcija)	1.736	1.197-2.497					1.38	0.749
		1647	Sredina (6-ta frakcija)	1.921	1.315-2.668					1.53	0.722
		1294	Iznad dna (7,8,9,10-ta frakcija)	2.201	1.485-3.125					1.67	0.737
		1414	Dno (11-ta frakcija)	2.451	1.620-3.288	1.96		0.716			

Interesantno je što je pri ekspanziji sloja od E=65% došlo do većeg stepena segregacije čestica u poređenju sa ekspanzijom sloja od E=85, jer je pri ekspanziji sloja od 65% udeo sitnijih čestica manjih od $d_A < 2.00$ mm na vrhu sloja 97%. Istovremeno udeo krupnijih čestica $d_A > 2.00$ mm u donjem delu sloja je 93% u poređenju sa E=65%, gde je udeo čestica $d_A < 2.00$ mm na vrhu sloja 92% a na dnu sloja udeo čestica $d_A > 2.00$ mm je 89%. Na osnovu prethodnog, može se zaključiti da se pri ekspanziji sloja od E=85% javlja veći stepen izmešanosti sloja usled čega deo sitnijih čestica ide naniže a istovremeno i deo krupnijih čestice se kreće naviše. Odnos srednjeg prečnika d_A frakcije sa dna i frakcije sa vrha, $d_{A,dno}/d_{A,vrh}=1.521$ za E=65% u poređenju sa $d_{A,dno}/d_{A,vrh}=1.386$ za E=45%, takođe pokazuje da se veći stepen segregacije javlja pri ekspanziji E=65%. Dok poređenje odnosa zapreminskih prečnika ove dve frakcije $d_{V,dna}/d_{V,vrha}=1.38$ za E=25% i $d_{V,dna}/d_{V,vrha}=1.53$, pokazuje suprotno da je veći stepen segregacije čestica javlja pri ekspanziji sloja od E=85%, što se može objasniti da je faktor oblika čestica uticao na stepen segregacije čestica u sloju, jer je sferičnost odnos,

$\psi=d_{sv}/d_v$. Sa slike 5.68 i 5.69, poređenjem frakcije sa sredine sa frakcijom sa vrha i sa dna, može se videti da frakcija sa sredine pri $E=65\%$ ima samo 1.68% udeo čestica sitnijih od $d_A < 1.50$ mm dok frakcija sa vrha pri istoj ekspanziji sloja ima oko 30% udeo čestica manjih od $d_A < 1.50$ mm, može se reći da frakcija sa sredine gotovo da ne sadrži čestice sitnije od $d_A < 1.50$ mm. Istovremeno, frakcija sa sredine pri $E=65\%$ ima oko 4% udeo čestica krupnijih od $d_A > 2.50$ mm, dok kod frakcija sa dna udeo čestica $d_A > 2.50$ mm oko 35%, što pokazuje da se segregacija javlja u celoj zapremini sloja. Slično, frakcija ispod vrha je bogatija sitnijim česticama, a frakcija iznad dna krupnijim česticama, slika 5.68 i 5.69. Pri $E=85\%$ udeo čestica sitnijih od $d_A < 1.50$ mm za frakciju sa vrha i sredine je 17% i 9%, respektivno.



Slika 5.70 (A) Frakciona i (B) kumulativna kriva raspodele veličine čestica, za $E=110\%$

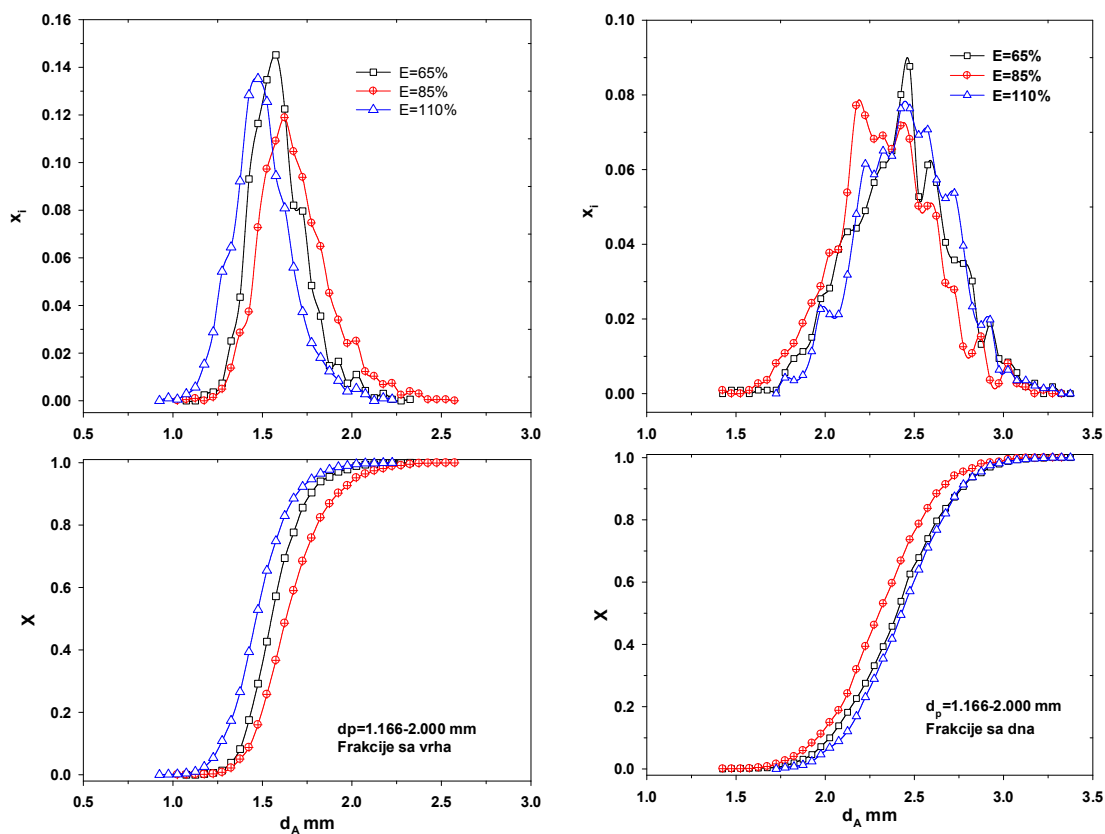


Slika 5.71 (A) Frakciona i (B) kumulativna kriva raspodele faktora oblika, za $E=110\%$

Uporedo, pri ekspanziji sloja $E=85\%$ udeo čestica krupnijih od $d_A > 2.50$ mm je oko 5% za frakciju sa sredine u poređenju sa udelom čestica krupnijih od $d_A > 2.50$ mm od 26% za frakciju sa dna.

Pri ekspanziji sloja $E=110\%$ dolazi do najvećeg stepena segregacije čestica po veličini u visini sloja.

Na grafiku prikazanom na slici 5.70, prikazane su frakcije i kumulativne krive raspodele veličine čestica za delove sloja (vrha, ispod vrha, sredina, iznad dna i dna). Primećuje se da je udeo čestica u frakciji sa vrha sitnijih od $d_A < 2.00 \text{ mm}$ 100% istovremeno udeo čestica većih od 2 mm u donjem delu sloja pri ovoj ekspanziji je 98%. Može se smatrati da pri ovoj ekspanziji dolazi do potpune segregacije čestica između vrha i dna sloja, i do značajnog stepena segregacije u frakcijama (2,3,.....,10), slika 5.70B, gde frakcija ispod vrha se sastoji od 88% čestica manji čestica od $d_A < 2.00 \text{ mm}$ u poređenju sa frakciom iznad dna kod koje je udeo čestica krupnijih od $d_A > 2.00 \text{ mm}$ oko 75%.



Slika 5.72 (A) Frakciona i (B) kumulativna kriva raspodele veličine čestica, poređenje frakcija sa vrha i dna pri različitim vrednostima ekspanzija sloja

Krive frakcije i kumulativne raspodele faktora oblika čestica za frakcije sa vrha, sredine i dna pri ekspanziji sloja od $E=110\%$ prikazane su na slici 5.71. Primećuje

se da oblik čestica nema uticaja na raspodelu veličine čestica po visini sloja, jer su krive raspodele faktora oblika gotovo identične

Na slici 5.72 uporedno su prikazane krive kumulativne i frakcione raspodele veličine čestica za ekspanzije sloja $E=65$, 85 i 110% , za frakcije sa vrha (leva slika) i frakcije sa dna (desna slika). Ako se razmotri grafik krivih raspodela veličina čestica za frakcije sa vrha, uočava se da pri ekspanziji sloja pri $E=110\%$ se sastoji od sitnijih čestica u poređenju sa frakcijama sa vrha pri $E=65$ i 85% , isto tako da donji sloj pri $E=110\%$ veći udeo krupnijih čestica u poređenju sa slojem pri ekspanzijama sloja od 65 i 85% . Poređenjem kumulativne krive raspodele za frakcije sa vrha i dna pri ekspanzijama sloja 65 i 85% može se uočiti da se manji stepen segregacije čestica odnosno bolje mešanje čestica u sloju javlja pri ekspanziji sloja od 85% , što je rečeno i u tekstu ranije.

6. ODREĐIVANJE OPTIMALNE POROZNOSTI SLOJA

6.1 Brzine kretanja čestica u fluidizovanom sloju tečnost-sferične čestice

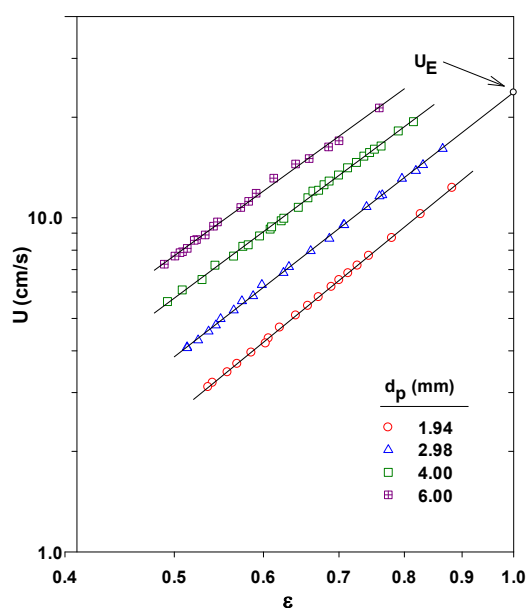
6.1.1 Eksperimentalni sistem

Eksperimentalna ispitivanja izvedena su korišćenjem staklenih sferičnih čestica prečnika 1.94, 2.98, 4.00 i 6.00 i četiri različite dvodimenzione kolone. Za svaku od veličina čestica konstruisana je kolona tako da njena debljina približno odgovara veličini 3 prečnika čestica. Visina svake kolone je 400 mm. Geometrijske karakteristike korišćenih kolona prikazane su u Tabeli 6.1.

Tabela 6.1
Geometrijske karakteristike kolone

d_p mm	D_c mm	b mm	D/d_p	b/d_p
1.94	139.0	6.0	71.6	3.1
2.98	138.0	10.0	46,3	3.4
4.00	185.0	13.0	46,3	3.3
6.00	278.0	20.4	46,3	3.4

Kolona je bila opremljena raspodeljivačem, delom za smirivanje strujanja fluida, piezometrima i *Yamatake-Honeywell* elektromagnetnim meračima protoka, kao što je prikazano na slici 6.1.



Slika 6.1 Zavisnost površinske brzine tečnosti (vode) U od poroznosti sloja ε

Deo za smirivanje strujanja fluida predstavljao je pakovani sloj čestica visine 150 mm, sačinjen od staklenih sfera prečnika 2 mm za najmanju kolonu, odnosno 3 mm za ostale kolone. Deaerizovana voda konstantne temperature od 20 °C korišćena je kao fluidizaciona tečnost. Pri svakom protoku tečnosti ispitivana visina sloja iznosila je 400 mm.

U koloni se nalazila jedna obeležena čestica crne boje. Uz jako pozadinsko osvetljenje kolone omogućeno je nesmetano praćenje kretanja obeležene čestice tokom vremena. Praćenje obeležene čestice vršeno je snimanjem pomoću kamere postavljene na rastojanju 0.7 m od sloja. Ispitivani deo sloja bio je između $z=50$ i 270 mm, slika 6.1, dok je snimanje čestica vršeno brzinom od 30 slika u sekundi.

Dobijeni video snimak je analiziran projektovanjem uzastopnih kadrova video-snimka na papir i obeležavanjem pozicije centra čestice na papiru na svakom kadru. Dobijena slika je skenirana i zatim analizirana u softverskom paketu za analizu slika (*SigmaScan Pro, 1999*). Pre svake analize slike u *SigmaScan*-u rađena je kalibracija površine i rastojanja u sistemu. Kao izlazni podaci iz softvera dobijaju se koordinate čestice, rastojanje i nagib između dva uzastopna položaja čestice, kao i ukupni pređeni put čestice tokom merenja. Dobijeni podaci korišćeni su za izračunavanje ukupne brzine čestica, kao i horizontalne i vertikalne komponente vektora brzine. S obzirom na činjenicu da je debljina kolone približno 3 prečnika čestice, kretanje u y- pravcu može se zanemariti.

6.1.2 Parametri fluidizacije

Kao što može da se vidi sa slike 6.1, eksperimentalni podaci za ekspanziju sloja dobro se slažu sa relacijom (*Richardson i Zaki, 1954*):

$$U = U_E \cdot \varepsilon^n \quad (6.1)$$

Grafik zavisnosti $\log(U)$ od $\log(\varepsilon)$ je prava linija, gde U_E predstavlja ekstrapolisano vrednost površinske brzine vode za $\varepsilon=1$ (brzina odnošenja) a n je indeks ekspanzije. *Richardson i Zaki* originalno su pretpostavili da je $U_E=U_t$ gde je U_t brzina taloženja usamljene čestice, međutim ponašanje sloja pri $\varepsilon > 0,85$ je veoma složeno i mnogi autori su pokazali da je $U_E < U_b$ (*Di Filice, 1995*). Karakteristike čestica i parametri fluidizacije U_{mF} , ε_0 , ε_{mF} prikazani su u tabeli 6.2. U tabeli 6.2 su takođe prikazane vrednosti

izračunate brzine taloženja U_t . Brzina taloženja izračunata je korišćenjem korelacione jednačine (Turtona i Levenspiel, 1986) za koeficijent trenja čestice.

Tabela 6.2

Parametri fluidizacije

d_p mm	ρ_p kg/m ³	ε_0	ε_{mF}	U_{mF} cm/s	U_t cm/s	U_E cm/s	n	U/U_{mF}	Re_p
1.94	2507	0.488	0.540	3.20	25.19	17.36	2.757	1.46-3.81	76-199
2.98	2507	0.505	0.560	5.29	35.41	24.74	2.784	1.29-4.03	139-436
4.00	2528	0.480	0.561	5.30	43.68	34.04	2.590	1.61-3.71	287-660
6.00	2515	0.496	0.538	7.00	55.30	43.38	2.641	1.46-2.33	513-821

6.1.3 Brzina kretanja obeležene čestice

Brzina kretanja obeležene čestice je data jednačinom:

$$v = \frac{L_i}{\Delta \tau_i} \quad (6.2)$$

gde je L_i rastojanje između dva uzastopna položaja obeležene čestice u vremenskom periodu od $\Delta \tau_i$.

U našim ispitivanjima $\Delta \tau_i$ je imalo konstantnu vrednost pa se srednja brzina kretanja čestice može predstaviti sledećom jednačinom:

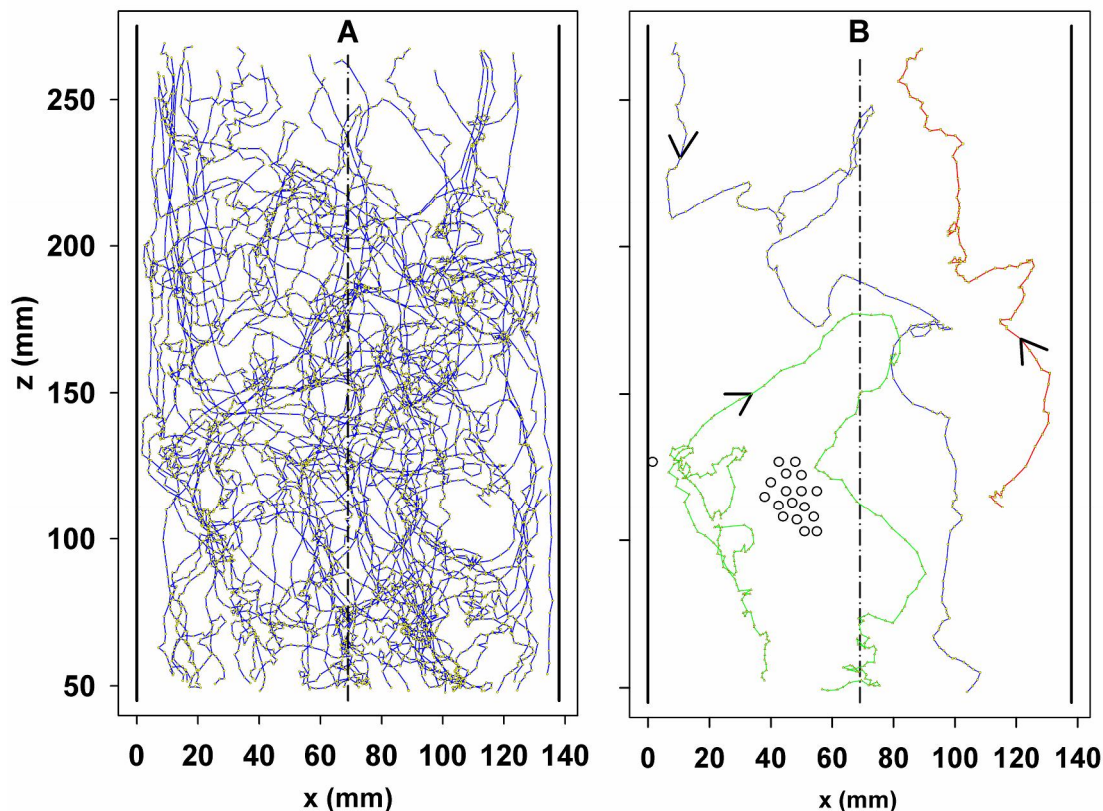
$$v_m = \frac{L}{\tau} = \frac{\sum L_i}{N \cdot \sum \Delta \tau_i} \quad (6.3)$$

gde je L ukupni put koji je prešla obeležena čestica u jednom hodu, τ je odgovarajuće vreme, N je broj sukcesivnih posmatranja čestice. Za većinu susednih položaja čestice vremenski interval je bio $\Delta \tau_i = 1/29,97 = 0,0334$ s.

Na slici 6.2 prikazane su putanje čestica u 2D sloju. Kao što se vidi sa slike, kretanje je Braunovog tipa, i podseća na ponašanje kretanja molekula gasa poznato u kinetičkoj teoriji gasnog stanja. Zbog nasumičnog kretanja čestica u fluidizovanom sloju potreban je veliki broj merenja u cilju dobijanja verodostojnih vrednosti srednje brzine kretanja čestica.

Iako je ponašanje fluidizovanog sloja definisano je kao partukulativno, vizuelnim posmatranjem sloja primećeno da praznine nisu uniformne. U sloju se u trenutku javljaju i nestaju oblasti većih i manjih koncentracija čestica, tj. „praznina tečnosti“, iako je ukupna ekspanzija tj zavisnost $U=f(\varepsilon)$ sloja uniformno raste, slika 6.1.

Na slici 6.3 dat je primer pojave „praznina tečnosti“ u sloju.

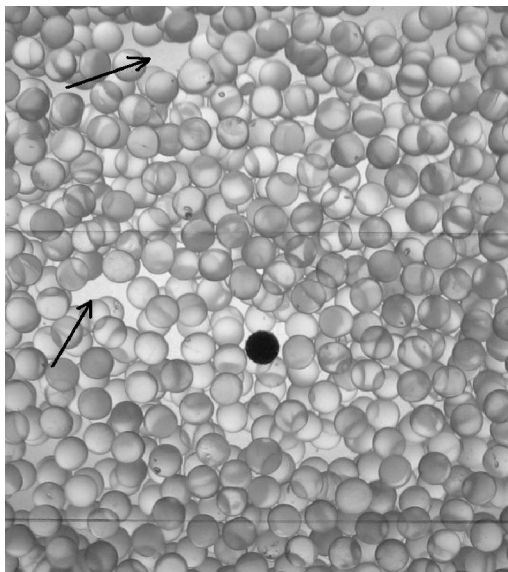


Slika 6.2 Kretanje obeležene čestice u 2D sloju, $d_p=2,98$ mm, $U=11,47$ cm/s, $\varepsilon=0,759$, $v_m=7.83$ cm/s. A) Slika prikazuje 37 trajektorija, sa 5993 broja podataka. $\Delta\tau_i=0,0335$ s. Ukupno rastojanje koje je prošla čestica je 15,721 m za vreme 200,77 s. B) Tri karakteristične putanje. Kružići predstavljaju veličinu čestice

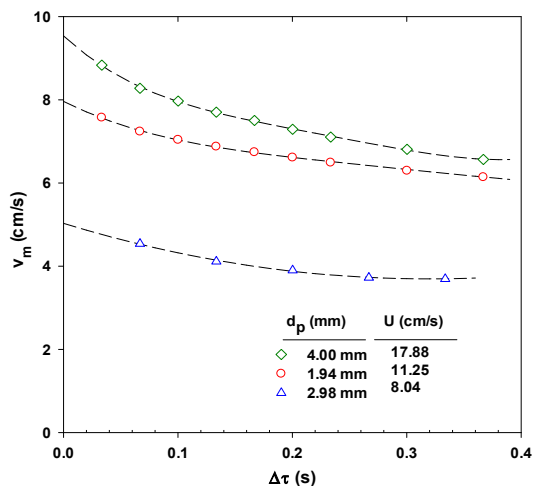
Zbog nasumičnog kretanja čestica u fluidizovanom sloju, potreban je veliki broj posmatranja (merenja) u cilju dobijana verodostojne vrednosti srednje brzine kretanja čestice. U ovom eksperimentu su 34 podatka za srednju brzinu kretanja čestice dobijena analizom 146200 pojediničnih merenja, tako da je svaka vrednost srednje brzine kretanja čestica u proseku zasnovana na 4300 eksperimentalnih tačaka. Druga promenljiva koja utiče na preciznost merenja srednje brzine kretanja čestice je vremenski interval između dva međusobna položaja (snimanja) obeležene čestice, slika 6.4.

Grafik na slici 6.4 dobijen je analizom podataka za određeno merenje, prvo računajući brzinu kretanja čestica dobijene na osnovu snimanja pozicije obeležene čestice za svaki kadar, a posle za svaki 2, 3, ...itd. kadar. Kao što je očigledno, srednja brzina kretanja čestica znatno opada sa povećanjem vremenskog intervala između dva uzastopna snimanja pozicije čestice. Kada bi vremenski interval između dva međusobna

posmatranja pozicije čestica bila relativno velika, onda je izmerena rastojanje između dva međusobna položaja čestice manje od stvarnog rastojanja koje je prošla čestica u tom intervalu vremena, zato što čestica može da promeni smer kretanja u toku tog vremenskog intervala.



Slika 6.3. Snimak kvazi-dvodimenzionog sloja čestica $d_p=6.0$ mm, $U/U_{mF}=2$. Strelice pokazuju „praznine tečnosti“



Slika 6.4 Uticaj vremenskog intervala $\Delta\tau_i$ na vrednost srednje brzine kretanja čestice

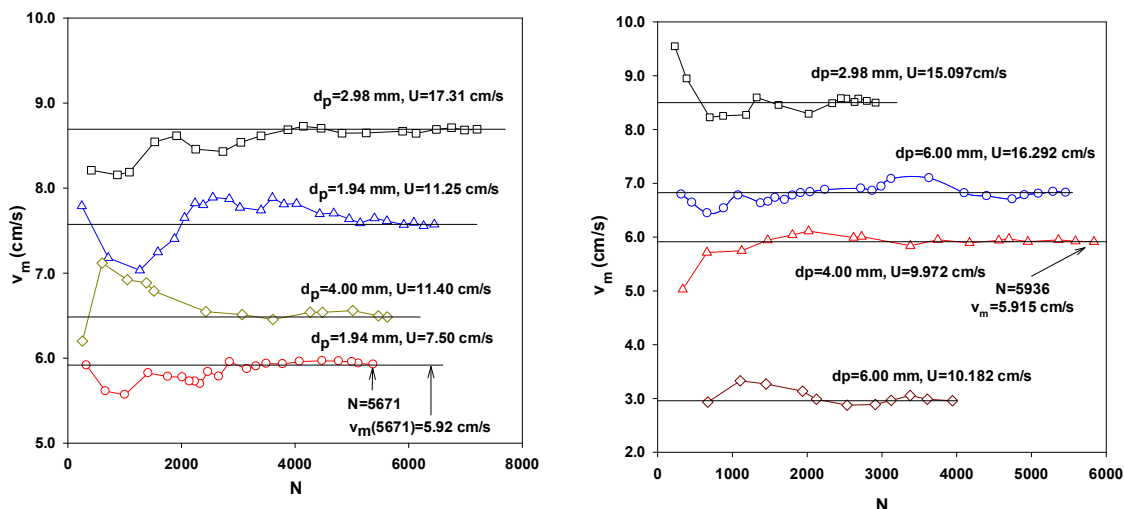
Postavlja se pitanje: da li ekstrapolisana vrednost srednje brzine kretanja čestice v_m kada $\Delta\tau_i \rightarrow 0$ treba da se koristi kao verodostojna vrednost v_m . Primenom linearne ekstrapolacije na prve tri tačke leve strane dijagrama, dobijene vrednosti v_m su do 6% veće od vrednosti srednje brzine v_m dobijene analizom kadar po kadar. Međutim, ova korekcija neće biti primenjena u daljoj analizi eksperimentalnih podataka, pošto je kretanje u z-pravcu zanemareno. Prosečna greška određivanja v_m , uz zanemarivanje kretanja u y-pravcu manja je od 10%.

Na slici 6.5 prikazana je zavisnost izračunate srednje brzine kretanja čestica u funkciji broja eksperimentalnih podataka. Sa slike 6.5 se vidi da je potrebno oko 4000 podataka da bi se dobila stabina vrednost srednje brzine kretanja.

Brzine kretanja obeležene čestica kreću se od veoma malih brzina do vrednosti brzina približnih površinskoj brzini fluida. Na slikama 6.6, 6.7, 6.8, i 6.9 prikazane su raspodele ukupnih brzina kretanja čestice za tri različite vrednosti površinske brzine za čestice prečnika $d_p=1.94, 2.98, 4.00, 6.00$ mm, respektivno.

Raspodele brzina prikazane su kao histogram sa intervalima brzine od 0.5 cm/s. Na ordinati je prikazana učestalost (frekvencija) ukupnog broja brzina u određenom

intervalu podjeljena sa širinom intervala. (Carlos i Richardson, 1968; Latif i Richardson, 1972) pokazali su da se raspodela brzina može izraziti sa analogijom Maxwell-ove raspodele brzina kretanja molekula gasa, (Garber, 1986) .



Slika 6.5 Uticaj broja eksperimentalnih podataka na vrednost srednje brzine kretanja čestice. Analiza osetljivosti merenja.

Kao što se vidi sa slike 6.6, 6.7, 6.8, i 6.9, funkcija raspodele brzina raste parabolično od nule za male brzine do maksimalne vrednosti, a zatim eksponencijalno opada.

Sa povećanjem brzine fluida maksimum na krivoj raspodele opada i pomera se ka desnoj strani grafika, slike 6.6, 6.7, 6.8 i 6.9. Ovaj efekat povećanja brzine fluida je sličan uticaju temperature na raspodelu brzine kretanja molekula gasa u kinetičkoj teoriji gasnog stanja.

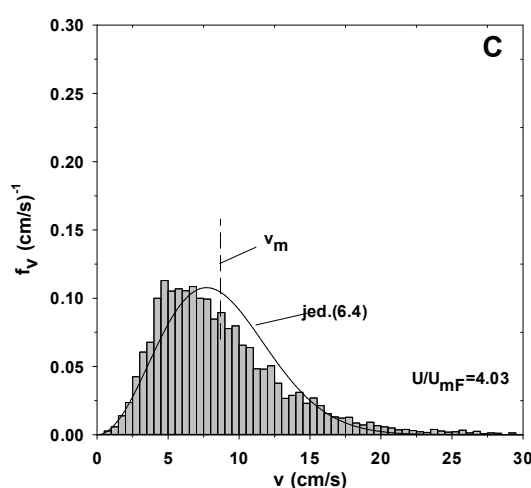
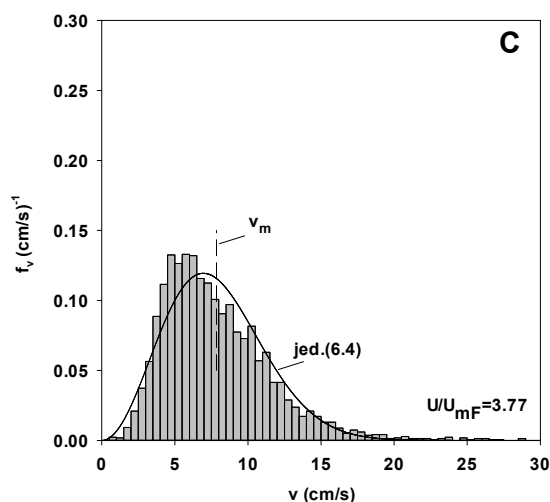
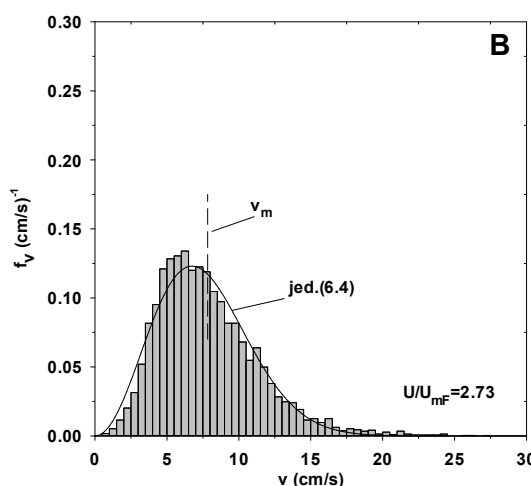
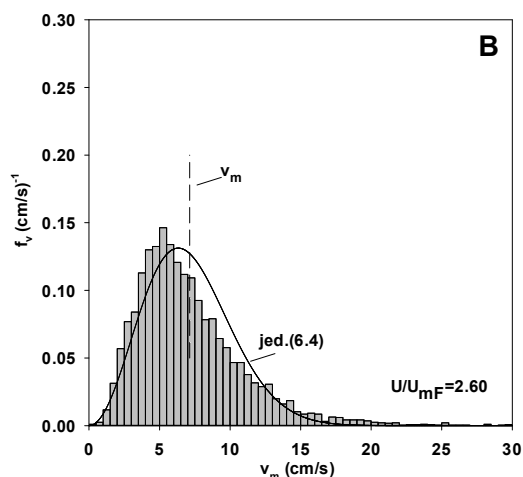
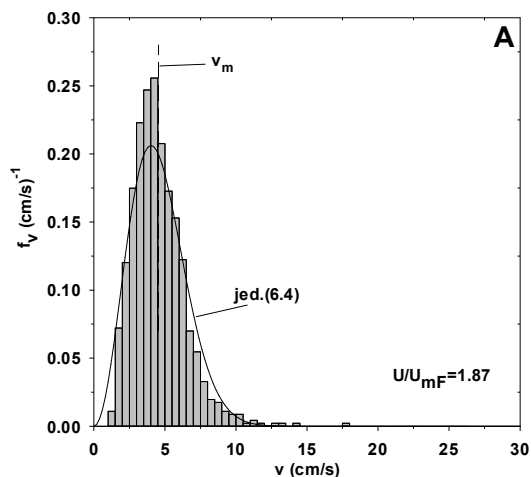
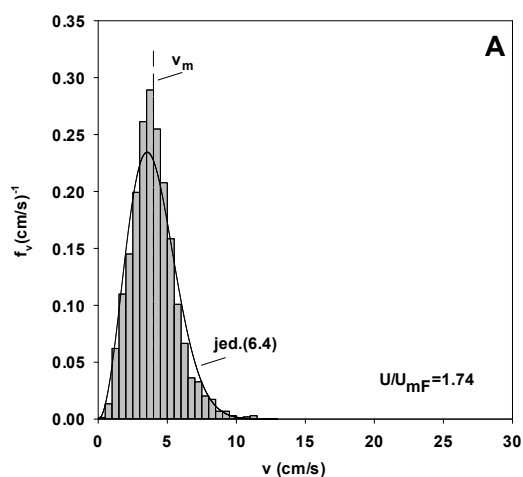
Slične raspodele brzina su dobijene i za ostale površinske brzine tečnosti obuhvaćene u ovom radu. Za ukupnu brzinu kretanja čestice, funkcija verovatnoće zasnovana na kinetičkoj teoriji gasnog stanja može se prikazati jednačinom:

$$f_v = \frac{32}{\pi^2} \frac{v^2}{v_m^3} \cdot \exp\left[-\frac{4}{\pi} \frac{v^2}{v_m^2}\right] \quad (6.4)$$

gde v_m predstavlja srednju brzinu kretanja čestice.

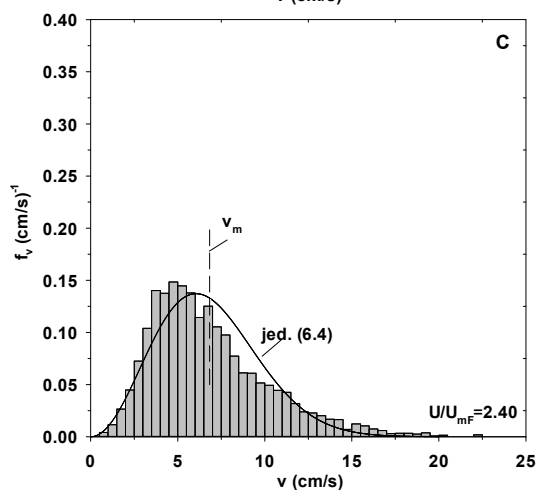
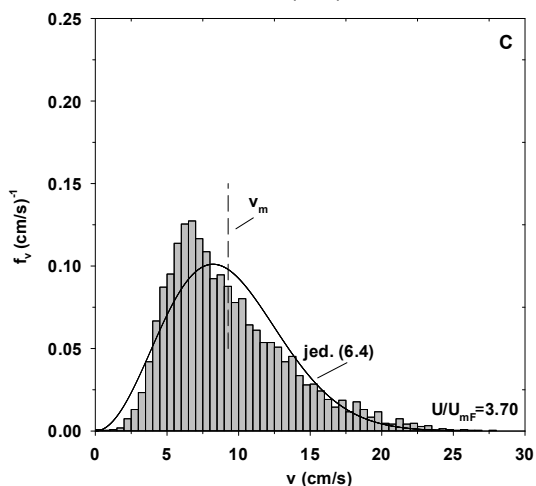
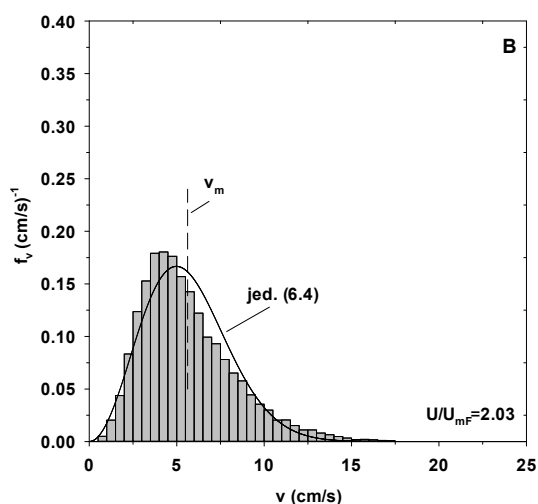
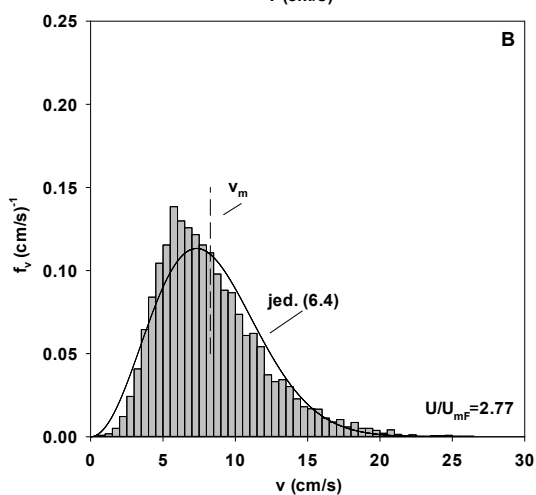
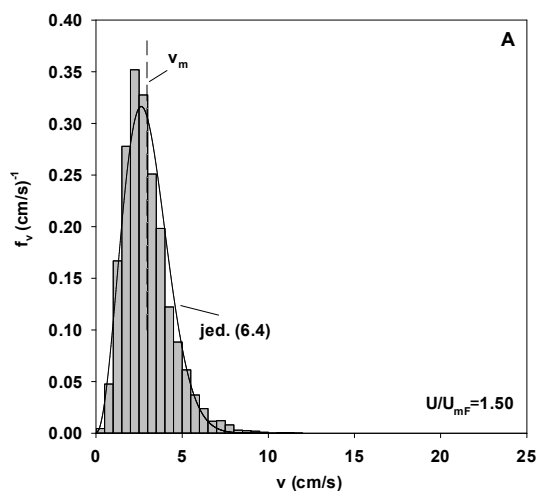
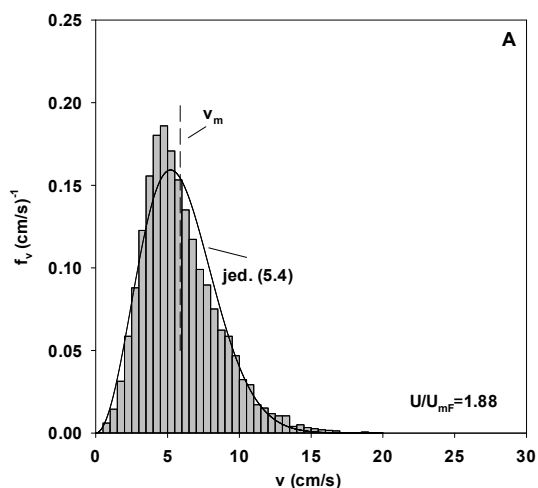
Sa slika 6.6, 6.7, 6.8 i 6.9 se primećuje, da se vrednosti f_v dobijene korišćenjem jednačine (6.4) dobro slažu sa eksperimentalnim histogramom, mada slaganje može da

se poboljša uvođenjem empirijskog korekcionog faktora. Dobro slaganje sa jednačinom (6.4) pokazala su i sva ostala eksperimentalna merenja.



Slika 6.6 Histogram ukupne brzine čestica $d_p=1.94$ mm (A: $U=5.57$ cm/s, $\varepsilon=0.662$, $v_m=3.99$ cm/s; B: $U=8.35$ cm/s; $\varepsilon=0.767$; $v_m=7.14$ cm/s; C: $U=12.06$ cm/s, $\varepsilon=0.876$, $v_m=7.85$ cm/s).

Slika 6.7 Histogram ukupne brzine čestica $d_p=2.98$ mm (A: $U=8.04$ cm/s, $\varepsilon=0.662$, $v_m=4.54$ cm/s; B: $U=11.75$ cm/s; $\varepsilon=0.765$; $v_m=7.83$ cm/s; C: $U=17.31$ cm/s, $\varepsilon=0.887$, $v_m=8.69$ cm/s).



Slika 6.8 Histogram ukupne brzine čestica $d_p=4.00$ mm (A: $U=9.97$ cm/s, $\varepsilon=0.627$, $v_m=5.915$ cm/s; B: $U=14.67$ cm/s; $\varepsilon=0.739$; $v_m=8.268$ cm/s; C: $U=19.64$ cm/s, $\varepsilon=0.838$, $v_m=9.268$ cm/s).

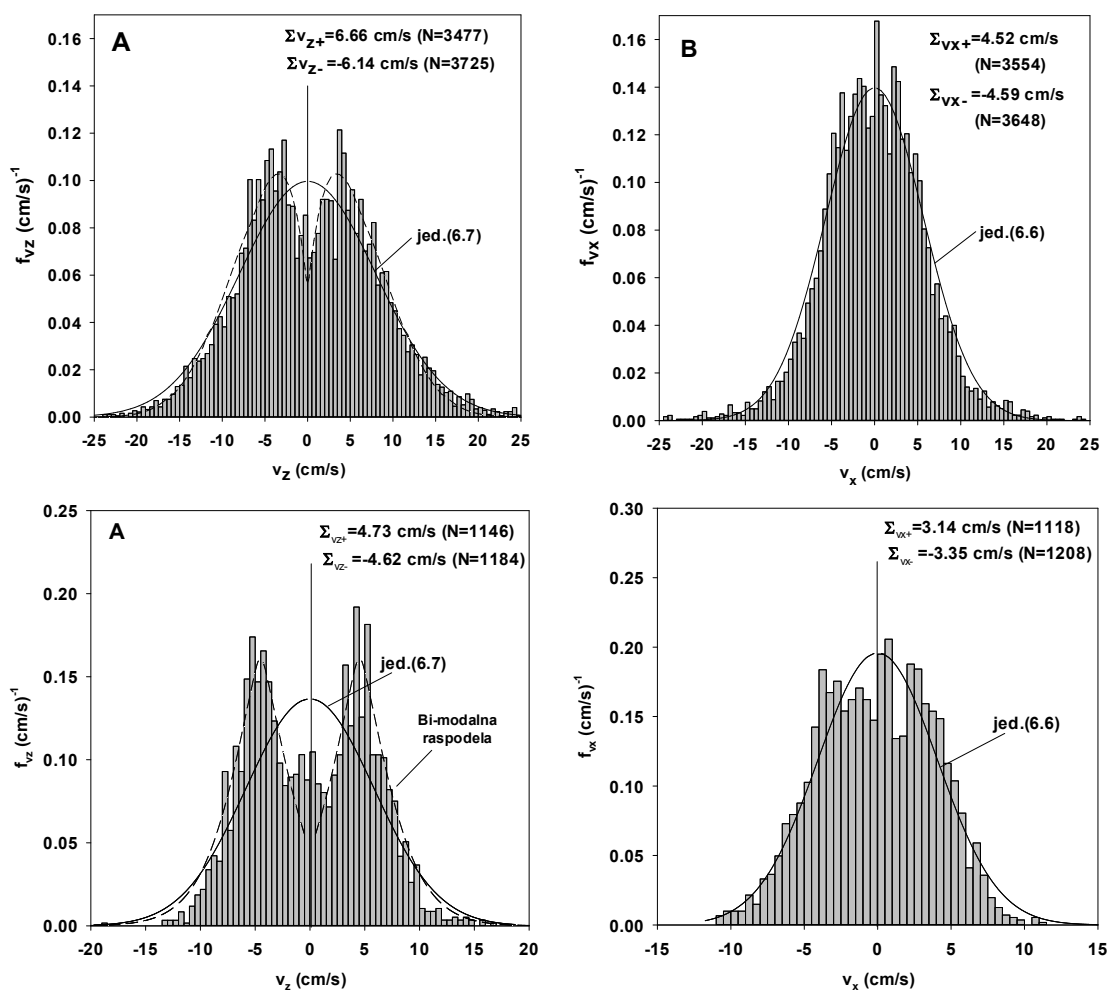
Slika 6.9 Histogram ukupne brzine čestica $d_p=6.00$ mm (A: $U=10.182$ cm/s, $\varepsilon=0.5728$, $v_m=2.96$ cm/s; B: $U=11.94$ cm/s; $\varepsilon=0.607$; $v_m=4.502$ cm/s; C: $U=16.29$ cm/s, $\varepsilon=0.678$, $v_m=6.828$ cm/s).

Funkcija raspodele verovatnoće za horizontalnu komponentu brzine ima oblik normalne *Gaus-ove raspodele*, i simetrična je u odnosu na koordinatni početak, (Latif i Richardson, 1972):

$$f_{vx} = \frac{1}{\pi v_{xm}} \cdot \exp \left[-\frac{1}{\pi} \frac{v_x^2}{v_{xm}^2} \right] \quad (6.5)$$

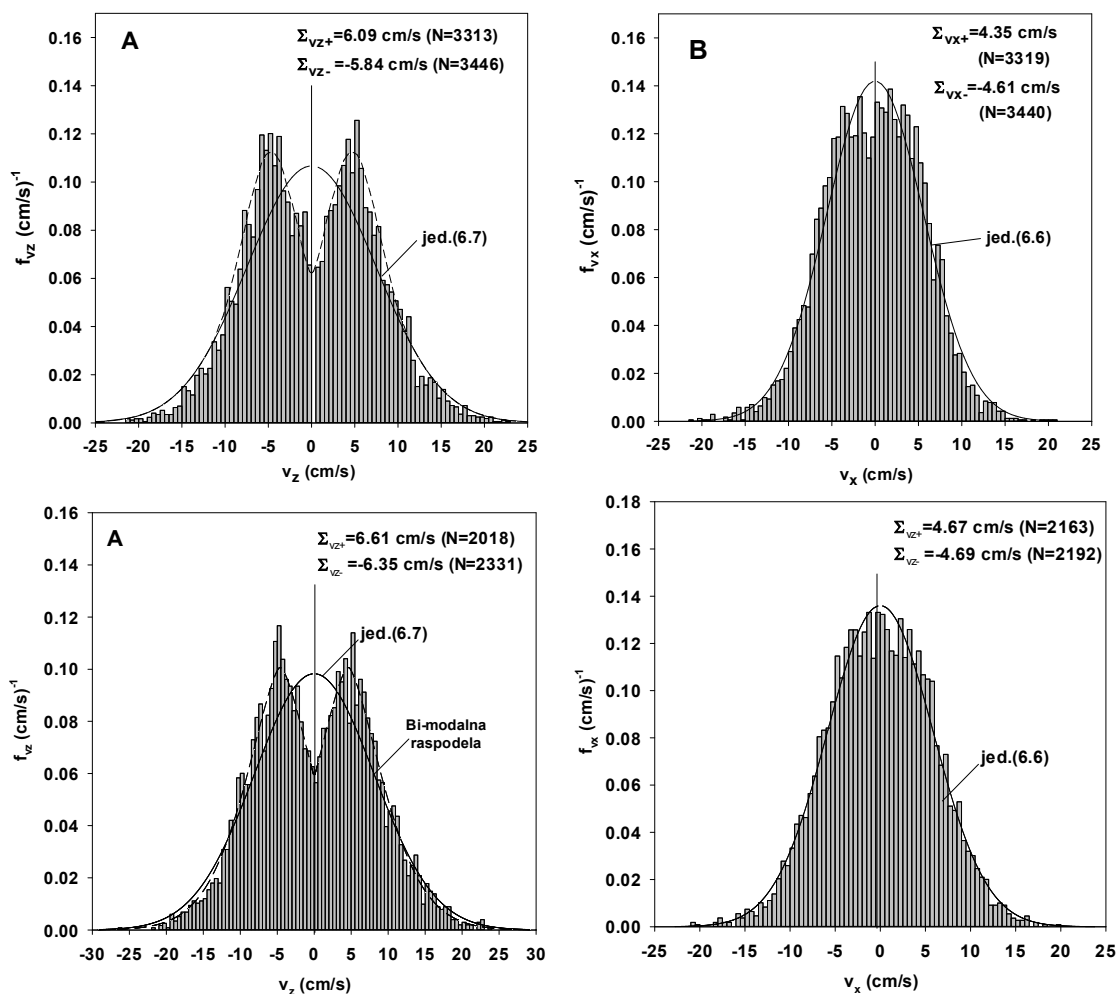
gde v_{xm} predstavlja srednju brzinu kretanja čestice u horizontalnom pravcu ($v_{xm} = (1/N) \cdot \sum |v_{xi}|$). Za dvodimenzioni sloj jednačina (6.5) treba da se koriguje faktorom 2, tj.

$$f_{vx} = 2 \cdot \frac{1}{\pi v_{xm}} \cdot \exp \left[-\frac{1}{\pi} \frac{v_x^2}{v_{xm}^2} \right] \quad (6.6)$$



Slika 6.10. Histogram aksijalne (A) i horizontalne (B) komponente brzine čestice ($d_p = 2.98$ mm, $U = 17.31$ cm/s, $\varepsilon = 0.887$, $v_{zm} = 6.39$ cm/s, $v_{xm} = 4.56$ cm/s
 $d_p = 2.98$ mm, $U = 9.62$ cm/s, $\varepsilon = 0.713$, $v_{zm} = 4.66$ cm/s, $v_{xm} = 3.25$ cm/s).

Korekcionni faktor 2 u jednačini (6.6) može se objasniti time što u 2D sloju nema radijalne i tangencijalne komponente brzine pa je verovatnoća da se čestica kreće u horizontalnom ili aksijalnom pravcu dvostruko veća.



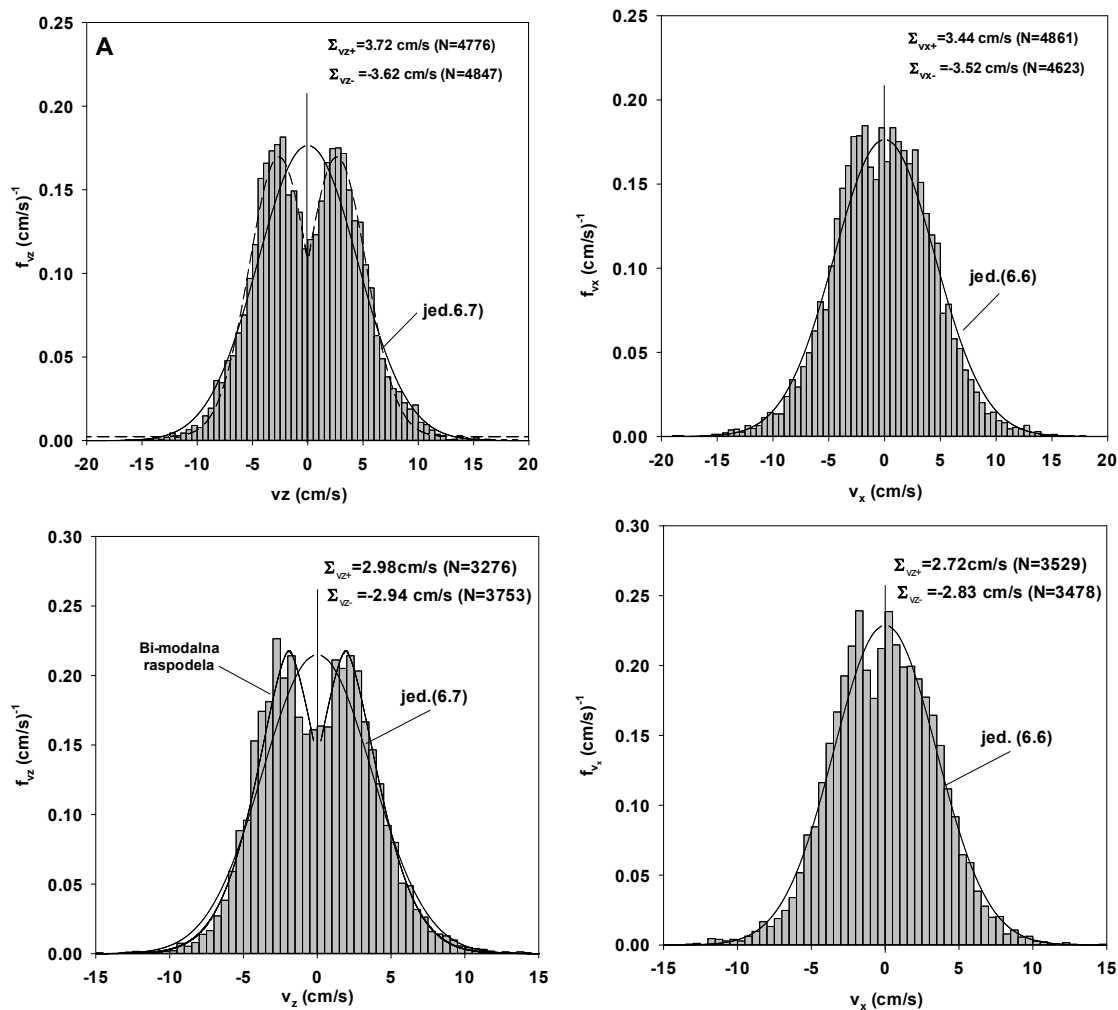
Slika 6.11. Histogram aksijalne (A) i horizontalne (B) komponente brzine čestice ($d_p=4.00$ mm, $U=14.67$ cm/s, $\varepsilon=0.739$, $v_{zm}=5.96$ cm/s, $v_{xm}=4.49$ cm/s
 $d_p=4.00$ mm, $U=17.88$ cm/s, $\varepsilon=0.805$, $v_{zm}=6.48$ cm/s, $v_{xm}=4.68$ cm/s)

Raspodela vertikalne (aksijalne) komponente brzine kretanja čestice može se prikazati na sličan način, odnosno:

$$f_{v_z} = 2 \cdot \frac{1}{\pi v_{zm}} \cdot \exp \left[-\frac{1}{\pi} \frac{v_z^2}{v_{zm}^2} \right] \quad (6.7)$$

gde je v_{zm} srednja vrednost horizontalne komponente brzine čestice ($v_{zm} = (I/N) \cdot \Sigma |v_{zi}|$).

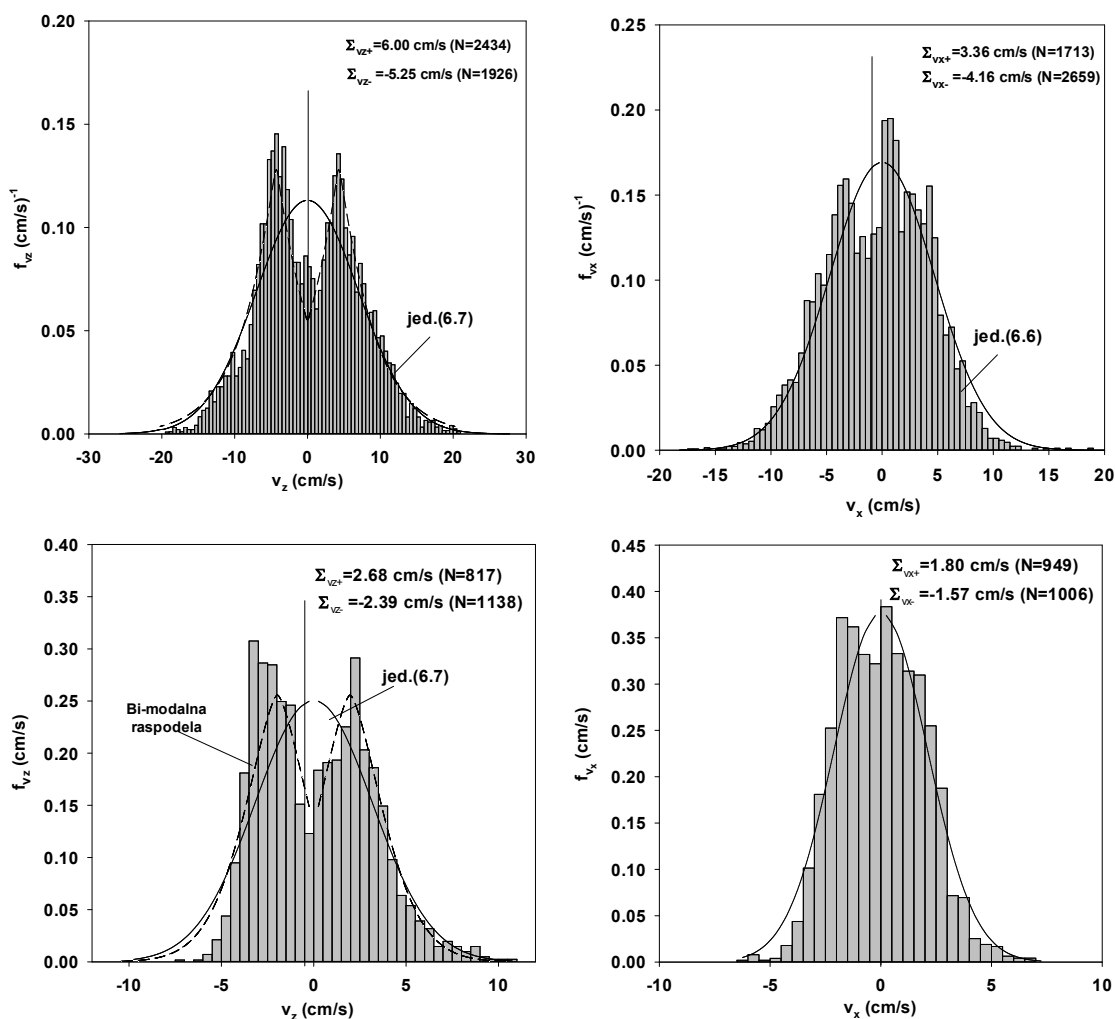
Poređenje eksperimentalnog histograma aksijalnih i horizontalnih komponenti brzina čestice sa kinetičkom teorijom, odnosno sa jednačinama (6.6) i (6.7) prikazano je na dijagramima, slike 6.10 i 6.11.



Slika 6.12 Histogram aksijalne (A) i horizontalne (B) komponente brzine čestice
 ($d_p=6.00$ mm, $U=13.79$ cm/s, $\varepsilon=0.639$, $v_{zm}=3.67$ cm/s, $v_{xm}=3.48$ cm/s
 ($d_p=6.00$ mm, $U=11.94$ cm/s, $\varepsilon=0.607$, $v_{zm}=2.96$ cm/s, $v_{xm}=2.76$ cm/s).

Za horizontalnu komponentu brzine, slike 6.10B i 6.11B slaganje sa eksperimentalnim podacima je veoma dobro. Ista zapažanja su primećena za sva eksperimentalna merenja. Međutim, za aksijalnu komponentu brzine ova slaganja su približna, slike 6.10A i 6.22A, pošto svi grafici funkcije verovatnoće $f_{v_z}=f(v_z)$ pokazuju mali lokalni minimum u blizini $v_z=0$. Verovatno, razlog pojave loknog minimuma je da zbog progresivnog kretanja fluida u aksijalnom pravcu tokom fluidizacije verovatnoća da će vertikalna komponenta brzine biti jednaka 0 mnogo manja nego kod kinetičke

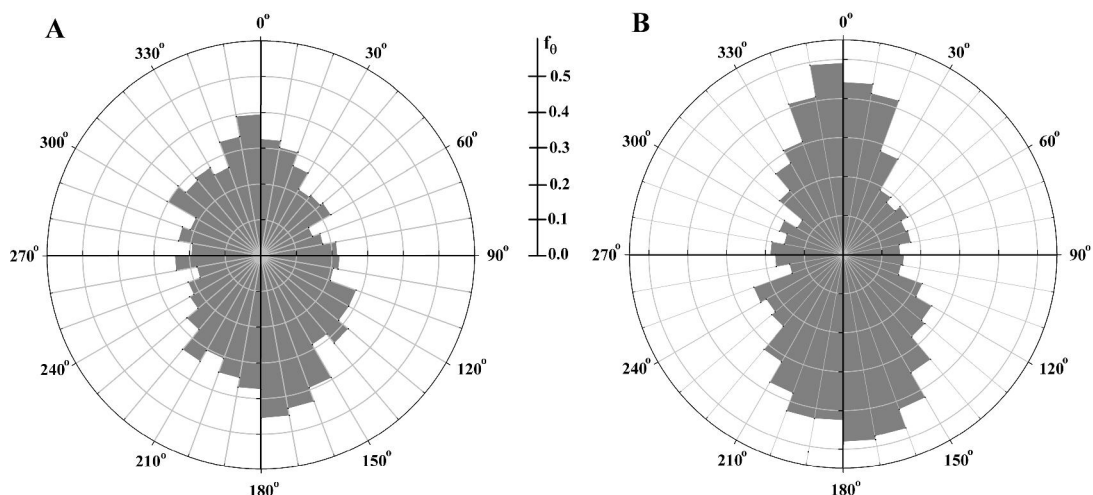
teorije gasnog stanja. Pa će zbog toga simetrična bi-modalna komponenta raspodele brzina biti pogodnija, kao što je prikazano isprekidanom linijom, slike 6.10A i 6.11A.



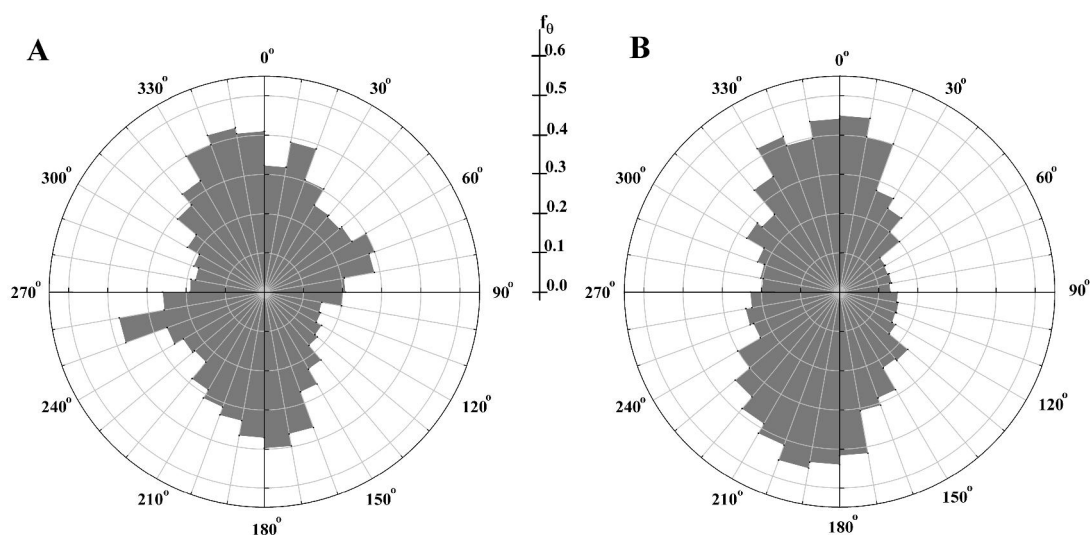
Slika 6.13 Histogram aksijalne (A) i horizontalne (B) komponente brzine čestice ($d_p=1.94$ mm, $U=9.27$ cm/s, $\varepsilon=0.797$, $v_{zm}=5.63$ cm/s, $v_{xm}=3.76$ cm/s
 $d_p=1.94$ mm, $U=4.64$ cm/s, $\varepsilon=0.620$, $v_{zm}=2.54$ cm/s, $v_{xm}=1.69$ cm/s).

Po kinetičkoj teoriji gasnog stanja verovatnoća da se čestica kreće u svim pravcima je jednaka. Kod fluidiovanog sistema tečno-čvrsto može se očekivati da će kretanje čestice biti favorizovano u aksijalnom pravcu usled strujanja fluida.

Na slici 6.14 prikazana je učestalost kretanja čestica u svim mogućim smerovima ($0 - 360^\circ$) u z - x ravni, nezavisno od intenziteta brzine, za čestice $d_p=4,00$ i dve vrednosti površinske brzine tečnosti ($U/U_{mF}=1,88$ and $U/U_{mF}=3,37$). Kao što se vidi sa slike 6.14, kretanje je intenzivnije u aksijalnom smeru u oba slučaja. Činjenica da je kretanje učestalije u aksijalnom pravcu može objasniti postojanje malog lokalnog minimuma u blizini $v_z=0$, slike 6.10-6.13.



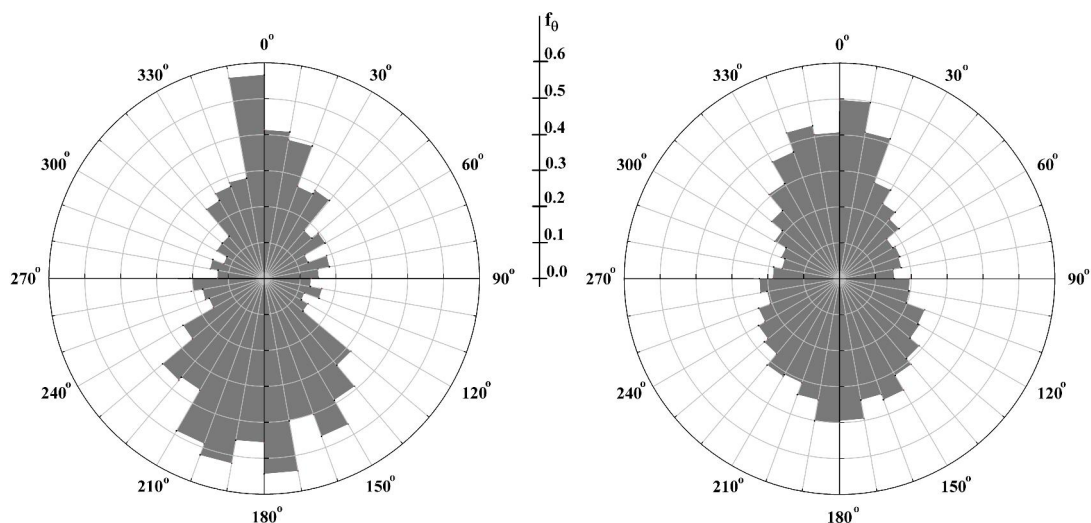
Slika 6.14 Histogram kretanja obeležene čestice: frekvencija kretanja obeležene čestice u pravcu Θ ($0-360^\circ$), $d_p=4.00$ mm (A: $U/U_{mF}=1,88$; B: $U/U_{mF}=3,37$).



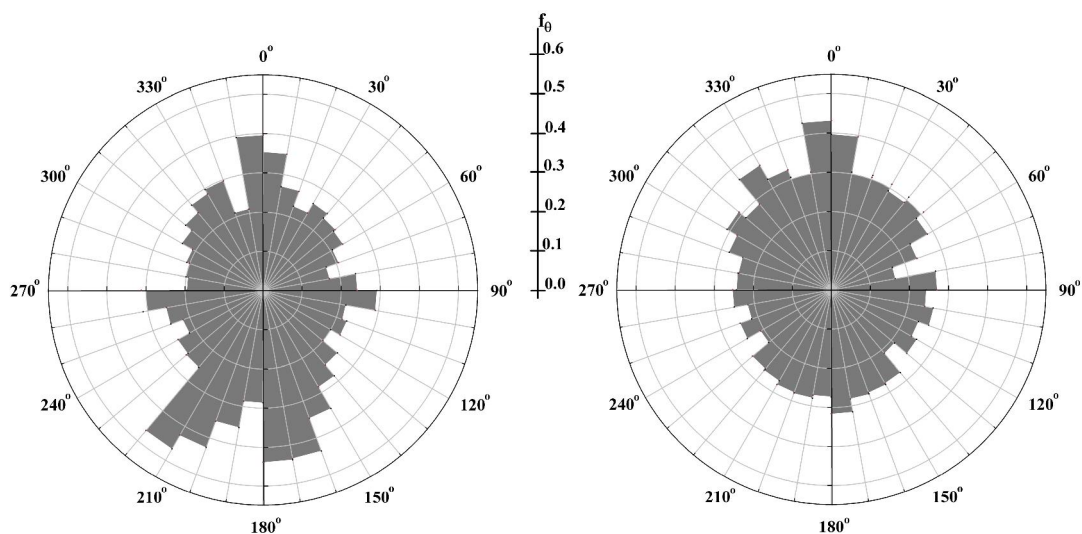
Slika 6.15 Histogram kretanja obeležene čestice: frekvencija kretanja obeležene čestice u pravcu Θ ($0-360^\circ$), $d_p=1.94$ mm (A: $U/U_{mF}=2.03$; B: $U/U_{mF}=3.48$).

S obzirom na to da je kretanje čestica učestalije u aksijalnom pravcu, verovatnoća da komponenta aksijalne brzine bude jednaka 0 je manja od verovatnoće koja se može očekivati u izotropnom sistemu, kao što je idealan gas.

Grafici prikazani na slikama 6.10-6.17 pokazuju da sloj nije izotropan s obzirom da su aksijalne komponente brzina veće od brzina u horizontalnom pravcu. Nekoliko autora, (*Carlos i Richardson, 1968; Latif i Richardson, 1972; Kmiec, 1978*) pokazalo je da odnos v_{zm}/v_{xm} raste sa porastom brzine fluida i da je vrednost ovog odnosa oko 2 pri $U/U_{mF}=2$. Vrednosti v_{zm}/v_{xm} iz ovog rada prikazane su u tabeli 6.3, u kojoj se vidi da ovaj odnos takođe raste sa porastom odnosa U/U_{mF} ali ne prelazi vrednost 1.63 za $U/U_{mF}\approx 3.8$.



Slika 6.16 Histogram kretanja obeležene čestice: frekvencija kretanja obeležene čestice u pravcu Θ ($0-360^\circ$), $d_p=2.98$ mm (A: $U/U_{mF}=1.71$; B: $U/U_{mF}=3.6$).



Slika 6.17 Histogram kretanja obeležene čestice: frekvencija kretanja obeležene čestice u pravcu Θ ($0-360^\circ$), $d_p=6.00$ mm (A: $U/U_{mF}=1.71$; B: $U/U_{mF}=3.6$).

Tabela 6.3

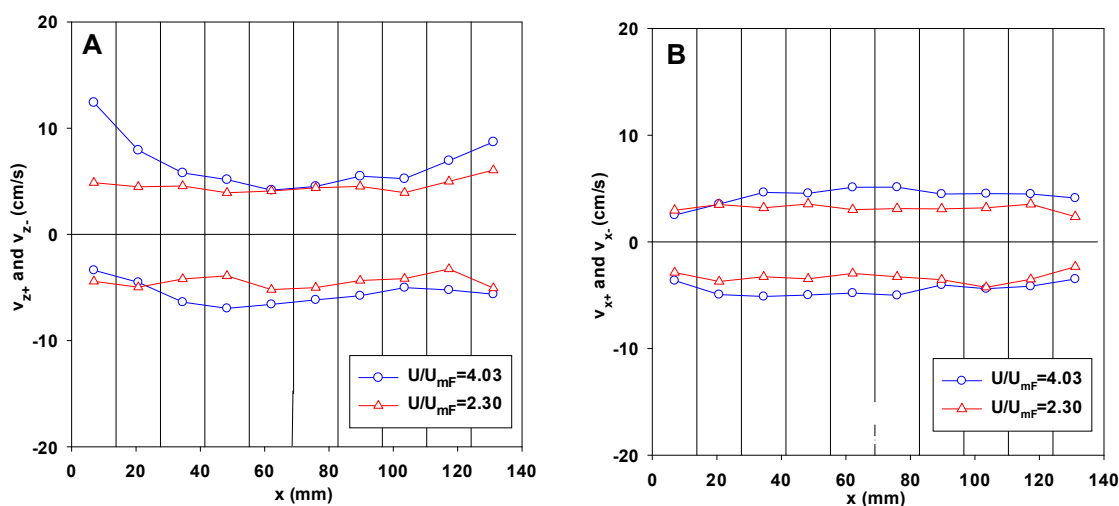
Odnos v_{zm}/v_{xm} u funkciji U/U_{mF}

$d_p=1.94$ mm		$d_p=2.98$ mm		$d_p=4.00$ mm		$d_p=6.00$ mm	
U/U_{mF}	v_{zm}/v_{xm}	U/U_{mF}	v_{zm}/v_{xm}	U/U_{mF}	v_{zm}/v_{xm}	U/U_{mF}	v_{zm}/v_{xm}
2.32	1.38	1.18	1.29	1.66	1.38	1.71	1.07
2.90	1.47	2.36	1.41	3.25	1.43	1.97	1.06
3.77	1.62	3.28	1.60	3.82	1.63	2.33	1.15

Moguće objašnjenje za ovu razliku između naših podataka i podataka drugih autora je to što su eksperimenti u ovom radu izvedeni pri većem odnosu D/d_p (Tabela 6.1) nego što je to bio slučaj kod autora (Carlos i Richardson, 1968; Latif i Richardson,

1972; Kmiec, 1978), kod kojih je D/d_p bio 11.4, 16.5 i 8.23, respektivno. Veći odnos D/d_p znači i veći stepen slobode kretanja čestica u x -pravcu.

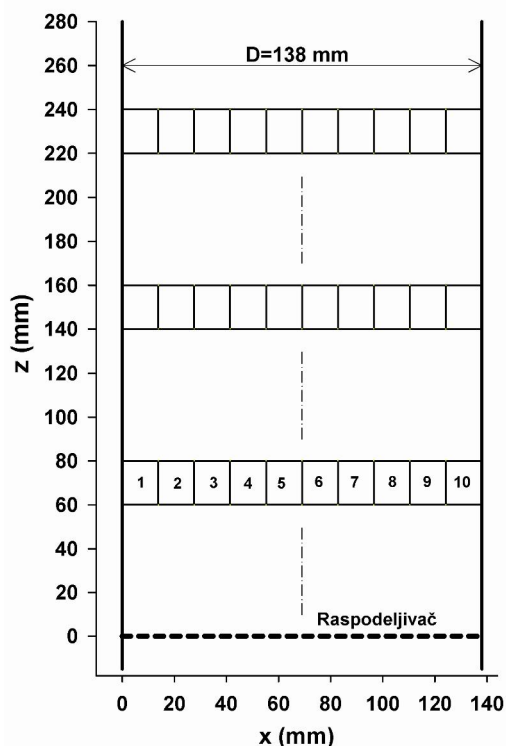
Ispitujući brzine kretanja čestica u tro-dimenzionoj koloni istraživanja (Carlos i Richardson, 1968; Latif i Richardson, 1972; Kmiec, 1978; Handley, 1966), pokazali su da se čestice u sredini sloja kreću na više, dok se kretanje na niže javlja na zidovima kolone. Carlos i Richardson su takođe pokazali da se na dnu sloja javlja uočljivo unutrašnje radijalno kretanja, dok se u višim delovima sloja javlja manje uočljivo spoljašnje radijalno kretanje čestica, koje nestaje na vrhu sloja. Međutim, pri višim vrednostima površinske brzine tečnosti ($U/U_{mF}>3$), suprotno ponašanje čestica je primećeno, tj, u dvo-dimenzionoj koloni, javlja se kretanje na više blizu „zidova“ 2D-kolone a kretanje naniže javlja se u sredini kolone. Varijacije v_z i v_x prikazane su na slikama 6.17A i B za čestice $d_p=2.98$ mm.



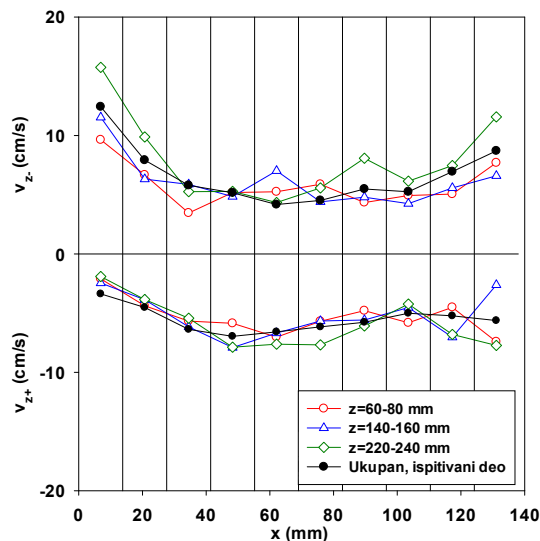
Slika 6.17 Histogram kretanja obeležene čestice: frekvencija kretanja obeležene čestice u pravcu Θ ($0-360^\circ$), $d_p=2.98$ mm (A: $U/U_{mF}=1.71$; B: $U/U_{mF}=3.6$).

Na grafiku, slika 6.17, ispitivani deo sloja (deo između $z=50$ i $z=270$ mm), horizontalno je podeljen je na 10 jednakih delova, i za svaki od 10 delova usrednjene su vrednosti podataka. Na takav način, ukupan broj posmatranja u svakom delu iznosi oko 350.

Kao što može da se vidi, pri odnosu $U/U_{mF}=2.3$, profil brzina $v_z=f(z)$ je skoro ravan. Za $U/U_{mF}=4.03$, pojavljuje se mali minimum u centru sloja, što pokazuje na cirkulaciju čestica, slika 6.17A. U oba slučaja profil brzina $v_x=f(x)$ je skoro ravan sa letimično manjim v_x -komponentama brzina blizu „zidova“ dvo-dimenzione kolone.



Slika 6.18 Mreža za određivanje zavisnosti $v_z=f(x)$ za tri različita delova sloja

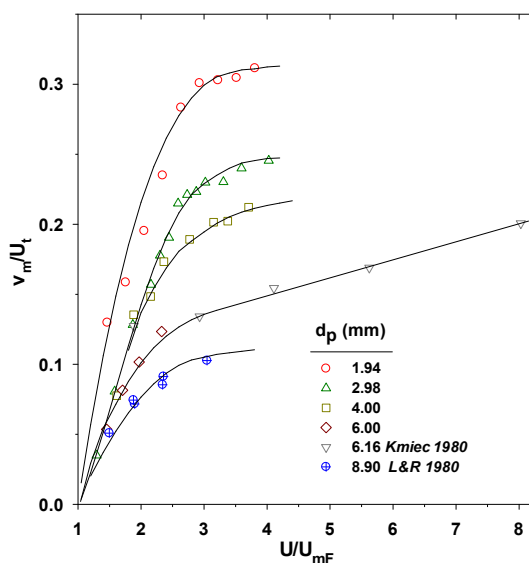


Slika 6.19 Varijabilije $v_z=f(x)$ za tri delova sloja, $d_p=2.98$ mm, $U/U_{mF}=4.03$. Crna linija predstavlja podatke za ceo ispitivani deo ($z=50-270$ mm)

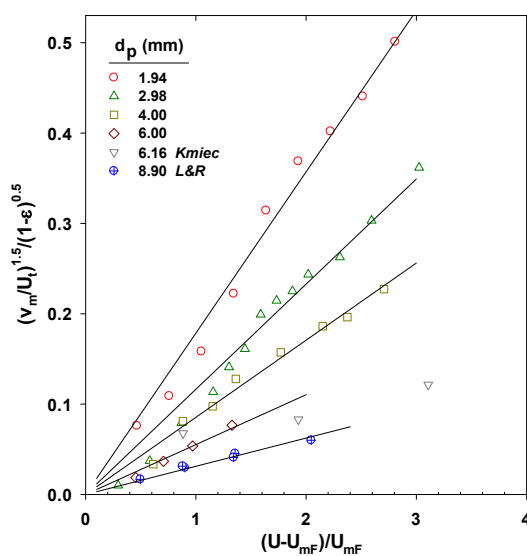
U cilju određivanja varijacija vertikalnih komponenti brzina v_z od x , ispitivani deo podeljen je na 3 dela, $z=60-80$, $z=140-160$ i $z=220-240$, i svaki od ova 3 dela podeljena su horizontalno na 10 jednakih ćelija, kao što je prikazano na slici 6.18. Varijacija $v_z=f(x)$ za tri dela sloja, $d_p=2.98$ mm, $U/U_{mF}=4.03$, zasnovana su na 35 posmatranja po ćeliji, slika 6.19. Kao što se primećuje, nema značajnih razlika između v_z izračunatih za različite delove sloja.

Varijacije odnosa brzina v_m/U_t od U/U_{mF} prikazane su na slici 6.10. Uopšteno, srednja vrednost brzine kretanja čestica raste sa porastom U/U_{mF} . Do $U/U_{mF} \approx 2.5$, v_m je aproksimativno direktno proporcionalno odnosu U/U_{mF} , i naglo raste sa porastom U/U_{mF} . Za $U/U_{mF} > 2.5$, v_m blago raste sa sa porastom U/U_{mF} . Pri istom odnosu U/U_{mF} , srednja vrednost brzina kretanja čestica opada sa porastom prečnika čestica. Autori, (Grbavčić i sar., 1990) merili su brzine čestica u dvodimenzionom fluidizovanom sloju čestica koristeći sličnu eksperimentalnu tehniku. U tom radu, dimenzije kolone su bile 60x9 mm a ispitivane su čestice prečnika $d_p=3.09$ mm, ($b/d_p=2.92$). Položaj obeležene čestice je praćen snimanjem na svakih $\Delta\tau_i=0.42$ s. Srednje vrednosti su određene na

osnovu 100 individualnih posmatranja. Pri $U/U_{mF}=1.16$, dobijena vrednost $v_m=1.15$ cm/s, što se slaže sa eksperimentalnim ispitivanjima iz ovog rada $v_m=1.24$ pri vrednosti $U/U_{mF}=1.29$ za staklene čestice prečnika $d_p=2.98$ mm.



Slika 6.20. Zavisnost v_m/U_t od U/U_{mF}



Slika 6.21. Zavisnost $(v_m/U_t)^{1.5}/(1-\varepsilon)^{0.5}$

Pri većim vrednostima U/U_{mF} , izmerene vrednosti v_m bile su i 50% niže u poređenju sa vrednostima obuhvaćene u ovom radu. Moguće objašnjene, je da relativno veliki vremenski interval između dva kadra (0.42 s), zbog toga u istrživanjima (*Grbavčić i sar., 1990*) proizilazi ovo neslaganje, kao što je prikazana na grafiku, slika 6.4.

Analizom eksperimentalnih podataka utvrđeno je da je član $(v_m/U_t)^{1.5}/(1-\varepsilon)^{0.5}$ direktno proporcionalan bezdimenzionoj brzini fluida $(U-U_{mF})/U_{mF}$, tj.

$$\frac{1}{(1-\varepsilon)^{0.5}} \left(\frac{v_m}{U_t} \right)^{1.5} = K \cdot \left(\frac{U-U_{mF}}{U_{mF}} \right) \quad (6.8)$$

Jednačina (6.8) je prikazana na slici 6.21. Kao što se da videti sa slike 6.21 predložena jednačina dobro opisuje eksperimentalne podatke iz ovog rada (2D fluidizacija tečnost-čvrsto) kao i podatke iz istraživanja (*Carlos i Richardson, 1968; Latif i Richardson, 1972*) u trodimenzionoj koloni. Konstanta proporcionalnosti K je funkcija prečnika čestice d_p , i data je jednačinom:

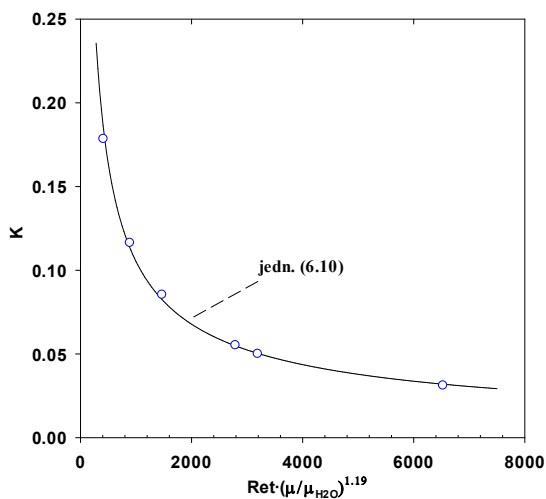
$$K = 0.417 \cdot d_p^{-1.158} \quad (6.9)$$

gde je d_p dato u mm.

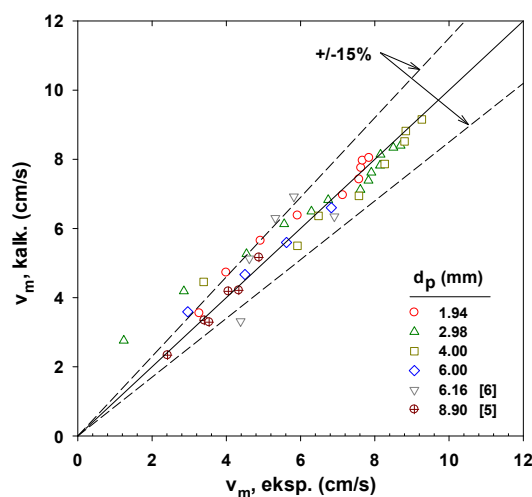
S obzirom da je viskoznost fluida u eksperimentima (*Carlos i Richardson, 1968; Latif i Richardson, 1972*) oko 8.6 puta veća od viskoznosti fluida iz ovog rada, pogodnija sledeća korelacija za koeficijen K , prikazano na slici 6.22:

$$K = 8.486 \cdot \left[\text{Re}_t \left(\mu / \mu_{H_2O} \right)^{1.19} \right]^{-0.636} \quad (6.10)$$

Srednja apsolutna greška između eksperimentalnih vrednosti i jednačine (6.10) je 2.2%.



Slika 6.22 Zavisnost v_m/U_t od U/U_{mF}



Slika 6.23 Zavisnot $(v_m/U_t)^{1.5}/(1-\varepsilon)^{0.5}$

Konačna korelaciona jednačina za ukupnu brzinu kretanja čestice u fluidizovanom sloju tečnost-čestice ima oblik:

$$v_m = U_t \left[8.486 \cdot \left(\text{Re}_t \left(\mu / \mu_{H_2O} \right)^{1.19} \right)^{-0.636} \left(\frac{U - U_{mF}}{U_{mF}} \right) \right]^{2/3} \quad (6.11)$$

Eksperimentalne i izračunate vrednosti srednje brzine kretanja čestica upoređene su na slici 6.23. Sa slike 6.23 primećuje se dobro slaganje rezultata, sa srednjom apsolutnom greškom odstupanja za eksperimentalne podatke obuhvaćene u ovom radu od oko 11%. Dok za podatke (*Carlos i Richardson, 1968; Latif i Richardson, 1972*) za 3D-fluidizovan sloj, srednja apsolutna greška između izmerenih i izračunatih vrednosti jedn. (6.11) je 9.6%.

6.2 Cirkulacija čestica u jedinici vremena i sudari čestica u 2D-fluidizovanom sloju sferičnih čestica

Cirkulacija čestica i sudari čestica (čestica-zid, čestica-čestica) veoma su važne veličine za definisanje dinamike kod fluidizovanih sistema. Cirkulacija čestica u jedinici vremena i sudari čestica utiču na ukupno mešanje u fluidizovanom sloju kao i na

karakteristike transporta čestica u sloju. Imaju glavnu ulogu za prenos mase i toplote u sloju, kao što su pokazali nekoliko autora, (Aghajani, 2005; Shvab, 2000; Limtrakul, 2005). Kontakti između čestica takođe uzrokuju habanje čestica u nekim sistemima, --- (Nelson, 1988). Sudari čestica sa zidovima kolone od velikog su značaja kod razmenjivača toplote (tečno-čvrsto) za uklanjanje naslaga na zidovima i sprečavanje zastoja rada razmenjivača, (Pronk, 2009).

Sudari čestica sa zidom kolone opširno su ispitivani od u proteklih nekoliko godina, dok je manje pažnje posvećeno sudarima između čestica u viskoznim fluidima, verovatno zbog složene prirode sudara i poteškoće u eksperimentalnim merenjima fenomena. Sudari čestica sa zidom kolone i međusobni sudari čestica razlikuju se jedni od drugih zbog kretanja čestica kod međusobnog sudara čestica.

Sudari između čestica u viskoznim fluidima (fluidizovan sistem tečno-čvrsto) takođe se razlikuju od sudara čestica kod fluidizovanih sistema gas-čestice, pošto viskoznost fluida ima značajan uticaj na fenomene prenosa u sistemu. Kada tečnost ima uporedivu gustinu sa čvrstom fazom, strujanje fluida i njegova viskoznost imaju dodatni mehanizam za fenomene prenosa kod fluidizovanih sistema, (Yang, 2006). Brojna ispitivanja pokazala su da kada čestice u fluidizovanom sloju imaju dovoljno inercije doći će do sudara. Stoksov broj predstavlja dominantnu bezdimenzionu veličinu koja pokazuje da li će doći do sudara između čestica. U proučavanju sudara čestica sa zidom, Stoksov čestični broj je definisan da karakteriše relativni uticaj inercije čestica i viskoznih sila fluida tokom sudara. Za sudare pri visokim *Stoks*-ovim brojem $St > 2000$, uticaj fluida na sudare postaje zanemarljiv, što dovodi do potpuno elastičnih sudara. Kod sudara pri niskim vrednostima *Stoks*-ovog broja $St \approx 10$, praktično nema odbijanja čestica posle sudara. Sa analogijom sa mono-čestičnim *Stoks*-ovim brojem, binarni *Stoks*-ov broj definisan za međusobni sudar dve sfere iste mase i prečnika $St = \rho_p (U_{i1} - U_{i2}) d_p / (9\mu)$, gde je $(U_{i1} - U_{i2})$ relativna brzina između čestica, (Aguilar-Corona, 2011). Povezanost statističnog modela dobijenog iz kinetičke teorije i primenjene na fluidizovani sloj pokazan je za slučaj velikih ali konačnih oblasti *Stoks*-ovog broja $10 < St < 100$, (Aguilar-Corona, 2011). Fluidizacija velikih čestica sa tečnošću pada u prelazni režim *Stoks*-ovog broja, u kom su hidrodinamičke sile dominantne. Postoji kritična vrednost Stoksovog broja ispod koje su sudari prigušeni sa okolnim fluidom, i

nema odbijanja čestica posle međusobnog dodira, (Yang, 2006). Ova kritična vrednost Stoksovog broja je u opsegu 10 ± 5 .

Jedna od glavnih veličina koja se koristi za definisanje dinamike fluidizovanih sistema je frekvencija sudara. Frekvencija sudara u fluidizovanom sloju čestica ispitivana je korišćenjem drugačijih eksperimentalnih tehnika. Obično, eksperimentalno je ispitivana frekvencija sudara između čestica i zida, s obzirom da je merenje frekvencije međučestičnog sudara veoma složeno. (Zenit i sar., 2000) merili su pritisak usled sudara u fluidizovanom sistemu tečnost-čvrsto koristeći eksperimentalni sistem koji se sastojao od visoko frekventnog pojačivača signala pritiska. Pritisak usled sudara, predstavlja dodatni pritisak koji deluje na zid kolone za fluidizaciju zbog prisustva čestica i proporcionalan je frekvenciji sudara. Koristili su staklene, plastične i sferične čestice od metalne sfere različitih prečnika i sa različitim koncentracijama čestica od 10 do više od 40%. Dobijeni rezultati pokazali su da se maksimalni pritisak usled sudara javlja pri koncentracijama čestica između 30 i 40%, u zavisnosti od čestica. Pri niskim koncentracijama čestica, vrednost pritiska usled sudara je niska. U ovom režimu čestice se slobodno kreću i povremeno se sudare. Pri visokim koncentracijama čestica, broj čestica po jediničnoj zapremini raste, i sloboda kretanja čestica opada, pa se samim tim dolazi do manjeg broja sudara. Pri koncentracijama čestica između 30 i 35% zabeležen pritisak čestica usled sudara dostiže maksimum.

Autori, (Buffiere i Moletta, 2000) ispitivali su frekvenciju sudara i pritisak čestica usled sudara u trofaznom fluidizovanom sloju. Obe veličine, pritisak čestica i frekvencija sudara imali su maksimalnu vrednost pri poroznosti sloja $\varepsilon=0.67-0.80$. Aguilar je merio frekvenciju sudara interakcija čestica-čestica u fluidizovanom sloju staklenih sfera prečnika 6 mm u koncentrovanom rastvoru kalijum-tiocijanida u opsegu poroznosti sloja $\varepsilon=0.60-0.89$, (Aguilar i Corona, 2011). Rezultate koje je dobio pokazali su da je frekvencija međučestičnog sudara u zavisnosti od poroznosti sloja. Ova zavisnost postiže maksimum pri udelu čestica od 0.3 ($\varepsilon=0.7$).

Međučestični sudari kao i raspodela brzina čestica može da se ispita pomoću analogije sa kinetičkom teorijom molekula gasa. Pomoću ove analogije, korelacije za predviđanje frekvencije sudara kod partikulativne fluidizacije predložili su (Aghajani, 2005; Nelsen, 1988; Gidaspow, 1994). Sve ove korelacije zahtevaju poznavanje srednje

vrednosti brzine kretanje čestice, koja je ranije određena, jedn. (6.11), (Đuriš i sar., 2013).

Eksperimentalna ispitivanja

Eksperimentalna ispitivanja izvedena su u četiri 2D kolone (tabela 6.1), korišćenjem staklenih sferičnih čestica prečnika 1.94, 2.98, 4.00 i 6.00 i četiri različite dvodimenzione kolone. Deaerizovana voda konstantne temperature od 20 °C korišćena je kao fluidizaciona tečnost. Pri svakom protoku tečnosti ispitivana visina sloja iznosila je 400 mm.

U koloni se nalazila jedna obeležena čestica crne boje. Uz jako pozadinsko osvetljenje kolone omogućeno je nesmetano praćenje kretanja obeležene čestice tokom vremena. Praćenje obeležene čestice vršeno je snimanjem pomoću kamere postavljene na rastojanju 0.7 m od sloja. Ispitivani deo sloja bio je između $z=50$ i 270 mm, dok je snimanje čestica vršeno brzinom od 30 slika u sekundi. Dobijeni video snimak je analiziran projektovanjem uzastopnih kadrova video-snimka na papir i obeležavanjem pozicije centra čestice na papiru na svakom kadru. Dobijena slika je skenirana i zatim analizirana u softverskom paketu za analizu slika (*SigmaScan Pro*, 1999). Dobijeni podaci korišćeni su za izračunavanje ukupne brzine čestica, kao i horizontalne i vertikalne komponente vektora brzine.

6.2.1 Stoks-ov broj

Stoks-ov broj je bezdimenzioni broj koji definiše da li će doći do sudara čestica u fluidizovanom sloju. U cilju određivanja primene kinetičke teorije na međučestini sudare iz ovog eksperimenta, binarni *Stoks*-ovi brojevi računati su za sve eksperimente, pomoću sledeće jednačine, (6.12):

$$St = \frac{\rho_p v_m d_p}{9\mu} \quad (6.12)$$

U jednačini (6.12), vrednost relativne brzine između čestica ($U_{i1}-U_{i2}$) originalni predložene od strane, (Aguilar-Corona, 2011), aproksimirana je sa srednjom brzinom kretanja čestica, v_m (Đuriš i sar., 2013).

Opseg *Stoks*-ovog broja za eksperimente iz ovog rada kretao se od $9 < St < 90$. Donja vrednost *Stoks*-ovog broja blizu je minimalnoj vrednosti potrebne da dođe do sudara,

$St > 10 \pm 5$ (7,8), ali su vrednosti daleko ispod pri kojoj fluid nema uticaja na uspostavljanje sudare $St > 2000$ i pri kojoj je koeficijent restitucije $e \approx 1$, (Yang, 2006). Izračunati *Stoks*-ovi brojevi na eksperimentalne uslove iz ovoga rada pokazuju da dolazi do sudara čestica u fluidizovanom sloju, ali da su sudari prigušeni tečnom fazom. Eksperimentalno izmereni efektivni koeficijent restitucije za normalne sudare između dve sfere $d_p = 12,7$ mm u opsegu *Stoks*-ovih brojeva je 0.6-0.8, (Yang, 2006).

6.2.2 Ukupna cirkulacija čestica u jedinici vremena

Kod partikulativne fluidizacije, visina sloja je konstantna za konstantnu vrednost površinske brzine tečnosti, samim tim i poroznost je uniformna po celoj zapremini sloja. Kao što je ranije pokazano, ponašanje sloja karakterisano je kao partikulativno, iako vizualnim posmatranjem raspodela poroznosti nije bila potpuno uniformna. Oblasti veće i manje koncentracije čestica, tj. „praznine tečnosti“, nastaju i nestaju u trenutku, iako je ekspanzija sloja pravilna, tj. zavisnost $U(\varepsilon)$ monotono raste. Eksperimentalne vrednosti ekspanzije sloja prate zavisnost (Richardson i Zaki, 1954), $U = U_E \cdot \varepsilon^n$:

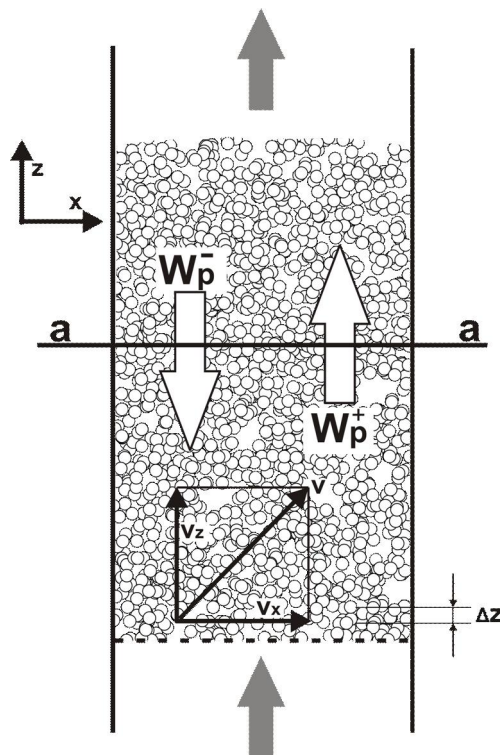
Saglasno sa partikulativnom prirodom fluidizovanog sloja eksperimentalnih podataka iz ovog rada, maseni protok čestica koje se kreću naviše treba da bude jednak masenom protoku čestica koje se kreću na niže, u bilo kom preseku sloja (a-a slika 6.24), s obzirom na konstantnu visinu sloja. Pretpostavljajući da na svakom poprečnom preseku sloja visine Δz , broj čestica koje se kreću naviše jednak je broju čestica koje se kreću naniže, ukupan fluks kretanja čestica kroz Δz , kada $\Delta z \rightarrow 0$ dat je jednačinom:

$$W_{p+} = \frac{1}{2} \rho_p (1 - \varepsilon) v_{z+} \quad (6.13)$$

Slično, fluks kretanja čestica naniže je:

$$W_{p-} = \frac{1}{2} \rho_p (1 - \varepsilon) v_{z-} \quad (6.14)$$

Gde je v_{z+} je srednja vrednost aksijalne komponente brzine kretanja čestica u +z pravcu, dok je v_{z-} predstavlja srednju vrednost aksijalne komponente brzine kretanja čestica u -z pravcu. Ako je poroznost sloja uniformna po celoj zapremini sloja, tj. da $\varepsilon = f(z)$, sledi da je $v_{z+} = f(z)$ i $v_{z-} = -f(z)$. Skup reprezentativnih eksperimentalnih podataka za čestice $d_p = 4.00$ mm ($U = 14.67$ cm/s, $\varepsilon = 0.7396$), prikazane su u tabeli 6.4.



Slika 6.24 Šematski prikaz fluidizovanog sloja čestica

Prosečna vrednost za v_{z+} i v_{z-} prikazane su za tri dela ispitivanog dela sloja: 60-80 mm, 120-140 mm i 220-240 mm visine sloja kao i za ukupnu visinu sloja (50-270 mm). Broj podataka korišćen za računanje srednjih vrednosti v_{z+} i v_{z-} prikazan je u zagradama.

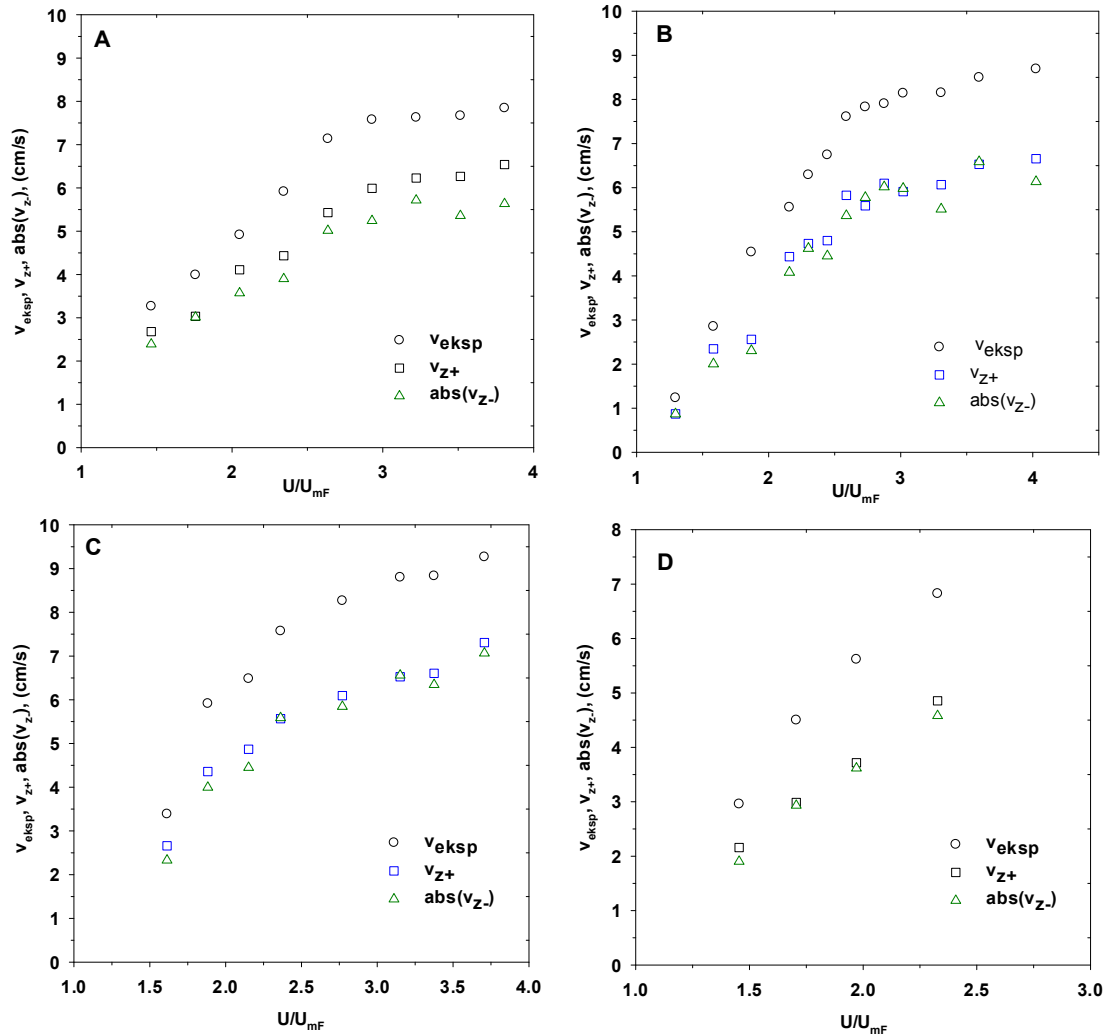
Table 6.4 Aksijalna komponenta brzine kretanja čestica za tri različita nivoa sloja

z (mm)	v_{z-} (cm/s)	v_{z+} (cm/s)	Ukupan ispitivani deo(50-270 mm)	
			v_{z-} (cm/s)	v_{z+} (cm/s)
60 to 80	-5.650 (318)	5.356 (316)		
120 to 140	-6.340 (239)	7.057 (214)	-5.843 (3447)	6.055 (3312)
220 to 240	-5.827 (274)	6.047 (254)		

Kao što može da se vidi iz podataka prikazanih u tabeli 6.4, vertikalna komponenta brzine kretanja čestica računata za različite preseke sloja su aproksimativno iste kao i srednja vrednost za ukupan ispitivani deo sloja (50-270 mm). Pored toga, broj čestica koja se kreću naviše aproksimativno je jednak broju čestica sa putanjom kretanja naniže.

Na slici 6.25 prikazane su varijacije brzina v_m , v_{z+} i v_{z-} računato za ukupan ispitivani deo sloja čestica (čestice prečnika $d_p=1.94, 2.98, 4.00$ i 6.00 mm) u funkciji

U/U_{mF} . Kao što se primećuje sa slike 6.25, postoji dobro slaganje izmrđu v_{z+} i v_{z-} u celom opsegu ispitivanih površinskih brzina tečnosti.



Slika 26. Varijacije v_m v_{z+} i v_{z-} u zavisnosti od U/U_{mF}
(A: $d_p=1.94$ mm, B: $d_p=2.98$ mm, C: $d_p=4.00$ mm, D: $d_p=6.00$ mm)

Na osnovu analize svih eksperimentalnih podataka pokazano je da postoji dobra korelacija između srednje brzine kretanja čestica i v_{z+} i v_{z-} :

$$v_{z+} = -v_{z-} = 0.754 \cdot v_m \quad (6.15)$$

Pošto je fluidizovani sloj u našim eksperimentima bio “kvazi” dvo-dimenzionalan, teorijska zavisnost između v_m i komponenta brzina u x i z pravcu je:

$$v_m = \sqrt{v_x^2 + v_z^2} \quad (6.16)$$

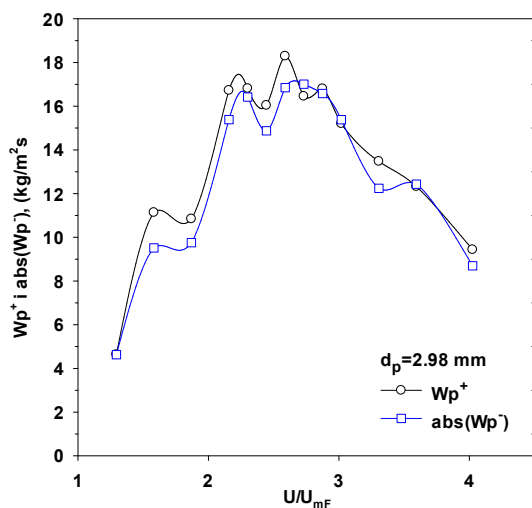
Kod kinetičke teorije molekula gasa komponente brzina su jednake u svim pravcima, t.j. u slučaju dvo-dimenzionog sistema $v_x=v_z$. Analogijom sa kinetičkom teorijom molekula gasa, veza između komponenata brzine je v_{z+}/v_{z-} i v_m bila bi:

$$v = \sqrt{2v_z^2} = 1.41v_z \quad (6.17)$$

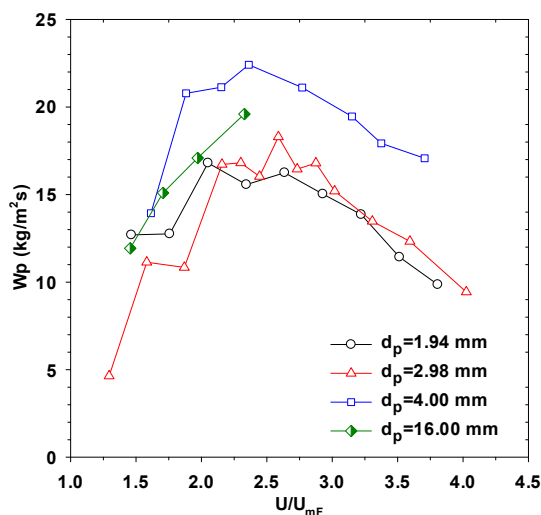
$$v_{z+} = -v_{z-} = 0.709 \cdot v_m \quad (6.18)$$

Međutim, analogija između kinetičke teorije idealnog gasa i fluidizovanog sloja ne može u potpunosti da se primeni, jer kao što je pokazano ranije aksijalne komponente brzina su dominantnije od horizontalnih komponenti brzina. Ova činjenica je takođe potvrđena u razlici koeficijenata u jedn. (6.15 i 6.18).

Vrednost v_z/v_m od 0.754 dobijena u jedn. (6.15) poređena je sa vrednostima v_z/v_m izračunate na osnovu podataka koje su objavili, (*Carlos i Richardson 1968; Latif i Richardson, 1972*).



Slika 6.26 Varijacije W_{p+} i W_{p-} sa U/U_{mF}



Slika 6.27 Varijacija W_p with U/U_{mF}

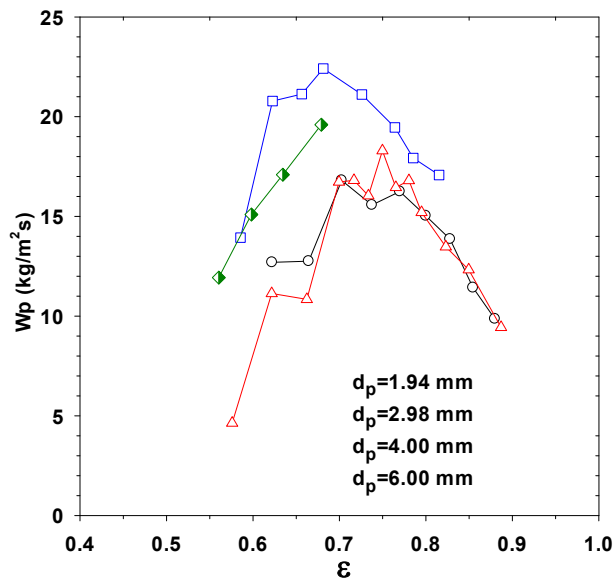
Na osnovu podataka *Carlos*-a i *Richardson*-a, srednja vrednost v_z/v_m je 0.778, dok na osnovu podataka *Latif*-a i *Richardson*-a srednja vrednost v_z/v_m 0.736, one ove vrednosti se dobro slažu sa vrednošću iz jednačine (6.15).

Srednja apsolutna greška između svih eksperimentalnih merenja i jednačine (6.15) je 5.7%. Iz jednačine (6.15) sledi da je $W_{p+}=W_{p-}$, kao što je prikazano na slici 6.26 za čestice prečnika $d_p=2.98$ mm. Tačke na slici 6.26 dobijene su iz

eksperimentalnih vrednosti v_{z+} i v_{z-} pri različitim U/U_{mF} , i računajući W_p prema jednačinama (6.13) and (6.14).

Slični rezultati dobijaju se za ostale čestice različitih prečnika koje su korišćene u eksperimentima. S obzirom na to da se pokazalo da je fluks u + i – pravcu isti, u sledećim analizama razmatraće se samo W_{p+} i biće obeležen kao W_p .

Varijacije W_p u zavisnosti od U/U_{mF} prikazani su na slici 6.27, dok je zavisnost W_p od ε prikazana na slici 6.28. Kao što može da se vidi na osnovu prethodnih slika, postoji maksimum fluksa-a čestica pri određenoj vrednosti U/U_{mF} i određenoj poroznosti sloja. Ovaj maksimum pokazuje da pri odgovarajućoj poroznosti sloja /površinskoj brzini tečnosti, ukupna cirkulacija čestica u jedinici vremena dostiže svoju maksimalnu vrednost.



Slika 6.28 Varijacije of W_p od poroznosti ε

Ranije je pokazano da se srednja brzina kretanja čestica može pokazati korelacijom:

$$v_m = U_t \left[8.486 \cdot \left(\text{Re}_t (\mu / \mu_{H_2O})^{1.19} \right)^{-0.636} (1 - \varepsilon)^{0.5} \left(\frac{U - U_{mF}}{U_{mF}} \right) \right]^{2/3} \quad (6.19)$$

Na osnovu jednačina (6.12, 6.13, 6.15 i 6.19) ukupan fluks čestica (u oba smera) je:

$$W_p = 1.568 \cdot \rho_p U_t (1 - \varepsilon)^{4/3} \left(\left(\text{Re}_t (\mu / \mu_{H_2O})^{1.19} \right)^{-0.636} \left(\frac{U_E}{U_{mF}} \varepsilon^n - 1 \right) \right)^{2/3} \quad (6.20)$$

Teorijski, maksimalna vrednost cirkulacije čestica u jedinici vremena biće postignuta za poroznost sloja koja zadovoljava uslov $\partial W_p / \partial \varepsilon = 0$. Iz jednačine (6.20) sledi da je:

$$2 \left(\frac{U_E}{U_{mF}} \varepsilon_{opt}^n - 1 \right) = n \varepsilon_{opt}^{n-1} (1 - \varepsilon_{opt}) \frac{U_E}{U_{mF}} \quad (6.21)$$

Izračunate vrednosti optimalne poroznosti ε_{opt} na osnovu jednačine (6.21) prikazane su u tabeli 6.5.

Table 6.5 Vrednosti optimalne poroznosti pri maksimalnoj cirkulaciji čestica

	$d_p=1.94 \text{ mm}$	$d_p=2.98 \text{ mm}$	$d_p=4.00 \text{ mm}$	$d_p=6.00 \text{ mm}$
ε_{opt}	0.718	0.706	0.684	0.681

Kao što se primećuje iz tabele 6.5, funkcija $W_p=f(\varepsilon)$ pokazuje maksimalnu vrednost pri vrednosti poroznosti sloja od oko 0.7. Ovaj podatak u saglasnosti je sa eksperimentalnim merenjima prikazanim na slici 6.28.

U literaturi se sreću nekoliko radova koji se bave proučavanjem cirkulacije čestica u jedinici vremena. Cirkulaciju čestica u gasnim fluidizovanim sistemima ispitivano je od strane autora, (Talmor i sar, 1972; Rowe, 1973; Stein, 2000; Sanchez-Delgado, 2013). Talmor je ispitivao “turnover” brzinu “obrtnja” čestica u fluidizovanom sloju sa gasom. Predložili su korelaciju za turnover brzinu “obrtnja” čestica koja je monotono rastuća funkcija sa U . Ovo nije u saglasnosti sa eksperimentalnim podacima u okviru ovog rada, a verovatan razlog je razlika u ponašanju fluidizovanog sloja sa tečnošću od fluidizovanog sloja sa gasom. Rezultati ostalih spomenutih autora su takođe primenljive samo za fluidizovane sisteme sa gasom.

6.3 Učestalost (frekvencija) sudara

Saglasno sa analogijom kinetičke teorije idealnog gasnog stanja, frekvencija sudara jedne čestice je:

$$f_1 = \frac{v_m}{\lambda} \quad (6.22)$$

gde je v_m srednja brzina kretanja čestice and λ je srednje rastojanje koje pređe čestica između dva sukcesivna sudara.

Karakteristično vreme kontakta za jednu česticu je:

$$\tau_{k1} = \frac{\lambda}{v_m} \quad (6.23)$$

Uzimajući u obzir poroznost fluidizovanog sloja, srednje rastojanje koje pređe čestica između dva sukcesivna sudara, (*Carlos i Richardson, 1968*):

$$\lambda = \frac{d_p}{6\sqrt{2}(1-\varepsilon)} \quad (6.24)$$

Srednja vrednost frekvencije binarnih sudara, (*Nelson, 1988*):

$$f_t = \frac{1}{2} N f_1 \quad (6.25)$$

Gde je N broj čestica u jedinici zapremine sloja:

$$N = \frac{1-\varepsilon}{\frac{\pi}{6} d_p^3} \quad (6.26)$$

Kombinacijom jednačina (6.22) i (6.26), srednja vrednost frekvencije binarnih sudara, dobijena na osnovu analogije sa kinetičkom teorijom molekula gasa je:

$$f_t = \frac{18\sqrt{2}}{\pi} \frac{(1-\varepsilon)^2}{d_p^4} v_m \quad (6.27)$$

Gidaspow je dao jednačinu za teorijski broj sudara čestica u fluidizovanom sloju sferičnih čestica, (*Gidaspow, 1994*):

$$f_t = \frac{144}{\pi\sqrt{3\pi}} \frac{g_0(1-\varepsilon)^2}{d_p^4} v_m \quad (6.28)$$

Gde je g_0 parametar definisan sledećom jednačinom:

$$g_0 = \left[1 - \left(\frac{1-\varepsilon}{1-\varepsilon_0} \right)^{1/3} \right]^{-1} \quad (6.29)$$

Korelacija koju je predložio (*Pronk, 2009*) data je:

$$f_t = 5.405 \frac{g_{0,adj}(1-\varepsilon)^2}{d_p^4} v_m \quad (6.30)$$

gde $g_{0,adj}$ je prilagođena vrednost g_0 .

Prema hipotezi koju je predložio (Epstein, 2003):

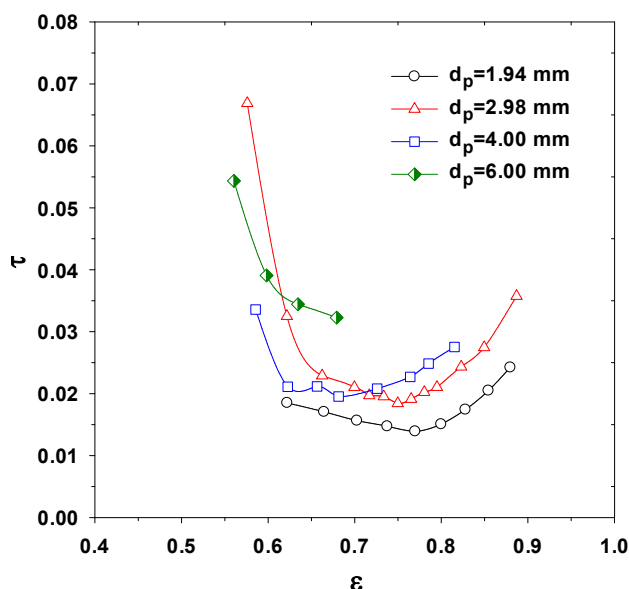
$$f_t \propto U \cdot (1 - \varepsilon) \quad (6.31)$$

Aghajani je predložio korelacionu jednačinu za frekvenciju sudara čestica sa zidom fluidizacione kolone, (Aghajani, 2005):

$$f_1 = 1.5 \cdot \left(\frac{U}{d_p} \right) (1 - \varepsilon)^{1.8} (\varepsilon - \varepsilon_0)^{0.2} \quad (6.32)$$

Gde je ε_0 poroznost pakovanog sloja.

Izračunate vrednosti karakterističnog vremena kontakata čestica izračunate na osnovu eksperimentalnih merenja u funkciji srednje brzine kretanja v_m čestica prikazane su na slici 6.29. Kao što se da primetiti, karakteristično vreme kontakata pokazuje minimum za čestice prečnika $d_p=1.98$, 2.98 i 4.00 mm. Eksperimentalni podaci čestica prečnika ($d_p=6.00$ mm) rađena su za poroznosti sloja do $\varepsilon=0.7$, i nije primećen minimum za ovaj slučaj. Minimalna vrednost vremena kontakata pokazuje na maksimalan broj sudara čestica-čestica pri datim uslovima.



Slika 6.29. Karakteristično vreme kontakata između čestica pri različitim vrednostima poroznosti sloja.

Srednje vrednosti binarnih sudara dobijena korišćenjem jednačine (6.27) i eksperimentalnih podataka za srednju brzinu kretanja čestica prikazana je na slici 6.30, dok je srednja vrednost frekvencije sudara izračunata na osnovu jednačine Gidaspow-a prikazana je na slici 6.31. Kao što se vidi sa slike, frekvencija sudara čestica raste sa opadanjem veličine čestica u slučaju obe korelacije. Korelaciona jednačina koju je

predložio *Gidaspow* daje vrednosti frekvencije sudara čestica za jedan red veličine veće od onih koje se dobijaju pomoću jednačine (6.27), (*Gidaspow*, 1994).

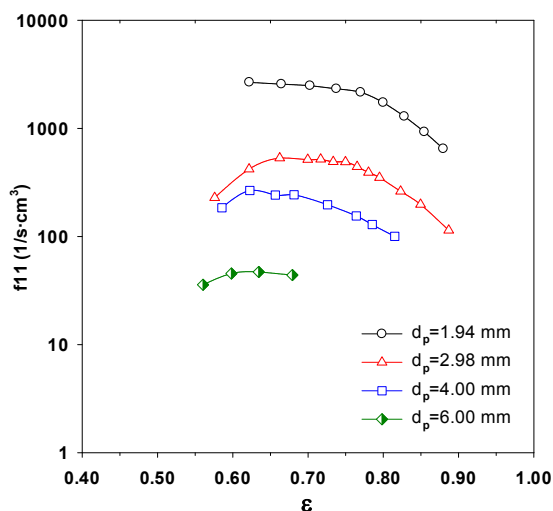
Ako se optimalna poroznost fluidizovanog sloja definiše kao poroznost pri kojoj je frekvencija sudara čestica-čestica dostiže maksimalnu vrednost, kombinacijom jednačina (6.19) i (6.27) i njihovim diferenciranjem, dobijena jednačina ($\partial f_v/\partial \varepsilon=0$) za optimalnu poroznost sloja:

$$3.5 \cdot \left(\frac{U_E}{U_{mF}} \varepsilon_{opt}^n - 1 \right) = n \varepsilon_{opt}^{n-1} \cdot (1 - \varepsilon_{opt}) \cdot \frac{U_E}{U_{mF}} \quad (6.33)$$

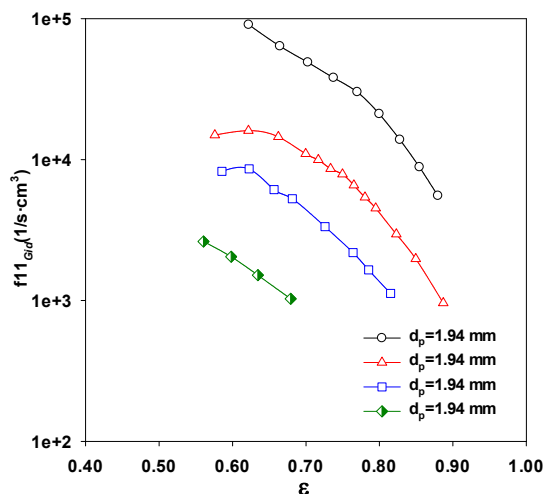
Dobijene vrednosti optimalne poroznosti sloja prikazane su u tabeli 6.6.

Table 6.6 Vrednosti optimalne poroznosti sloja ε_{opt} za maksimalnu vrednost frekvencije sudara čestica

	$d_p=1.94$ mm	$d_p=2.98$ mm	$d_p=4.00$ mm	$d_p=6.00$ mm
ε_{opt} jedn. (6.33)	0.6404	0.6439	0.5945	0.6200



Slika 6.30 Srednja vrednost frekvencije binarnih sudara, jednačina (6.27)



Slika 6.31 Srednja vrednost frekvencije binarnih sudara, jednačina (6.28)

Sa slika 6.30 i 6.31 može da se vidi da srednja vrednost frekvencije sudara dobijene na osnovu jednačine (6.27) pokazuje maksimum za čestice prečnika 2.98 i 4.00 mm.

Čestice prečnika 2.98 mm pokazuju maksimum za poroznost sloja oko 0.65, dok je maksimum za čestice prečnika 4.00 mm širi i javlja se pri opsegu poroznosti 0.65-0.75.

Poređenjem vrednosti iz tabele 6.4 i 6.5 sa ovim vrednostima primećuje se dosta dobro slaganje za čestice prečnika 2.98 mm, dok je teorijska vrednost optimalne poroznosti nešto manja od vrednosti dobijene korišćenjem jedn. (6.27). Za ostale ispitivane veličine čestica nema vidljivih maksimuma u opsegu ispitivanih vrednosti poroznosti sloja. Srednja vrednost frekvencije binarnih sudara dobijene iz jednačine (6.28), nema vidljivih maksimuma za eksperimentalne uslove obuhvaćene u ovom radu.

Brojni autori proučavali su učestalost (frekvenciju) sudara čestica u fluidizovanom sloju, i njihovi rezultati pokazuju na postojanje maksimuma frekvencije sudara pri određenoj vrednosti poroznosti sloja. (Zenit, 1997) pokazao je da pritisak usled sudara čestica o zid fluidizacione kolone raste iz oblasti malih koncentracija čestica (<10% udela čestica) i da dostiže maksimalnu vrednost pri udelu čestica 30-40% (što odgovara vrednostima poroznosti sloja od $\epsilon=0.6-0.7$) i posle ponovo opada.

Rezultati (Aguilar-Corona, 2011) pokazuju da bezdimenziona učestalost sudara čestica (čestica-čestica) raste sa porastom koncentracije čestica do 30% a posle toga opada, tj dostiže maksimalnu vrednost pri koncentraciji čestica od 30% što odgovara poroznosti sloja od $\epsilon=0.7$.

Rezultati (Buffiere i Moletta, 2000) iz merenja u trofaznom fluidizovanom sloju pokazuju da obe veličine, pritisak usled sudara čestica i frekvencija sudara dostižu maksimalnu vrednost za različite eksperimentalne uslove pri vrednosti poroznosti sloja $\epsilon=0.67-0.8$.

Shvab je proučavao uticaj sudara čestica sa zidom kolone na koeficijent prenosa mase u fluidizovanom sloju čestica. On je utvrdio da frekvencija sudara čestica ima karakterističan maksimum pri vrednosti poroznosti sloja oko 0.65. Prenos mase takođe dostiže maksimalnu vrednost za vrednost $\epsilon_{opt}=0.65$, (Shvab i sar., 2000).

Aghajani je ispitivao su koeficijent prenosa toplote u fluidizovanom sloju, (Aghajani i sar., 2005). Oni su predstavili da je ukupan koeficijent prenosa toplote jednak sumi koeficijenta prenosa toplote sa zida na okolnu tečnost i koeficijenta prenosa toplote sa zida na čestice. Oni su korelisali ukupan koeficijent prenosa toplote koristeći podatke o frekvenciji sudara čestica sa zidom kolone. Frekvencija sudara čestica po njihovom modelu pokazuje maksimum za poroznost sloja 0.65 i 0.85. Kao posledica toga, ukupan koeficijent prenosa toplote takođe pokazuje maksimalnu vrednost u intervalu poroznosti sloja između 0.6 i 0.8.

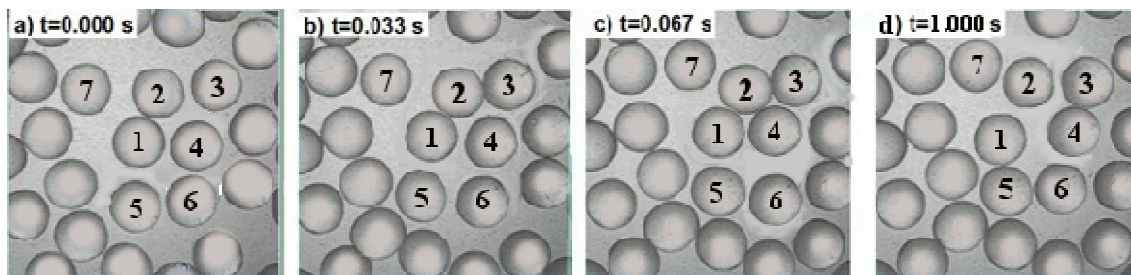
Koeficijent prenosa toplote sa zida na sloj čestica ispitivali su (Garić-Grulović i sar., 2008) Oni su za sloj staklenih sferičnih čestica fluidizovan sa vodom pokazali da eksperimentalna vrednost koeficijenta prenosa toplote ima maksimalnu vrednost pri poroznosti sloja od $\varepsilon=0.74$ (za čestice prečnika $d_p=1.98$ mm) i $\varepsilon=0.77$ (za čestice prečnika $d_p=1.10$ mm).

Gore navedeni autori ispitivali su različite karakteristike prenosa u fluidizovanom sloju- prenos količine kretanja, mase i toplote. Svi ovi fenomeni prenosa su korelisani sa frekvencijom sudara i pokazali maksimalnu vrednost sistema u intervalu poroznosti sloja 0.6-0.8, što je u saglasnosti sa eksperimentalnim merenjima i korelacijama u okviru ovog rada.

Vizuelnim posmatranjem mono fluidizovanog sloja sferičnih čestica prečnika $d_p=10$ mm primećuje se da sudari u fluidizovanom sloju čestica u većini slučajeva nisu trenutni sudari pojedinačnih čestica, već se posle sudara, čestice kreću zajedno neko vreme u aglomeratu pre nego što se ponovo razdvoje. U fluidizovanom sloju čestica u viskoznom fluidom, tokom sudara, razmenjuje se količina kretanja između čestica kao i između fluida i čestica. Zbog otpora tečnosti, čestice se ne kreću nezavisno, nego se kreću u grupama (aglomeratima) od dve ili više čestica. Kada se čestica sudari sa aglomeratom, jedna od sledećih pojava se javlja:

- a.) čestica se odbija od aglomerata, tj od čestice u aglomeratu sa kojom se sudarila,
- b.) čestica se udružuje sa aglomeratom i nastavlja da se kreće zajedno sa njim,
- c.) čestica formira novi aglomerat sa česticom sa kojom se sudarila, dok se ostale čestice razdvajaju.

Ovo je ilustrovano na slici 6.32, na kojoj su prikazani naizmenični kadrovi u vremenskom intervalu od 0.033s. Uočava se, čestice 1 i 2 kreću se zajedno u aglomeratu, slika 6.32a.) i b.) u sudaru sa česticom 3, slika 6.32 b.) čestica 3 nastavlja da se kreće sa njima. Na slici 6.32 c.) čestica 4 se sudara sa novonastalim aglomeratom i rastavlja čestice. Sada se čestice 3 i 4 kreću zajedno dok čestica 1 formira novi aglomerat sa česticom 5 i 6.



Slika 6.32 Naizmenični snimci mono fluidizovanog sloja staklenih čestica sfere prečnika 10 mm, u koloni preseka 185x13 mm, pri površinskoj brzini vode $U=21.3$ cm/s, $U/U_{mF} \approx 2$

Kako se aglomerat kreće kroz sloj, čestice bivaju razdvojene usled trenja fluida ili posledica sudara čestica. Ponekad se usamljena čestica kreće kroz fluidizovan sloj uz sudaranje sa ostalim česticama (čestica 7 slika 6.32). Ova vizuelna posmatranja u saglasnosti su sa izračunatim vrednostima Stoksovih brojevima za eksperimentalne uslove u okviru ovog rada koja pokazuju da su sudari između čestica prigušeni sa okolnom tečnošću i koeficijentom restitucije u intervalu 0.6-0.8.

Slična ponašanja zapazio je *Fries*, (*Fries i sar., 2013*). Prema pristupu „meke-sfere” oni su opisali da, dve čestice u sudaru dolaze u kontakt u vremenu t_0 . One zajedno putuju određeno vreme Δt_{coll} , i razdvajaju se ponovo u vremenu t_1 . Ceo ovaj proces smatraju kao jedan sudar bez obzira koliko dugo čestice ostaju u kontaktu. U slučaju kada se više od dve čestice simultano sudare, u njihovoj analizi se onda razdvajanje svakog para tretira kao jedan sudar. Otuda, sudari se broje kao u paru, čak i ako se u stvari dolazi do višebrojnih kontakata.

Pored toga, molekuli idealnog gasa su za nekoliko redova veličine manje od srednje slobodne putanje koju oni pređu pre sudara. U fluidizovanom sloju, čestice su reda veličine ili veće od srednje slobodne putanje čestica, takođe kod fluidizovanog sloja tečnošću, tečnost ima značajan uticaj na sudare čestica. Prema gore navedenom, većina sudara u fluidizovanom sloju pri poroznosti od $\varepsilon=0.8$ se dosta razlikuje od trenutnih sudara molekula gasa po kinetičkoj teoriji. Zbog toga, analogija sa kinetičkom teorijom ne može u potpunosti da se primeni na frekvenciju sudara čestica i frekvencija sudara ne može da se smatra kao adekvatna mera interakcija čestica u fluidizovanom sloju u ovom opsegu poroznosti sloja. Za poroznosti sloja veće od $\varepsilon>0.8$, srednji slobodni put čestica postaje značajno veći, i udeo sudara čestica u paru „pairwise” postaje veći.

Prema tome, ukupna stopa cirkulacije čestica je bolje merilo dinamike fluidizovanog sloja i intenziteta fenomena prenosa u njemu od frekvencije sudara. Maksimalne vrednosti koeficijenta prenosa dobijenih od strane nekoliko autora, (*Aghajani, 2005; Shvab, 2000; Carlos i Richardson, 1968*), pri poroznosti sloja od 0.6-0.8 može dovesti u vezu sa maksimalnom vrednošću stope cirkulacije čestica za koju je pokazano da postoji u ovom intervalu. Predložene korelacije za cirkulaciju čestica u jedinici vremena pokazuju maksimalnu vrednost za poroznost sloja $\varepsilon \approx 0.7$ za sve ispitivane čestice. Iz gore navedenog, zaključuje se da je intenzitet fenomena prenosa u fluidizovanom sloju korelisan cirkulacijom čestica. Ovu činjenicu su utvrdili i (*Stein i sar., 2000*) za gasno fluidizovani sloj čestica, za koji navode da je ukupan protok čestica u fluidizovanom sloju ima glavnu funkciju za ponašanje sloja, uključujući prenos mase i toplote, hemijske reakcije i habanje čestica.

U ovom poglavlju, eksperimentalne vrednosti srednje brzine kretanja čestica u „kvazi” 2D fluidizovanom sloju tečnost-čestice i korelacija predložena u radu (*Đuriš i sar., 2013*) korišćene su za dobijanje korelacija za ukupnu cirkulaciju (protok) čestica kao i za dobijanje korelacija za frekvenciju sudara čestica-čestica. Obe predložene korelacije su funkcija poroznosti sloja.

Izvodi predloženih korelacija su izračunati u cilju dobijanja maksimalnih vrednosti funkcije. Poroznost sloja pri kojoj se dobijaju maksimalne vrednosti funkcije definisana je kao optimalna poroznost pri kojoj je intenzitet fenomena prenosa (količine kretanja, mase, toplote) u fluidizovanom sloju.

Izračunate vrednosti optimalne poroznosti sloja su u opsegu 0.68-0.72 za ukupnu cirkulaciju čestica u jedinici vremena, i 0.59-0.64 za frekvenciju sudara čestica-čestica.

Dobijeni rezultati su saglasni sa experimentalnim ispitivanjima autora, (*Garić-Grulović i sar., 2008*), koji su pokazali da koeficijenti prenosa mase i toplote pokazuju maksimum pri vrednosti poroznosti sloja 0.6-0.7 u fluidizovanom sliju tečnost-čestice.

Vizuelnim posmazranjem mono-fluidizovanog sloja sačinjenog od sferičnih staklenih čestica prečnika 10 mm zaključeno je, da naizmenični sudari između čestica u fluidizovanom sloju tečnošću često nisu uporedivi međusobno, već da se čestice posle sudara neko vreme kreću zajedno u aglomeratima pre nego što se ponovo razdvoje.

U skladu sa tim, zaključuje se da se većina sudara u fluidizovanom sloju čestica veoma razlikuje od trenutnih sudara koji se javljaju pri sudaru molekula gasa po

kinetičkoj teoriji. Zbog toga, ukupna cirkulacija čestica u jedinici vremena je bolje merilo dinamike i intenziteta fenomena prenosa u poređenju sa frekvencijom sudara čestica.

ZAKLJUČAK

- U okviru ovog rada primenjene su različite metode za karakterizaciju veličine i oblika nesferičnih polidisperznih smeša kvarcnog peska. Na osnovu dobijenih rezultata predložene su korelacione jednačine za određivanje ekvivalentnih prečnika čestica, i faktora oblika, koje znatno olakšavaju određivanje veličine čestica i faktora oblika naročito za sferičnost koja je teška za određivanje, skoro je i nemoguće da se odredi direktnom analizom.
- Za određivanje sferičnosti korišćenje su različite metode, na osnovu eksperimentalnog određivanja pada pritiska pakovanom sloju čestica, određivanja brzine taloženja nesferičnih čestica i analitičke metode.
- Pokazano je primena softverskog paketa SigmaScan (Image Analysis) za karakterizaciju veličine čestica peska i određivanje faktora oblika nesferičnih čestica peska. U programskom paketu SigmaScan analizom skenirane slike čestica kao izlazni podatak dobija se informacije o veličini čestica (projektovani prečnik), faktor oblika čestica (odnosno dvodimenzione projekcije čestica), projektovana površina čestica, zapremina čestica, kao i broj analiziranih čestica.
- Formiranjem kriva frakcione i kumulativne raspodele veličina čestica pokazano je da se raspodela veličine čestica frakcija peska približno pokorava normalnom zakonu raspodele, koji može da se opiše Gaus-ovom jednačinom raspodele
- Ispitivana je i segregacija čestica tokom fluidizacije polidisperznih smeša razdvajanjem slojeva po visini tokom fluidizacije hidrauličkom klasifikacijom materijala, i analizom veličine čestica za svaki od izdvojenih slojeva u softverskom paketu *SigmaScan*.
- Analizom raspodele veličine čestica sa vrha i sa dna sloja određeno je da će do segregacije čestica po veličini doći kada je odnos većih i manjih čestica u populaciji $d_R = d_v/d_m > 1.5$.
- Za svaku od prosejanih frakcija, određene su fluidizacione karakteristike polidisperzne smeše: ekspanzija, poroznost sloja i minimalna brzina fluidizacije. Ispitivanja su vršena u cilindričnim kolonama od pleksistakla unutrašnjih prečnika 144, 64 i 40 mm i visine 2000 mm. Fluidizacione karakteristike sitnijih frakcija

ispitane su u koloni sa manjim unutrašnjim prečnikom, radi održavanja približno konstantnog odnosa prečnika kolone prema prečniku čestice.

- Na osnovu eksperimentalnih merenja fluidizacionih karakteristika frakcija peska pokazana je primenljivost serijskog modela *Epstein*-a za predviđanje ekspanzije sloja sačinjenog od više frakcija peska određenih granulacija.
- Pokazano je primenom varijacionog računa na fluidizovani sistem tečnost-čestice može izvesti model za određivanje zavisnosti $U=f(\varepsilon)$ za sferične i nesferične čestice. Za sferične čestice najbolja zavisnost $U=f(\varepsilon)$ pokazana je za vrednost koeficijenta $n=2$ za čestice prečnika $d_p > 1.0$ mm, a za čestice manje od $d_p < 1.0$ mm, $n=1$. Primenom varijacionog modela za određivanje ekspanzije smeša peska pokazano je da se dobri rezultati dobijaju za sve ispitivane frakcije peska za koeficijent $n=1$.
- Merenjem brzina kretanja čestica u fluidizovanom sloju staklenih čestica $d_p = 1.94; 2.98; 4.00$ i 6.00 mm u prečniku ispitivano je u dvo-dimenzionoj koloni prečnika, za svaku od veličina čestica konstruisana je posebna kolona tako da njena debljina približno odgovara veličini 3 prečnika čestica. Visina svake kolone je 400 mm. Utvrđeno je da za određivanje stabilne vrednosti srednje brzine čestice potrebno minimum 4000 pojedinačnih podataka.
- Merenje brzina kretanja čestica u fluidizovanom sloju rađeno je snimanjem obeležene čestice tokom fluidizacije brzinom od 30 kadrova u sekundi. Projekcijom dobijenog video snimka kretanja obeležene čestice formirana je trajektorija kretanja čestice čijom analizom u softverskom paketu *SigmaScan* dobijaju informacije o koordinatama čestice, rastojanju i nagiba između dva uzastopna položaja čestice, kao i ukupni pređeni put čestice tokom merenja.
- Pokazano je da raspodela brzina kretanja čestica ima oblik Maksvelove raspodele brzina molekula gasa, i da površinska brzina vode ima uticaj na raspodelu brzina kretanja čestica sličan uticaju temperature na brzinu kretanja molekula gasa u kinetici gasnog stanja. Raspodela brzina čestice u horizontalnom i vertikalnom pravcu se može opisati Gausovom raspodelom.
- Predložena je korelaciona jednačina za predviđanje srednje brzine kretanja čestice u fluidizovanom sloju. Srednje procentno odstupanje eksperimentalnih od izračunatih vrednosti iznosi 9.45%.

- Određeno je da je optimalna poroznost sloja javlja pri opsegu poroznosti sloja 0.68-0.72 za ukupnu cirkulaciju sloja, ili sa pogleda frekvencije sudara 0.59-0.64.
- Iz vizuelnih zapažanja monosloja fluidizovanog sloja sfernih čestica prečnika 10 mm, pokazano je da su sudari u fluidizovanom sloju u većini slučajeva ne „upareni“, i da čestice koje se sudaraju, posle sudara često idu zajedno neko vreme u aglomeratu pre odvajanja. Većina sudara u fluidizovan sloju se veoma razlikuju od trenutnih sudara kao što se primećuje kod sudara molekula gasa iz kinetičke teorije gasova.

Literatura:

- Addicks R., Examining the backwashing of rapid granular media filters, *Filtration & Separation*, 28 (1), (1991), 42-44
- Agarwal N., Chhabra R.P., Settling velocity of cubes in Newtonian and power law liquids, *Powder Technology*, 178(1) (2007) 17-21.
- Aghajani M., Müller-Steinhagen H., Jamialahmadi M., New design equations for liquid/solid fluidized bed heat exchangers. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 48, (2005) 317-329.
- Akgiray O., Soyer E., Yuksel E., Prediction of filter expansion during backwashing, *Water science & technology : Water supply* 4(5-6) (2004) 131-138 ISSN 1474-3876
- Al-Dibouni M.R., Garside J., Particle mixing and classification in liquid fluidised beds. *Trans IchemE*, 57, (1979) 94–103.
- Amirtharajah, A. "The interface between filtration and backwashing." *Water Research* 19.5 (1985): 581-588.
- Amirtharajah, Appiah. "Optimum backwashing of filters with air scour: a review." *Water Science & Technology* 27.10 (1993): 195-211.
- Arsenijević Z.Lj., Grbavčić Ž.B., Garić-Grulović R.V., Zdanski F.K., Determination of non-spherical particle terminal velocity using particulate expansion data, *Powder Technology* 103 (1999) 265-273
- Barnea E., Mizrahi J., A generalized approach to the fluid dynamics of particulate systems. Part I. General correlation for fluidization and sedimentation in solid multiparticle systems, *Chem. Eng. J.* 5 (1973) 171-189.
- Baruth E. E., *Water Treatment Plant Design* 4th edition, McGraw-Hill 2005
- Beetstra, R., M. A. Van der Hoef, and J. A. M. Kuipers. "Numerical study of segregation using a new drag force correlation for polydisperse systems derived from lattice-Boltzmann simulations." *Chemical Engineering Science* 62.1 (2007): 246-255.
- Beverly R. P., *Filter troubleshooting and design handbook*, AWWA, Denver, USA 2005
- Burke S.P., Plummer W.B., Gas flow through packed columns, *Industrial and Engineering Chemistry*, 20 (1928), pp. 1196-1200
- Camp, Thomas R., S. David Graber, and Gerard F. Conklin. "Backwashing of granular water filters." *Journal of the Sanitary Engineering Division* 97.6 (1971): 903-926.
- Carlos C.R., Richardson J. F., Solid movement in liquid fluidised beds-II. Measurement of axial mixing coefficients. *Chem. Eng. Sci* 23:825-831, 1968
- Carman P.C., *Flow of Gases Through Porous Media*, Butterworths Scientific Publications, London (1956)

- Chavan P.V., Joshi J.B., Analysis of particle segregation and intermixing in solid-liquid fluidized bed. *Ind. Eng. Chem. Res.*, 47, (2008) 8458-8470
- Cheremisnoff Nicholas, Liquid Filtration, Butterworth-Heinemann, USA, 1998
- Chhabra R.P., Agarwal N., Sinha N.K., Drag on non-spherical particle: an evaluation of available methods, *Powder Technology* 101 (1999) 288-295
- Chien S.F., Settling velocity of irregularly shaped particles. *SPE Drilling and Completion*, 9 (1994) 281–289.
- Cleasby, John L., and Craig F. Woods. *Intermixing of Dual-and Multi-media Granular Filters*. Iowa State University College of Engineering, 1974.
- Cleasby, John L., and James C. Lorence. "Effectiveness of backwashing for wastewater filters." *Journal of the Environmental Engineering Division* 104.4 (1978): 749-765.
- Cleasby, John L., Gary A. Rice, and Edward W. Stangl. "Developments in backwashing of granular filters." *Journal of the Environmental Engineering Division* 101.5 (1975): 713-727.
- Clift R., Gauvin W. H., *Proc. Chemeca* 70, 1 1970 14
- Clift R., Grace J.R., Weber M.E., *Bubbles, Drops and Particles*, Academic Press, New York, 1978.
- Dharmarajah, A. H., and John L. Cleasby. "Prediction the expansion behavior of filter media." *Journal of the American Water Works Association* 78.12 (1986): 66-76.
- Di Felice R., Hydrodynamics of liquid fluidization, *Chem. Eng. Sci.* 50 (1995) 1213-1245.
- Đuriš M., Garić-Grulović R., Arsenijević Z., Jaćimovski D. and Grbavčić Ž., Segregation in water fluidized beds of sand particles, *Powder Technology*, Volume 235, February 2013, Pages 173-179
- Đuriš M., Kaluđerović Radoičić T., Garić-Grulović R., Arsenijević Z. and Grbavčić Ž., Particle velocities in quazi two-dimensional water fluidized beds of spherical particles, *Powder Technology*, 246 (2013) 98-107.
- Epstein N., Pruden B.B., Liquid fluidisation of binary particle mixtures—III Stratification by size and related topics. *Chemical Engineering Science*, 54, (1999), 401-415
- Epstein N., Teetering. *Powder Technology*, 151, (2005) 2-14
- Epstein, N., Liquid solids fluidization, Chapter 26 in W.C. Yang, *Handbook of fluidization and fluid-particle systems*, Marcel Dekker, New Yourk, USA, 2003, pp. 705-764
- Ergun S., Fluid Flow Through Packed Columns, *Chemical Engineering Progress* 48, 89-94 (1952).
- Flemmer R. L.C. and Banks C. L., *Powder Technology*, 48 (1986) 83

- Foscolo P.U., Gibilaro L.G., Waldram S.P., Unified model for particulate expansion of fluidized beds and flow in fixed porous media, *Chem. Eng. Sci.* 38 (1983) 1251-1259.
- Foumeny E.A., Benyahia F., Castro J.A.A. et al.: Correlations of pressure drop in packed beds taking into account the effect of confining wall. *Int. J. Heat Mass Transf.* 36(2), 536–540 (1993)
- Ganser G.H., A rational approach to drag prediction of spherical and nonspherical particles, *Powder Technology*, 77(2) (1993) 143-152.
- Garber E., Brush S., Everith C.W., *Maxwell on Molecules and Gases*, MIT Press, Massachusetts, 1986
- Geldart D. Types of gas fluidization. *Powder technology* 7.5 (1973): 285-292.
- Geldart D., and M. J. Rhodes. "From minimum fluidization to pneumatic transport—a critical review of the hydrodynamics." *Circulating Fluidized Bed Technology* 1 (1986): 21-31.
- Geldart D., Estimation of basic particle properties for use in fluid—particle process calculations, *Powder Technology*, 60 (1990), 1-13
- Gibilaro L.G., Hossain I., and Waldram S.P., On the Kennedy and Bretton model for mixing and segregation in liquid fluidized beds. *Chemical Engineering Science*, 40, (1985), 2333-2338
- Gidaspow D., *Multiphase Flow and Fluidization: Continuum and Kinetic Theory Descriptions*, Academic Press, Boston, 1994, pp. 239–296.
- Gilbertson, M. A., and I. Eames. "Segregation patterns in gas-fluidized systems." *Journal of Fluid Mechanics* 433 (2001): 347-356.
- Gray N.F., *Drinking Water Quality "Problems and solutions"* 2nd edition, Cambridge University Press, New York, 2008
- Grbavčić Ž.B., Garić R.V., Hadžismajlović Dž.E., Jovanović S.Đ., Vuković D.V., Littman H., Morgan M.H.III, Variational model for prediction of the fluid-particle interphase drag coefficient and particulate expansion of fluidized and sedimenting beds, *Powder Technol.* 68 (1991) 199-211.
- Grbavčić Ž.B., Vuković D.V., Zdanski F.K., Tracer particle movement in a two-dimensional water-fluidized bed, *Powder Technology* 62 (1990) 199-201.
- Haider A., Levenspiel O., Drag coefficient and terminal velocity of spherical and nonspherical particles, *Powder Technology* 58(1) (1989) 63-70.
- Handley D., Doraisamy A., Butcher K.L., Franklin N.L., A study of the fluid and particle mechanics in liquid-fluidised beds, *Chemical Engineering Research and Design* 44 (1966) T260-T273.
- Heywood H., Calculation of particle terminal velocities, *The Journal of the Imperial College Chemical Engineering Society*, 140-257, 1948

Hoffman R.F., Lapidus L., Elgin J.C., The mechanism of vertical moving fluidized systems: IV. Application to batch-fluidized systems with mixed particle sizes. *AIChE J*, 6, (1960) 321-324.

Ingram R. L., Sieve analysis, *Procedures in sedimentary petrology* (1971): 49-67.

J.P. Couderc, *Incipient fluidization and particulate systems*, Fluidization, 2nd Edition (Edited by J.F. Davidson, R. Clift and D. Harrison), pp. 1-46, (1985), Academic Press, London.

Jean, Rong-Her, and Liang-Shih Fan. "On the criteria of solids layer inversion in a liquid-solid fluidized bed containing a binary mixture of particles." *Chemical engineering science* 41.11 (1986): 2811-2821.

Jena H.M., Roy G.K., Biswal K.C., Studies on pressure drop and minimum fluidization velocity of gas–solid fluidization of homogeneous well-mixed ternary mixtures in un-promoted and promoted square bed, *Chemical Engineering Journal* 145(1) (2008) 16-24.

Jimenez J.A., O.S.Madsen, A simple formula to estimate settling velocity of natural sediments, *Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering* 129 (2003) 70-78.

Joseph, G. G., et al. "Experimental segregation profiles in bubbling gas-fluidized beds." *AIChE Journal* 53.11 (2007): 2804-2813.

Joshi J.B., Solid-liquid fluidised beds: some design aspects, *Chem. Eng. Res. Dev.* 61 (1983) 143-161.

Jusoh, Ahmad, et al. "Comperative Performances of Single and Dual Media Filters of Sand and Burnt Oil Palm Shell." *Jurnal Teknologi* 45.1 (2012): 43-52.

Kechroud N., Brahimi M., Djati A., Characterization of dynamic behaviour of the continuous phase in liquid fluidized bed. *Powder Technology*, 200, (2010) 149-157.

Kennedy S.C., Bretton R.H., Axial dispersion of spheres fluidized with liquids. *AIChE J* 12, 24-30, 1966

Khan A. R., Richardson J. F, Fluid-particle interactions and flow characteristics of fluidized beds and settling suspensions of spherical particles, *Chemical Engineering Communications*, 78 (1989) 1114

Khan A.R., Richardson J.F., Pressure gradient and friction factor for sedimentation and fluidisation of uniform spheres in liquid, *Chem. Eng. Sci.* 45 (1990) 255-265.

Kmieć A., Particle distributions and dynamics of particle movement in solidliquid fluidized beds, *The Chemical Engineering Journal* 15 (1978)112.

Lafleur J., Mlynarek J., and Rollin A., Filtration of Broadly Graded Cohesionless Soils, *J. Geotech.Engrg.*, 115(12), (1989). 1747–1768.

Latif B. A. J., Richardson J. F, Circulation patterns and velocity distributions for particles in a liquid fluidised bed, *Chemical Engineering Science* 27 (1972) 1933-1949.

- Leschonski K., "Sieve analysis, the Cinderella of particle size analysis method." *Powder Technology* 24.2 (1979): 115-124.
- Li Liangxing, Ma Weimin, Experimental Study on the Effective Particle Diameter of a Packed Bed with Non-Spherical Particles, *Transp. Porous. Med.* (2011) 89:35–48
- Limas-Ballesteros R, Riba JP, Couderc JP. Expansion de couches de particules non spheriques fluidisees par un liquide. *Entropie* 106:37–45, 1982
- Limtrakul S., Chen J., Ramachandran P., Duduković M.P., Solids motion and holdup profiles in liquid fluidized beds, *Chemical Engineering Science* 60 (2005) 1889-1900.
- Lin C.L., Miller J.D., 3D characterization and analysis of particle shape using X-ray microtomography (XMT), *Powder Technology* 154 (2005) 61-69
- Logsdon G.S., *Water Filtration practices: Including Slow Sand Filters and Precoat Filtration*, American Water Works Association, 2008
- Macdonald I.F., El-Sayed M.S., Mow K., Dullien F.A.L., Flow through porous media—the Ergun equation revisited. *Ind. Eng. Chem. Fundam.* 18(3), 199–208 (1979)
- Massey B. S., *Mechanic of Fluids*, Taylor & Francis, 7th Edition, UK, 1998
- Matteson M., Clyde Orr, *Filtration: Principle and Practice*, Marcel Dekker Incorporated, 1987
- Merkus H. G., *Particle Size Measurements: Fundamentals, Practice, Quality*, Springer, New York, 2009
- Miyajima T., Yamamoto K.I., Sugimoto M., The effect of particle orientation and/or position on two-dimensional shape measurements, *Advanced Powder Technology*, 12 (2001) 413–426.
- Morsi S.A., Alexander J.A., An investigation of particle trajectories in two phase flow system, *Journal of Fluid Mechanics*, 55 (1972) 188-207
- Naeem Qureshi., "Comparative performance of dual-and mixed-media filters." *Journal (American Water Works Association)* (1981): 490-496.
- Narsimhan G., On generalized expression for prediction of minimum fluidization velocity, *AIChE Journal* 11 (1965) 550–554.
- Nelson T.B., Skaates J. M., Attrition in a liquid fluidized bed bioreactor, *Industrial and Engineering Chemistry Research* 27 (1988)1502–1505.
- Nermoen, Anders, et al. "Morphological transitions in partially gas-fluidized granular mixtures." *Physical Review E* 81.6 (2010): 061305.
- Pizzi Nicholas G., *Water Treatment "Principles and Practices of Water Supply Operations 4th edition*, American Water Works Association, 2010.
- Pravilnik o higijenskoj ispravnosti vode za piće Službeni list SRJ, br 42/98 i 44/99
- Pronk P., Infante Ferreira C.A., Witkamp G.J., Prevention of fouling and scaling in stationary and circulating liquid–solid fluidized bed heat exchangers: Particle impact

measurements and analysis, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 52 (2009) 38573868.

Purchas D, Sutherland K, *Handbook of filter media*, Elsevier Science Ltd, Oxford, UK (1996)

Qian, D., Z. Wang, and G. Chen. "On the Inversion Phenomena in a Liquid-Solid Fluidized Bed." *Chemical Reaction Engineering and Technology* 9 (1993): 485-485.

Rhodes M., *Introduction to Particle Technology*, John Wiley and Sons, 2008.

Riba J.P., Couderc J.P., Expansion de couches fluidisées par des liquides, *Canadian Journal of Chemical Engineering* 55 (1977) 118-121

Richardson J.F., Zaki W.N., Sedimentation and fluidization: part I, *Trans. Inst. Chem. Eng.* 32 (1954) 35-53

Romero J.B., Johanson L.N., *Chem. Eng. Progr. Symp. Ser.*, 58 (38), 1968, 28

Shvab N.A., Stefanjak N.V., Kazdobin K.A., Wragg A.A., Mass transfer in beds of inert particles. Part I: The role of collision currents in mass transfer to the electrode, *Journal of Applied Electrochemistry* 30 (2000) 1285-1292.

SigmaScan Software, Jandel Scientific, USA, 1999.

Sinnott R. K., *Chemical Engineering Design*, Elsevier Butterworth-Heinemann, 4th edition, Oxford 2005.

Siwiec T., The experimental verification of Richardson-Zaki law on example of selected beds used in water treatment, *Electronic journal of Polish agricultural universities*, 10 (2) (2007) article 05, ISSN 1505-0297.

Siwiec T., The sphericity of grains of filtration beds applied for water treatment on examples of selected minerals, *Electronic journal of Polish agricultural universities*, 10 (1) (2007) article 30, ISSN 1505-0297.

Souza D.O.C., Menegalli F.C., Image analysis: Statistical study of particle size distribution and shape characterization, *Powder Technology*, 214 (2011) 57-63

Spellman, F.R. (2003). *Handbook of Water and Wastewater treatment Plant Operations*. Lewis, New York, USA, p. 42

Swain, *Mechanical Operations*, Tata McGraw-Hill Education, 2011

Syvitski J., *Principle, Methods and Application of Particle Size Analysis*, Cambridge University, 2007

Tannous K., Hemati M., Laguerie C., Caractéristiques au minimum de fluidisation et expansion des couches fluidisées de particules de la catégorie D de Geldart, *Powder Technology*, 80(1) (1994) 55-72.

Tomkins M.R., Baldock T.E., Nielsen P., Hindered settling of sand grains, *Sedimentology* 52 (2005) 1425-1432.

Turan M., *Optimum porosity in a backwashed filter*. Diss. Ph. D. Thesis, Istanbul Technical University, Istanbul, Turkey, 1986 (in Turkish).

- Turan, Mustafa. "Velocity gradient in filter backwashing." *Journal of Environmental Engineering* 118.5 (1992): 776-790.
- Turton R., Levenspiel O., A short note on the drag correlation for spheres, *Powder Technol.* 47 (1986) 83-86.
- Uskoković D., Fluidizacija polidisperznih nesferičnih čestica tečnošću, Diplomski rad, Tehnološko-Metalurški fakultet, Univerzitet u Beogradu, 1990
- Vesilind A. P., Wastewater treatment plant, IWA Publusing, Great Britain, 2003
- Volpicelli, Massimila, Zenz, Non-homogeneities in solidliquid fluidization, *Chemical Engineering Progress Symposium Series* 62 (1966) 4250.
- Wadell H., *Volume, shape, and roundness of rock particles*, *Journal of Geology*, 40 (1932), pp. 443–451
- Wakeman, R.J., and Stopp B.W.. "Fluidisation and segregation of binary particle mixtures." *Powder Technology* 13.2 (1976): 261-268.
- Wen C.Y., Yu Y.H., *Mechanics of fluidization*, *Chem. Eng. Prog. Symp. Ser.* 62 (1966) 100-111.
- Wen-Ching Yang, Chapter 1: Particle characterization and dynamics, in *Handbook of Fluidization and Fluid-particle Systems*, Wen-Ching Yang , Ed., Marcel Dekker, New York, 2003, 1-28.
- Whitaker S., *Flow in porous Media I: A Theoretical Derivation of Darcy's Law*, *Transport in Porous Media* 1 (1986) 3-25.
- Whitby K. T., *The Mechanics of Fine Sieving on Symposium on Particle Size Measurement: Presented at the Sixty-first Annual meeting*, Boston, 1958
- Wu, S. Y., and J1 Baeyens. "Segregation by size difference in gas fluidized beds." *Powder Technology* 98.2 (1998): 139-150.
- Xie H.Y., Zhang D.W., Stokes shape factor and its application in the measurement of sphericity of non-spherical particles, *Powder Technology*, 114(1-3) (2001) 102-105
- Yao Kuan-Mu , Habibian M. T., O'Melia C. R., *Water and waste water filtration. Concepts and applications*, *Environ. Sci. Technol.*, 1971, 5 (11), pp 1105–1112
- Zenit R., Hunt M.L., Brennen C.E., Collisional particle pressure measurements in solid–liquid flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 353, (1997) 261 – 283.

BIOGRAFIJA

Mihal M. Đuriš rođen je 12.08.1984 godine u Pančevu, gde je završio srednju Hemijsko-prehrambenu i građevinsku školu „23. maj”, smer hemijsko-tehnološki tehničar. Tehnološko-metalurški fakultet u Beogradu upisao je školske 2003/04 godine, a diplomirao je 2009. godine na odseku za Hemijsko inženjerstvo sa prosečnom ocenom 8.64 i ocenom 10 na diplomskom ispitu sa temom „Eksperimentalno određivanje, predviđanje i korelisanje viskoznosti binarnih sistema alkohol+alkan“.

Školske 2009/2010. upisao je doktorske studije na Tehnološko-metalurškom fakultetu, studijski program Hemijsko inženjerstvo, pod rukovodstvom mentora prof. dr Željka Grbavčića.

U Institutu za hemiju, tehnologiju i metalurgiju – Centar za katalizu i hemijsko inženjerstvo zaposlen je od 01.10.2009. godine do danas. Na raznim istraživačkim poslovima i projektima radio je počevši kao istraživač pripravnik, a 24.02.2011. godine izabran je u zvanje istraživač saradnik.

Učestvovao je u realizaciji projekta osnovnih istraživanja: „Istraživanje fenomena prenosa značajnih za razvoj višefaznih procesa i opreme" (projekat 142014G), a sada učestvuje u realizaciji projekta osnovnih istraživanja “Razvoj efikasnijih hemijsko-inženjerskih procesa zasnovan na istraživanjima fenomena prenosa i principima intenzifikacije procesa" (projekat 172022), finansiranih od strane Ministarstva prosvete i nauke Republike Srbije. Član je Srpskog hemijskog društva i Saveza hemijskih inženjera Srbije.

Kandidat Mihal Đuriš u toku svog dosadašnjeg naučno-istraživačkog rada objavio je kao autor ili kao koautor više naučnih radova izloženih na domaćim i na stranim stručnim konferencijama, kao i u domaćim i stranim časopisima.

Učestvovao je u realizaciji četiri studije za potrebe privrede: 1) Analiza sistema za prečišćavanje emisionih gasova iz postrojenja za sterilizaciju etilen-oksidom sa predlogom mera za poboljšanje efikasnosti (za Zavod za biocide i medicinsku ekologiju iz Beograda); 2) Kritička analiza emisije isparljivih organskih komponenti iz otvorenih bazena i numeričke simulacije-kaopodloga za projektovanje sistema za prečišćavanje gasova (za HIP-Petrohemija, Pančevo); 3) Analiza efikasnosti sistema za adsorpciju isparljivih organskih komponenti iz emisionih gasova (za Galenika-Fitofarmacija, Beograd) i 4) Analiza mogućnost primene fluidizovanog sloja za naprskavanje aktivne materije na čestice zeolita (za Galenika-Fitofarmacija, Beograd).

Od stranih jezika kandidat zna engleski i slovački jezik.

Прилог 1.

Изјава о ауторству

Потписани-а МИХАЛ ЂУРИЏИ
број индекса 4018/2009

Изјављујем

да је докторска дисертација под насловом

ИСПИТИВАЊЕ ФЛУИДИЗАЦИОНИХ КАРАКТЕРИСТИКА
ПОЛИДИСПЕРЗНИХ СМЕША НЕСФЕРИЧНИХ ЧЕСТИЦА

- резултат сопственог истраживачког рада,
- да предложена дисертација у целини ни у деловима није била предложена за добијање било које дипломе према студијским програмима других високошколских установа,
- да су резултати коректно наведени и
- да нисам кршио/ла ауторска права и користио интелектуалну својину других лица.

Потпис докторанда

У Београду, 11.12.2013

Михал Ђуриџи

Прилог 2.

Изјава о истоветности штампане и електронске верзије докторског рада

Име и презиме аутора Михал Ђуриш
Број индекса 4018/2009
Студијски програм ХЕМИЈСКО-ИНЖЕЊЕРСТВО
Наслов рада ИСПИТИВАЊЕ ФЛУИДИЗАЦИОНИХ КАРАКТЕРИСТИКА
ПОЛИДИСПЕРЗНИХ СМЕША НЕСФЕРИЧНИХ ЧЕСТИЦА
Ментор ЖЕЉКО ГРБАВЧИЋ

Потписани/а Михал Ђуриш

Изјављујем да је штампана верзија мог докторског рада истоветна електронској верзији коју сам предао/ла за објављивање на порталу **Дигиталног репозиторијума Универзитета у Београду**.

Дозвољавам да се објаве моји лични подаци везани за добијање академског звања доктора наука, као што су име и презиме, година и место рођења и датум одбране рада.

Ови лични подаци могу се објавити на мрежним страницама дигиталне библиотеке, у електронском каталогу и у публикацијама Универзитета у Београду.

Потпис докторанда

У Београду, 11.12.2013

Михал Ђуриш

Прилог 3.

Изјава о коришћењу

Овлашћујем Универзитетску библиотеку „Светозар Марковић“ да у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду унесе моју докторску дисертацију под насловом:

ИСПИТИВАЊЕ ФЛУИДИЗАЦИОНИХ КАРАКТЕРИСТИКА
ПОЛИДИСПЕРЗНИХ СМЕША НЕСФЕРИЧНИХ ЧЕСТИЦА

која је моје ауторско дело.

Дисертацију са свим прилозима предао/ла сам у електронском формату погодном за трајно архивирање.

Моју докторску дисертацију похрањену у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду могу да користе сви који поштују одредбе садржане у одабраном типу лиценце Креативне заједнице (Creative Commons) за коју сам се одлучио/ла.

1. Ауторство

2. Ауторство - некомерцијално

3. Ауторство – некомерцијално – без прераде

4. Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима

5. Ауторство – без прераде

6. Ауторство – делити под истим условима

(Молимо да заокружите само једну од шест понуђених лиценци, кратак опис лиценци дат је на полеђини листа).

Потпис докторанда

У Београду, 11.12.2013

Михаил Јуришић

1. Ауторство - Дозвољавање умножавања, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце, чак и у комерцијалне сврхе. Ово је најслободнија од свих лиценци.

2. Ауторство – некомерцијално. Дозвољавање умножавања, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела.

3. Ауторство - некомерцијално – без прераде. Дозвољавање умножавања, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела. У односу на све остале лиценце, овом лиценцом се ограничава највећи обим права коришћења дела.

4. Ауторство - некомерцијално – делити под истим условима. Дозвољавање умножавања, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада.

5. Ауторство – без прераде. Дозвољавање умножавања, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела.

6. Ауторство - делити под истим условима. Дозвољавање умножавања, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада. Слична је софтверским лиценцама, односно лиценцама отвореног кода.