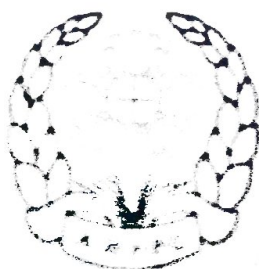


АКАДЕМИЈА НАУКА И УМЈЕТНОСТИ РЕПУБЛИКЕ СРПСКЕ

НАУЧНИ СКУПОВИ
Књига XXXI

ОДЕЉЕЊЕ ПРИРОДНО-МАТЕМАТИЧКИХ И ТЕХНИЧКИХ НАУКА
Књига 24

САВРЕМЕНИ МАТЕРИЈАЛИ



Београд, 1998. 211 с.

ACADEMY OF SCIENCES AND ARTS OF
THE REPUBLIC OF SRPSKA

SCIENTIFIC CONFERENCES
Book XXXI

DEPARTMENT OF NATURAL-MATHEMATICAL AND
TECHNICAL SCIENCES
Book 24

CONTEMPORARY MATERIALS

EDITORIAL BOARD

Academician Rajko Kuzmanović, academician Ljubomir Zuković,
academician Vaskrsija Janjić, academician Dragoljub Mirjanić,
academician Branko Škundrić

EDITOR IN CHIEF

Academician Rajko Kuzmanović

EDITOR

Academician Dragoljub Mirjanić



Banja Luka 2015

АКАДЕМИЈА НАУКА И УМЈЕТНОСТИ
РЕПУБЛИКЕ СРПСКЕ

НАУЧНИ СКУПОВИ
Књига XXXI

ОДЈЕЉЕЊЕ ПРИРОДНО-МАТЕМАТИЧКИХ И
ТЕХНИЧКИХ НАУКА
Књига 24

САВРЕМЕНИ МАТЕРИЈАЛИ

РЕДАКЦИОНИ ОДБОР

Академик Рајко Кузмановић, академик Љубомир Зуковић,
академик Васкрсија Јањић, академик Драгољуб Мирјанић,
академик Бранко Шкундрић

ГЛАВНИ УРЕДНИК
Академик Рајко Кузмановић

ОДГОВОРНИ УРЕДНИК
Академик Драгољуб Мирјанић



Бања Лука 2015

ОРГАНИЗАЦИОНИ ОДБОР
НАУЧНОГ СКУПА

Академик Рајко Кузмановић, председник
Академик Драгољуб Мирјанић, потпредседник
Академик Васкрсија Јањић
Академик Бранко Шкундрић
Проф. др Симо Јокановић
Проф. др Зоран Рајилић
Проф. др Мирко Станетић
Проф. др Небојша Јованић
Мр Винко Богдан
Доц. др Синиша Вученовић

НАУЧНИ ОДБОР
НАУЧНОГ СКУПА

Академик Драгољуб Мирјанић
Академик Бранко Шкундрић
Академик Јован Шетрајчић
Академик Стане Пејовник (Словенија)
Академик Пантелија Дакић
Проф. др Неђо Ђурић, дописни члан АНУРС-а
Академик Томислав Павловић (Србија)
Академик Ростислав Андриевски (Русија)
Академик Филип Говоров (Украјина)
Академик Џералд Полак (САД)
Проф. др Румиана Тсенкова (Јапан)
Проф. др Мај Ван Хо (Велика Британија)
Проф. др Ифа Говен (Ирска)
Проф. др Јукио Косуги (Јапан)
Др Мајрон Д. Еванс (Канада)
Проф. др Мартин Чаплин (Велика Британија)
Проф. др Ђуро Коруга (Србија)
Проф. др Драгица Лазић
Проф. др Перо Дугић
Проф. др Слободан Чупић

- P. Kovač, B. Savković, M. Gostimirović, D. Ješić*
 USVAJANJE SPECIFIČNE TEHNOLOGIJE BORIRANJA
 ČELIČNOG OBRATKA I ISPITIVANJE DOBIJENOG
 BORIDNOG SLOJA NA PAVANJE 73
 Adoption of Specific Boronising Technology of Steel Workpiece and
 Examination of Borid Layer Wear
- V. Mičić, B. Pejović, M. Tomić, I. Ristić, S. Begić*
 RECIKLAŽA PLASTIČNOG MATERIJALA I PROIZVODI OD
 RECIKLIRANIH PLASTIČNIH MATERIJALA 83
 Recycling of Plastic Material and Products from Recycled Plastics Materials
- N. Angelov*
 INFLUENCE OF SPEED AND FREQUENCY OF PROCESS
 LASER MARKING OF PRODUCTS OF STRUCTURAL STEEL 103
 Утицај брзине и фреквенције на процес ласерског означавања
 производа од конструкцијског челика
- B. Алексић, B. Мићућ, З. Петровић, Д. Лукић, Д. Мањечкић*
 СИНТЕЗА НЕЛИНЕАРНИХ КОПОЛИМЕРА ЛАКТИДА И ГЛИЦЕРОЛА ... 109
 Synthesis of Nonlinear Copolyesters Based on Lactide and Glycerol
- Г. Тадић, Б. Пејовић, М. Радић, Д. Петковић, С. Павловић*
 ОПТИМИЗАЦИЈА КАРАКТЕРИСТИЧНЕ ТЕМПЕРАТУРЕ
 КОД КОНДЕНЗАТОРА С ОБЗИРОМ НА
 ТЕХНОЕКОНОМСКИ АСПЕКТ 117
 Optimization of Characteristic Temperature the Condenser
 Considering Techno-Economic Aspect
- Д. В. Тошковић, Д. З. Рајић, С. М. Павловић, Н. Д. Тошковић*
 ОДРЕЂИВАЊЕ БРЗИНЕ КОРОЗИЈЕ АУСТЕНИТНИХ ЧЕЛИКА
 С 4571 И С4580 У РАСТВОРИМА КАЛЦИЈУМ-ХИПОХЛОРИТА 133
 Determination of Corrosion Rate Austenitic Steels S 4571 and S 4580 in a
 Solution of Calcium Hypochlorite
- Б. Пејовић, В. Мићућ, Г. Тадић, М. Перушић, С. Павловић*
 НОВИ МОДЕЛ ЗА ОДРЕЂИВАЊЕ ПРОМЕНЕ
 ЕНТРОПИЈЕ ПОЛУИДЕАЛНОГ ГАСА ПРИМЕНОМ
 РАЗЛОМЉЕНЕ ТЕМПЕРАТУРНЕ ФУНКЦИЈЕ 147
 New Model for Determining of Change Entropy of Semi Ideal Gas
 by Using Fractional Temperature Function
- S. Kirin, S. Trmčić, A. Sedmak, G. Dimić, B. Pejić*
 ЕКОНОМСКИ I ЕНЕРГЕТСКИ ПОКАЗАТЕЛЈИ
 КОРИШЋЕЊА МИСКАНТУСА У РЕАЛНОМ СИСТЕМУ 167
 Economic and Energetic Aspects of Miscantus Use in Real Systems

✓	<i>С. Павловић, Б. Пејовић, В. Мићић, М. Перушић, Г. Тадић</i> ГРАФИЧКО ОДРЕЂИВАЊЕ ЕКСПОНЕНТА ПОЛИТРОПЕ У КАРАКТЕРИСТИЧНИМ ДИЈАГРАМИМА.....	177
	Graphical Determination of Polytropic Index in Characteristic Diagrams	
	<i>М. Јотановић, В. Мићић, Г. Тадић</i> ХЕМИЈСКО ИНЖЕНЈЕРСТВО И НЈЕГОВА УЛОГА У РАЗВОЈУ НАУКЕ, ТЕХНИКЕ И СТАНДАРДА ЛЈУДИ.....	191
	Chemical Engineering and its Function in the Development of Science, Technology and Standards of the People	
	<i>С. Пануга, П. Гверо, И. Мусић</i> УТИЦАЈ ВРЕМЕНА РЕАКЦИЈЕ НА ПИРОЛИЗУ ОТПАДНЕ ПЛАСТИКЕ У РЕАКТОРУ СА ФИКСНИМ СЛОЈЕМ	209
	Influence of the Reaction Time on the Pyrolysis of Plastic Waste in the Fixed Bed Reactor	
	<i>М. Плавшић, С. Симић, Д. Мухић, Д. Талијан</i> ПРИМЈЕНА МЕХАНИКЕ ЛОМА НА НАПОНСКУ КОРОЗИЈУ	221
	Use of Mechanics of Fracture Materials on Stress Corrosion	
	<i>Д. Петковић, М. Модић</i> APPLICATION OF NOVEL MCDM METHOD FOR MATERIALS SELECTION.....	241
	Примена новог метода вишекритеријумског одлучивања за избор материјала	
	<i>М. Модић, Д. Петковић</i> APPLICATION OF MCDM METHODS FOR MATERIALS SELECTION.....	251
	Примена метода вишекритеријумског одлучивања за избор материјала	
	<i>Б. Шупић, П. Дакић, Р. Иванковић, Д. Јокановић</i> ЕНЕРГЕТСКА ЕФИКАСНОСТ КОД ОБНОВЉИВИХ ИЗВОРА ЕНЕРГИЈЕ У РЕПУБЛИЦИ СРПСКОЈ.....	259
	Energy Efficiency of Renewable Energy in the Republic of Srpska	
	<i>П. Дакић, Б. Шупић</i> УТИЦАЈ САВРЕМЕНИХ МАТЕРИЈАЛА НА ЕНЕРГЕТСКУ ЕФИКАСНОСТ У РЕПУБЛИЦИ СРПСКОЈ	269
	Impact of Contemporary Materials to Energy Efficiency in the Republic of Srpska	
	<i>П. Дакић, Б. Грозданић, Б. Дакић</i> ЕФЕКТИВАН, ЕФИКАСАН И ЕКОЛОШКИ СИСТЕМ ГРИЈАЊА ГЕНЕРИСАН КОРИШЋЕЊЕМ САВРЕМЕНИХ МЕТОДА И МАТЕРИЈАЛА ..	277
	Effective, Efficient and Environmentally Friendly Heating System Generated Using Modern Methods and Materials	

НОВИ МОДЕЛ ЗА ОДРЕЂИВАЊЕ ПРОМЕНЕ ЕНТРОПИЈЕ ПОЛУИДЕАЛНОГ ГАСА ПРИМЕНОМ РАЗЛОМЉЕНЕ ТЕМПЕРАТУРНЕ ФУНКЦИЈЕ

Б. Пејовић, В. Мухић, Г. Тадић, М. Перушић, С. Павловић

Универзитет у Источном Сарајеву, Технолошки факултет, Зворник, БиХ

Апстракт: Код полуидеалног гаса, промена ентропије не може се одредити преко средњег специфичног топлотног капацитета на начин као што се одређује промена унутрашње енергије и енталпије, односно размењена количина топлоте. Узимајући ово у обзир, у раду је изведен погодан модел преко кога је могуће одредити промену специфичне ентропије полуидеалног гаса за произвољан температурски интервал применом табличне методе, користећи средње вредности разломљених температурних функција. Идеја је да се интегрирање које се овде неминујавно јавља, замени средњим вредностима претходних функција. Модел је изведен на бази функционалне зависности стварног специфичног топлотног капацитета од температуре. При овоме коришћена је теорема о средњој вредности функције, као и математичке особине одређеног интеграла.

Средња вредност разломљене функције одређена је директно преко њене подинтегралне функције. Изведене релације, применом рачунарског програма, омогућиле су састављање одговарајућих термодинамичких таблица преко којих је могуће одредити промену ентропије произвољне промене стања на ефикасан, односно рационалан начин, без примене интегралног рачуна, односно готових образаца. На овај начин, промена ентропије полуидеалног гаса одређена је за произвољан температурски интервал аналогном методом која се примењује и код одређивања промене унутрашње енергије и енталпије, односно размењене количине топлоте, што је и циљ рада.

Верификација предложене методе за горе наведену функцију, изведена је за одређени полуидеални гас за три усвојена температурска интервала, за карактеристичну промену стања. При овоме извршено је поређење резултата према класичној интегралној и предложеној методи преко састављених таблица.

Приказану методу, у одређеним, односно посебним случајевима, могуће је применити и код одређивања промене ентропије реалног гаса.

Исто тако, у раду је показано да је промену ентропије за посматрани карактеристичан случај, могуће представити, односно графички одредити планиметријском методом у дијаграмима са погодном одабраним координатама.

Кључне речи: полуидеалан гас, промена ентропије, средњи и прави специфични топлотни капацитет, средња вредност функције, диференцијални и интегрални рачун, табличне вредности функције, апроксимативне функције, графичке методе.

1. УВОДНА РАЗМАТРАЊА

Полуидеални гасови припадају групи гасовитих супстанци код којих се узима у обзир зависност специфичних топлотних капацитета од температуре, при чему за њих важи једначина стања идеалног гаса. У вези са овим одликава се ситуација која је ближа реалности, према којој се на многе реалне гасове, при одређеним условима, може применити једначина стања идеалног гаса. С друге стране, у великом броју случајева зависност специфичног топлотног капацитета од температуре доста је изражена и мора се узети у обзир код прорачуна [1–5].

Овде треба нагласити да се у низу стварних термодинамичких процеса, на пример: код компресора, мотора са унутрашњим сагоревањем, гасних турбина итд., код којих су радне материје гасови блиски идеалним гасовима (ваздух, продукти сагоревања), може се усвојити да се реална материја понаша као полуидеалан гас, па разматрање специфичних топлотних капацитета као искључивих функција температуре има велики практични значај [6–9].

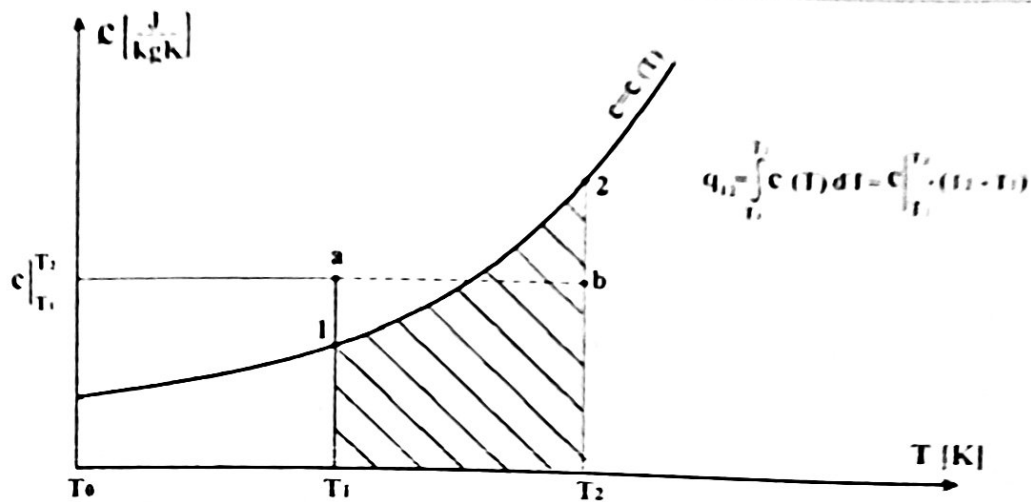
Специфична количина топлоте која се доводи полуидеалном гасу (и уопште неком телу чији специфични топлотни капацитет зависи од температуре), од почетне температуре T_1 до крајње температуре T_2 , одређена је изразом [10, 11, 12, 13, 31]:

$$q_{12} = \int_1^2 c(T) \cdot dT = c|_{T_1}^{T_2} \cdot (T_2 - T_1) \quad (1)$$

Овде $c(T)$ представља стварни односно прави, док је $c|_{T_1}^{T_2}$ средњи топлотни капацитет у интервалу температуре T_1 и T_2 , одређен релацијом:

$$c|_{T_1}^{T_2} = \frac{c|_{T_0}^{T_2} (T_2 - T_0) - c|_{T_0}^{T_1} (T_1 - T_0)}{T_2 - T_1} \quad (2)$$

Према релацијама (1) и (2) на слици 1 дат је графички приказ представљања размењене специфичне количине топлоте у дијаграму (c, T).



Слика 1. Представљање размењене количине топлоте у дијаграму (c, T)

Промена унутрашње енергије и енталпије полуидеалног гаса може се изразити као [2, 5, 9, 16, 17, 18, 19, 31, 32, 33]:

$$du = c_v(T) \cdot dT \qquad dh = c_p(T) \cdot dT$$

односно:

$$u_2 - u_1 = \int_1^2 c_v(T) \cdot dT = c_v \Big|_{T_1}^{T_2} \cdot (T_2 - T_1) \qquad (3)$$

$$h_2 - h_1 = \int_1^2 c_p(T) \cdot dT = c_p \Big|_{T_1}^{T_2} \cdot (T_2 - T_1) \qquad (4)$$

При овоме, за средњи специфични топлотни капацитет при константној запремини важи да је:

$$c_v \Big|_{T_1}^{T_2} = c_p \Big|_{T_1}^{T_2} - R \qquad (5)$$

док ће експонент адијабате, са којим се овде такође оперише, бити:

$$k = \frac{c_p \Big|_{T_1}^{T_2}}{c_v \Big|_{T_1}^{T_2}} \qquad (6)$$

Одавде следи да је за полуидеални гас довољно одредити величину $c_p \Big|_{T_1}^{T_2}$, док се величине $c_v \Big|_{T_1}^{T_2}$, односно k , одређују преко релација (5) и (6).

Узимајући у обзир релације (1), односно диференцијални облик $dq = c \cdot dT$, размењена специфична количина топлоте за изобарску и изохорску промену, као карактеристичне промене стања, биће [1, 3, 20]:

$$q_{12} = \int_1^2 c_p(T) \cdot dT \quad q_{12} = \int_1^2 c_v(T) \cdot dT \quad (7)$$

$$q_{12} = c_p \Big|_{T_1}^{T_2} \cdot (T_2 - T_1) \quad q_{12} = c_v \Big|_{T_1}^{T_2} \cdot (T_2 - T_1) \quad (8)$$

Из релација (3) и (4), односно (7) и (8), следи да је за случај полуидеалних гасова, промену унутрашње енергије и енталпије, односно размењену количину топлоте, могуће одредити преко средњег специфичног топлотног капацитета. Као што ће се касније видети, код одређивања промене ентропије, није могућ овакав приступ.

Пре него што се пређе на извођење главних релација које се односе на тему рада, биће укратко дата математичка интерпретација средње вредности функције на бази које ће бити решен постављени проблем.

2. СРЕДЊА ВРЕДНОСТ ФУНКЦИЈЕ

Према теорему о средњој вредности непрекидне функције $y = f(x)$ у интервалу x_1 и x_2 важи да је [14, 15, 21, 23]:

$$\int_{x_1}^{x_2} f(x) dx = (x_2 - x_1) \cdot \bar{y} \quad (9)$$

Геометријски смисао релације (9) је у томе да је површина испод криве 12 тј. површина $a12ba$, једнака површини правоугаоника $acdba$ (слика 2).

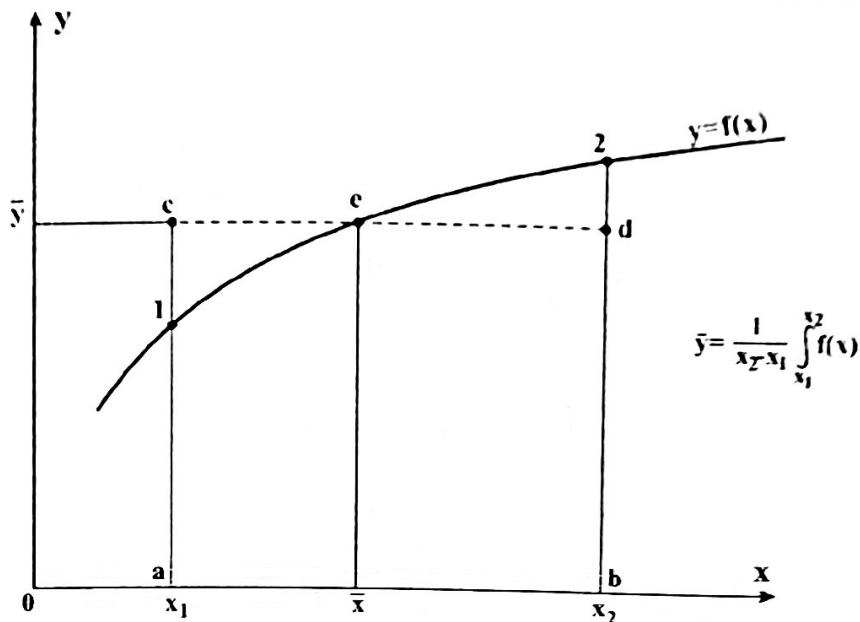
Исто тако, према особини одређеног интеграла биће:

$$\int_{x_1}^{x_2} f(x) dx = \int_0^{x_2} f(x) dx - \int_0^{x_1} f(x) dx \quad (10)$$

При овој почетна тачка x_0 не мора бити координатни почетак. Из релације (9) следи да је средња вредност функције $y = f(x)$ у задатом интервалу:

$$\bar{y} = \frac{1}{x_2 - x_1} \int_{x_1}^{x_2} f(x) \quad (11)$$

што представља средњу ординату криве $f(x)$ у истом интервалу, за апсцису \bar{x} .



Слика 2. Средња вредност функције $y = f(x)$

Релације (10) и (11) биће коришћене у разматрањима која следе.

3. ПРОМЕНА СПЕЦИФИЧНЕ ЕНТРОПИЈЕ ПОЛУИДЕАЛНОГ ГАСА

Из релација (7) и (8) следи да је

$$c_p \Big|_{T_1}^{T_2} = \frac{1}{T_2 - T_1} \int_{T_1}^{T_2} c_p(T) \cdot dT \quad (12)$$

што с обзиром на релацију (11) уствари представља средњу вредност функције стварног специфичног топлотног капацитета у дијаграму $c_p = c_p(T)$ у интервалу температура $T_1 \div T_2$.

Први закон термодинамике у диференцијалном облику може се изразити као [2, 4, 5, 8, 10]

$$\begin{aligned} dq &= du + dw = c_v \cdot dT + p \cdot dv \\ dq &= dh + dw_i = c_p \cdot dT - v \cdot dp \end{aligned} \quad (13)$$

Одавде, с обзиром на то да је $\frac{p}{T} = \frac{R}{v}$, биће

$$\frac{dq}{T} = \frac{c_v \cdot dT}{T} + \frac{p \cdot dv}{T} \quad (14)$$

односно интегрирањем

$$\int_1^2 \frac{dq}{T} = \int_1^2 c_v \cdot \frac{dT}{T} + R \cdot \ln \frac{v_2}{v_1} \quad (15)$$

Према релацији (15), промена специфичне ентропије, за општи случај промене стања с обзиром на то да је $dq = T \cdot ds$, може се написати као:

$$s_2 - s_1 = \int_1^2 c_v \cdot \frac{dT}{T} + R \cdot \ln \frac{v_2}{v_1} \quad (16)$$

односно за случај полундеалног гаса:

$$s_2 - s_1 = \int_1^2 \frac{c_v(T)}{T} \cdot dT + R \cdot \ln \frac{v_2}{v_1} \quad (17)$$

Исто тако, с обзиром на релацију (13) биће:

$$\frac{dq}{T} = \frac{c_p \cdot dT}{T} - \frac{v \cdot dp}{T}$$

Одавде, узимајући у обзир да је $\frac{v}{T} = \frac{R}{p}$, биће промена ентропије, такође за општи случај промене стања:

$$s_2 - s_1 = \int_1^2 c_p \cdot \frac{dT}{T} - R \cdot \ln \frac{p_2}{p_1} \quad (18)$$

односно за случај полундеалног гаса:

$$s_2 - s_1 = \int_1^2 \frac{c_p(T)}{T} \cdot dT - R \cdot \ln \frac{p_2}{p_1} \quad (19)$$

Из релација (16) и (18) следи да је одређивање промене ентропије, када је у питању идеалан гас, поједностављено, јер су специфични топлотни капацитети c_v и c_p константни, што доводи до једноставног интегрирања израза.

Из релација (17) и (19), за случај изохорске и изобарске промене као карактеристичних промена стања, када је у питању полундеалан гас, промена специфичне ентропије биће:

$$s_2 - s_1 = \int_1^2 \frac{c_v(T)}{T} \cdot dT \quad (20)$$

$$s_2 - s_1 = \int_1^2 \frac{c_p(T)}{T} \cdot dT \quad (21)$$

Анализа проблема у наставку ће бити изведена с обзиром на релације (20), односно (21), али је очигледно да ће анализа важити и за општи случај промене стања, релације (17) односно (19).

Очигледно, ако би се промена ентропије израчунавала према релацијама (18), (19), односно (20) и (21), применом средњег специфичног топлотног капацитета, чинила би се принципијелна грешка.

У наставку, биће дат предлог за решавање претходног проблема и то на два начина, применом двеју погодних изабраних карактеристичних температурских функција.

$$s_2 - s_1 = c_v \Big|_{T_1}^{T_2} \cdot \int_1^2 \frac{dT}{T} = c_v \Big|_{T_1}^{T_2} \cdot \ln \frac{T_2}{T_1}$$

$$s_2 - s_1 = c_p \Big|_{T_1}^{T_2} \cdot \int_1^2 \frac{dT}{T} = c_p \Big|_{T_1}^{T_2} \cdot \ln \frac{T_2}{T_1}$$

Напоменимо овде да и за случај одређивања промене специфичне ентропије Ван дер Валсовог гаса (реалан гас за који важи Ван дер Валсова једначина стања), наилазимо на сличан проблем с обзиром на то да је у једначини такође присутна слична подинтегрална функција [11, 13, 18]:

$$s_2 - s_1 = R_g \cdot \ln \frac{v_2 - b}{v_1 - b} + \int_1^2 c_v(T) \cdot \frac{dT}{T}$$

4. РЕШАВАЊЕ ПРОБЛЕМА ПРИМЕНОМ РАЗЛОМЉЕНЕ ФУНКЦИЈЕ

У термодинамичким таблицама налазе се средње вредности специфичног топлотног капацитета $c_p \Big|_0^T$ за различите гасове и за различите температуре, док се вредности $c_p \Big|_{T_1}^{T_2}$ и $c_v \Big|_{T_1}^{T_2}$ одређују преко релације (2), односно (5).

Дефинисане средње вредности специфичних топлотних капацитета произилазе из назначених интеграла и замењују у рачуну само назначени подинтегрални израз. Оне се, као што је речено, не могу користити за израчунавање промене ентропије полуидеалног гаса преко релације (17) и (19), односно (20) и (21).

Ако би се интегрирање у овим релацијама желело заменити рачунањем средње вредности, тада би се морала познавати средња вредност $\frac{c(T)}{T} \Big|_{T_1}^{T_2}$, као

подинтегралне функције. Пошто таквих података нема у таблицама, мора се

израчунати интеграл $\int \frac{c(T)}{T} \cdot dT$.

У практичним проблемима, где је радна материја полуидеалан гас, не користе се често аналитички прорачуни него дијаграми или табеле из којих се читавају многе термодинамичке величине. Међутим, у многим случајевима када је потребно одредити промену ентропије, неопходна је примена аналитичке методе [10, 12, 17, 19].

Користећи особину одређеног интеграла (10), према претходној анализи, промена ентропије полуидеалног гаса, на пример за изобарску промену, може се написати као:

$$\Delta s = s_2 - s_1 = \int_{T_1}^{T_2} \frac{c_p(T)}{T} dT = \int_{T_0}^{T_2} \frac{c_p(T)}{T} dT - \int_{T_0}^{T_1} \frac{c_p(T)}{T} dT \quad (22)$$

Овде је T_0 нека унапред погодно одабрана почетна температура.

Узимајући у обзир претходну анализу, промена ентропије изобарске промене стања може се изразити преко средње вредности разломљене функције $\frac{c_p(T)}{T}$ за интервал температура $T_1 \div T_2$:

$$\Delta s = \int_{T_1}^{T_2} \frac{c_p(T)}{T} dT = \frac{c_p}{T} \Big|_{T_1}^{T_2} \cdot (T_2 - T_1) \quad (23)$$

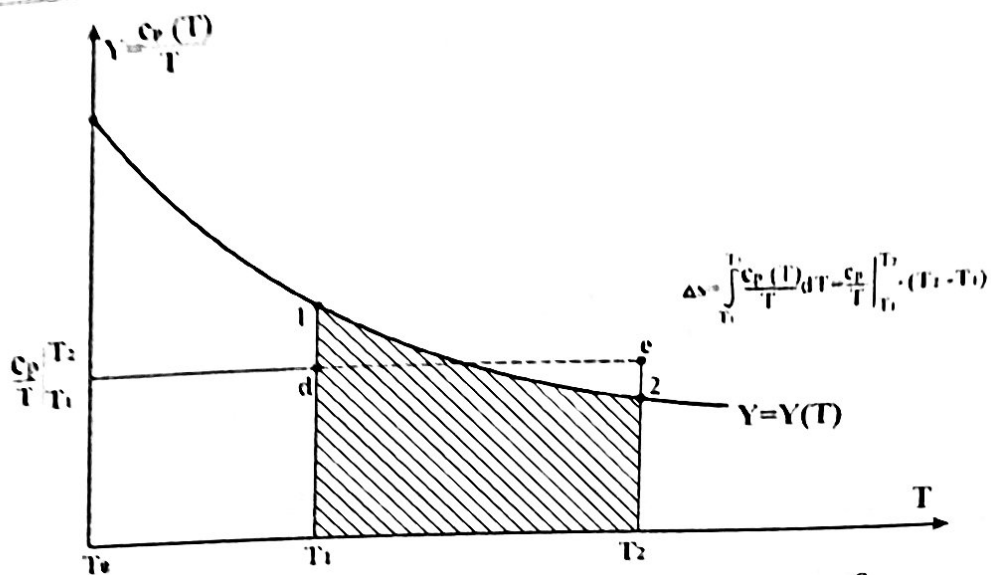
односно, с обзиром на (22):

$$\Delta s = \frac{c_p}{T} \Big|_{T_0}^{T_2} \cdot (T_2 - T_0) - \frac{c_p}{T} \Big|_{T_0}^{T_1} \cdot (T_1 - T_0) \quad (24)$$

што представља главну релацију за одређивање промене ентропије постављеног проблема.

Из релације (23) следи да је промену ентропије могуће принципијелно представити у дијаграму (Y, T) где је разломљена функција $Y = \frac{c_p(T)}{T}$.

Може се показати да ова функција за полуидеалне гасове монотono опада са порастом температуре. Значи, промену ентропије за претходни случај, према релацији (23), могуће је одредити планиметријском методом као површину испод криве $Y = Y(T)$ ограничену температурама T_1 и T_2 , (шрафирана површина на слици 3), односно као површину правоугаоника $T_1 deT_2$ (на истој слици).



Слика 3. Представљање промене ентропије у дијаграму $(\frac{c_p}{T}, T)$

При овоме, очигледно је:

$$\int_{T_0}^{T_2} \frac{c_p(T)}{T} dT = \frac{c_p}{T} \Big|_{T_0}^{T_2} \cdot (T_2 - T_0) \quad (25)$$

$$\int_{T_0}^{T_1} \frac{c_p(T)}{T} dT = \frac{c_p}{T} \Big|_{T_0}^{T_1} \cdot (T_1 - T_0)$$

док се средња вредност функције $\frac{c_p(T)}{T}$ за интервал температура T_1 и T_2 може израчунати, према претходним релацијама узимајући у обзир (2), као:

$$\frac{c_p}{T} \Big|_{T_1}^{T_2} = \frac{\frac{c_p}{T} \Big|_{T_0}^{T_2} \cdot (T_2 - T_0) - \frac{c_p}{T} \Big|_{T_0}^{T_1} \cdot (T_1 - T_0)}{T_2 - T_1} \quad (26)$$

Исто тако према претходном, за средње вредности исте функције према релацији (25) важи да је:

$$\frac{c_p}{T} \Big|_{T_0}^{T_1} = \frac{\int_{T_0}^{T_1} \frac{c_p(T)}{T} dT}{T_1 - T_0} = \frac{c_p}{T} \Big|_{T_0}^{T_2} = \frac{\int_{T_0}^{T_2} \frac{c_p(T)}{T} dT}{T_2 - T_0} \quad (27)$$

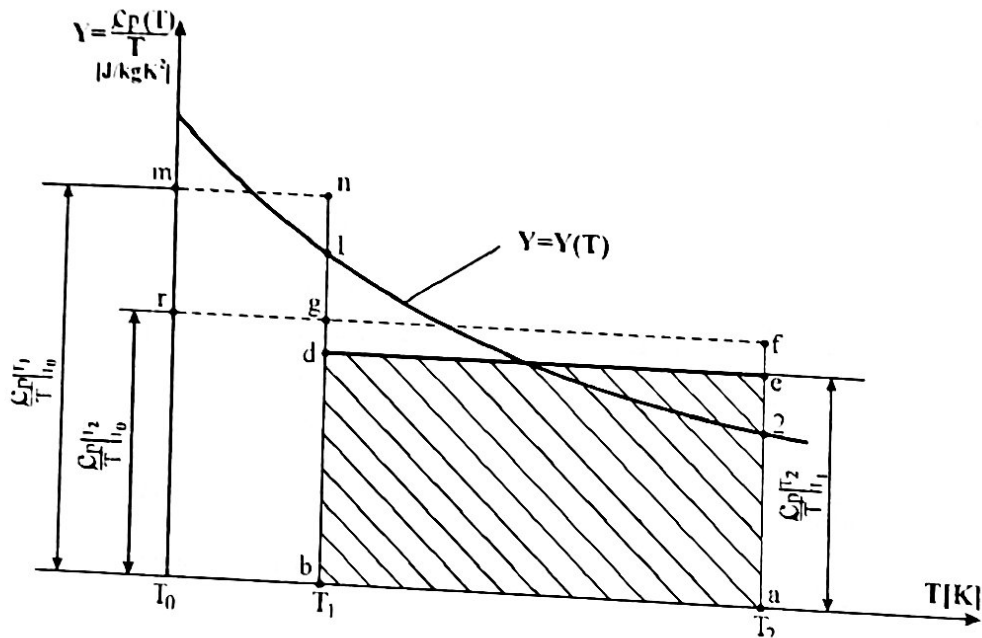
односно за интервал T_0 до T_n , где је T_n нека произвољна крајња температура, биће:

$$\frac{c_p}{T} \Big|_{T_0}^{T_1} = \frac{\int_{T_0}^{T_1} \frac{c_p(T)}{T} dT}{T_1 - T_0} \quad (28)$$

Исто тако, из релације (28) следи да је:

$$\int_{T_0}^{T_1} \frac{c_p(T)}{T} dT = \frac{c_p}{T} \Big|_{T_0}^{T_1} \cdot (T_1 - T_0) \quad (29)$$

Приказ карактеристичних средњих вредности разломљене функције $\frac{c_p}{T} \Big|_{T_0}^{T_1}$, $\frac{c_p}{T} \Big|_{T_0}^{T_2}$, $\frac{c_p}{T} \Big|_{T_1}^{T_2}$, односно њихов положај у дијаграму $Y=Y(T)$, дат је принципијелно на сл. 4.

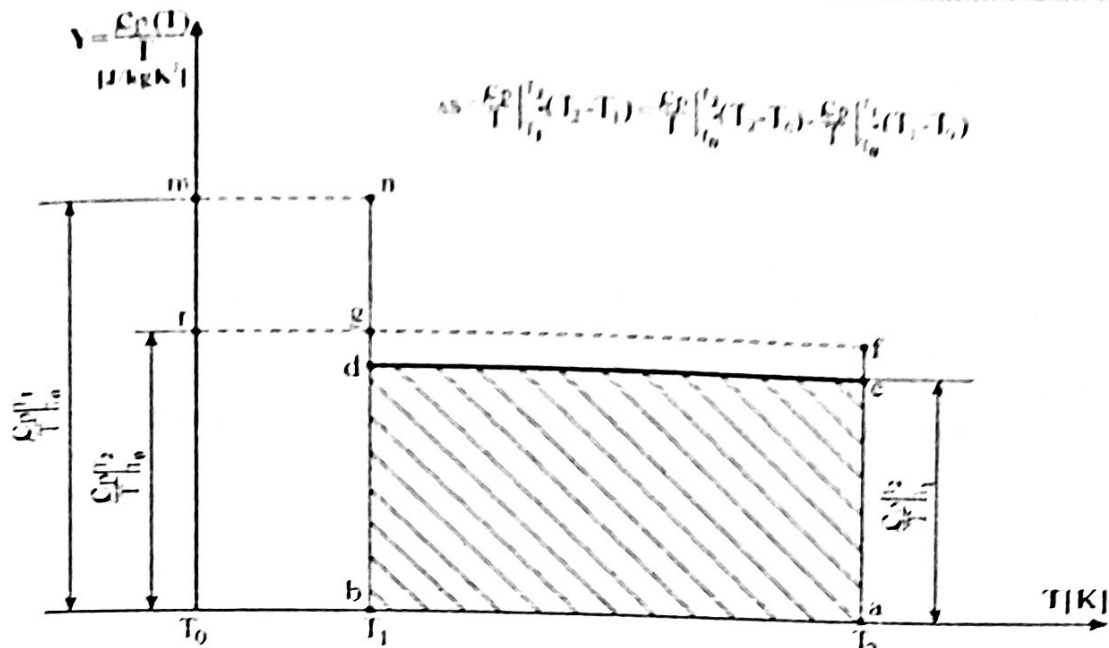


Слика 4. Карактеристичне средње вредности функције $\frac{c_p(T)}{T}$

Промена ентропије изобарске промене стања, за интервал температура $T_1 \div T_2$ може се на једноставан начин одредити и преко средњих вредности $\frac{c_p}{T} \Big|_{T_0}^{T_1}$, $\frac{c_p}{T} \Big|_{T_0}^{T_2}$ као разлика површина правоугаоника $abgf$ и T_0T_1nm у дијаграму (Y, T) , што је приказано на слици 5 (шрафирана површина $abde$):

$$\Delta s = \frac{c_p}{T} \Big|_{T_0}^{T_2} \cdot (T_2 - T_0) - \frac{c_p}{T} \Big|_{T_0}^{T_1} \cdot (T_1 - T_0)$$

При овоме, температура T_0 усвојена је у координатном почетку.



Слика 5. Планиметријско одређивање промене ентропије полуидеалног гаса за карактеристичну промену стања, применом средњих вредности разломљене функције Y

4.1. Примена разломљене функције на карактеристичном моделу

У термодинамици и термотехници често се користи зависност стварног, односно правог специфичног топлотног капацитета од температуре у облику функције четвртог степена [13, 17, 20, 25, 32]:

$$c_p(T) = B + 2CT + 3DT^2 + 4ET^3 + 5FT^4 \quad [\text{kJ/kgK}] \quad (30)$$

При овоме могуће је усвојити функцију $c_p(T)$ и у облику другачијег полинома.

Константе у функцији (30) дају се за различите гасове у одговарајућој литератури. Заменом функције (30) у релацију (23) добија се да је:

$$\Delta s = s_2 - s_1 = \int_{T_1}^{T_2} \frac{c_p(T)}{T} dT = \int_{T_1}^{T_2} \left(\frac{B}{T} + 2C + 3DT + 4ET^2 + 5FT^3 \right) dT \quad [\text{kJ/kgK}] \quad (31)$$

Интегрирањем израза (31), с обзиром на температурски интервал T_1 до T_2 биће:

$$\Delta s = \left[B \cdot \ln T + 2CT + 3D \frac{T^2}{2} + 4E \frac{T^3}{3} + 5F \frac{T^4}{4} \right]_{T_1}^{T_2} \quad (32)$$

Односно након замене граница интеграла, биће коначно:

$$\Delta s = B \cdot \ln \frac{T_2}{T_1} + 2C(T_2 - T_1) + \frac{3D}{2}(T_2^2 - T_1^2) + \frac{4E}{3}(T_2^3 - T_1^3) + \frac{5F}{4}(T_2^4 - T_1^4) \quad (33)$$

Релација (33), као готов образац, користи се често у термодинамичкој пракси за одређивање промене ентропије полуидеалног гаса [5, 13, 17, 18, 33]. Очигледно овакав начин одређивања промене ентропије, поред тога што дуго траје, може бити и извор рачунских грешака.

Промена ентропије изобарске промене од неке почетне температуре T_0 до произвољне температуре T_u , према претходној анализи, може се написати као:

$$\Delta s = s_i - s_0 = \int_{T_0}^{T_i} \frac{c_p(T)}{T} dT \quad (34)$$

Узимајући у обзир решење (33), биће према (34):

$$\Delta s = s_i - s_0 = B \cdot \ln \frac{T_i}{T_0} + 2C(T_i - T_0) + \frac{3D}{2}(T_i^2 - T_0^2) + \frac{4E}{3}(T_i^3 - T_0^3) + \frac{5F}{4}(T_i^4 - T_0^4) \quad (35)$$

Сада према изразу (28), узимајући у обзир (35), добијамо коначну формулу за израчунавање средње вредности функције $c_p(T)/T$ за интервал температура T_0 до T_u :

$$\frac{c_p}{T} \Big|_{T_0}^{T_i} = \frac{B \cdot \ln \frac{T_i}{T_0} + 2C(T_i - T_0) + \frac{3D}{2}(T_i^2 - T_0^2) + \frac{4E}{3}(T_i^3 - T_0^3) + \frac{5F}{4}(T_i^4 - T_0^4)}{T_i - T_0} \quad (36)$$

Очигледно релација (36) може да се примени за произвољну промену стања.

Одређивањем промене ентропије за произвољна стања 1 и 2 као $s_2 - s_1 = (s_2 - s_0) - (s_1 - s_0)$, користећи општу релацију (35), лако се може показати да она не зависи од почетне температуре T_0 . Ово следи из чињенице да је ентропија величина стања која има тотални диференцијал [26–28].

У хемијској термодинамици често се користи зависност стварног специфичног топлотног капацитета од температуре у облику функције [19, 20, 29]:

$$c_p(T) = a + b \cdot T + d \cdot T^{-2} = a + b \cdot T + \frac{d}{T^2} \quad (37)$$

при чему константе a , b , d , зависе од врсте полуидеалног гаса.

По истој процедури, као код функције (30), интегрирањем се добија да је:

$$\Delta s = \int_1^2 \frac{c_p(T)}{T} dT = a(\ln T_2 - \ln T_1) + b(T_2 - T_1) - \frac{d}{2} \left(\frac{1}{T_2^2} - \frac{1}{T_1^2} \right) \quad (38)$$

Промена ентропије за интервал температура T_1 до T_2 и овде се може написати у облику:

$$\Delta s = s_2 - s_1 = \frac{c_p}{T} \Big|_{T_0}^{T_2} \cdot (T_2 - T_0) - \frac{c_p}{T} \Big|_{T_0}^{T_1} \cdot (T_1 - T_0)$$

Општа формула за израчунавање функције $c_p(T)/T$ за произвољни интервал температура T_0 до T_i , за овај случај биће:

$$\frac{c_p}{T} \Big|_{T_0}^{T_i} = \frac{a(\ln T_i - \ln T_0) + b(T_i - T_0) - \frac{d}{2} \left(\frac{1}{T_i^2} - \frac{1}{T_0^2} \right)}{T_i - T_0} \quad (39)$$

Релације (39) важи за интервал температура $T_0 \div T_{max}$, где је $T_0 = 300$ К, а $T_{max} = 1800 \div 2500$ К, зависно од врсте полуидеалног гаса.

У табели 1 дате су константе за функцију (30) за неке полуидеалне гасове, као и интервал температура $T_0 \div T_{max}$, за који исте важе, према [13, 17, 30].

Користећи изведени општи израз (36), преко састављеног нумеричког програма за два полуидеална гаса CO_2 и O_2 , одређене су средње вредности $\frac{c_p}{T} \Big|_{T_0}^{T_i}$ за интервал температура за који важи функција (30). Израчунате вред-

ности дате су табеларно (табела 2), за размак температура $\Delta T = 100$ К, при чему је почетна температура $T_0 = 100$ К.

Табела 1. Константе у функцији $c_p = c_p(T)$ за неке полуидеалне гасове

Гас	B	C · 10 ³	D · 10 ⁶	E · 10 ⁹	F · 10 ¹³	Опсег температуре [°C]
Азот	1,06849	-0,134096	0,215569	-0,078632	0,06985	-175° ÷ 1200°
Кисеоник	0,95244	-0,28114	0,655223	-0,452316	1,087744	-175° ÷ 1200°
Сумпор-диоксид	0,46165	-0,248915	0,12090	-0,18878	0,568232	-175° ÷ 1200°

Гас	B	C · 10 ³	D · 10 ⁶	E · 10 ⁹	F · 10 ¹³	Опсег температуре [°C]
Угљен-диоксид	0,479107	0,762159	-0,359392	0,084744	-0,057752	-175°÷1200°
Угљен-моноксид	1,074015	-0,172664	0,302237	-0,137533	0,200365	-175°÷1200°
Вода	1,915007	-0,395741	0,876232	-0,495086	1,038613	-175°÷1200°
Водоник	13,396156	2,960131	-3,980744	2,661667	-6,099863	-175°÷1200°
Ацетилен	0,094773	4,114197	-4,037767	2,133692	4,415085	-20°÷1200°
Етилен	0,60693	1,288788	1,033636	-1,099537	2,929326	-20°÷1200°
$c_p = B + 2CT + 3DT^2 + 4ET^3 + 5FT^4$ [kJ/kgK]						

Таблица је састављена са тачношћу на 6 децимала. Овде треба запазити да је почетна температура T_0 погодно усвојити на почетку интервала за који важи функција (30). Разлог овоме је тај, што ако би се, на пример, усвојила температура $T_0 = 0$ К, израз (36) постаје недефинисан, због логаритамског ко-личника $\ln \frac{T_i}{T_0}$. Исто тако за овај случај, интеграл (34) постаје несвојствен [14, 15, 24, 29]. На ово треба обратити посебну пажњу. Исто тако, запажа се да разломљена функција према табели 2 увек опада са порастом апсолутне температуре.

За верификацију модела према разломљеној функцији $c_p(T)/T$, усвојена су три карактеристична температурска интервала за CO_2 као полуидеални гас. За сваки интервал, израчуната је промена ентропије за изобарску промену стања према класичном поступку применом интегралног рачуна, релација (35), односно према предложеном поступку, користећи податке из табеле 2, према релацији (24). Резултати су систематизовани у табели 3, одакле следи да су добијене готово идентичне вредности.

Табела 2. Средње вредности $\frac{c_p}{T} \Big|_{T_0}^{T_1}$ за два полуидеална гаса при почетној температури $T_0 = 100 \text{ K}$ у $[\text{kJ/kgK}^2]$

T_0 [K]	Угљен-диоксид (CO ₂)	Кисеоник (O ₂)	T_1 [K]	Угљен-диоксид (CO ₂)	Кисеоник (O ₂)
100	0	0	900	0,002398	0,002599
200	0,004691	0,006294	1000	0,002274	0,002437
300	0,003955	0,004990	1100	0,002166	0,002298
400	0,003492	0,004215	1200	0,002069	0,002176
500	0,003162	0,003694	1300	0,001983	0,002069
600	0,002911	0,003315	1400	0,001905	0,001975
700	0,002708	0,003024	1470	0,001855	0,001915
800	0,002541	0,002791	1500	-	-

Добијена разлика у резултатима последица је заокруживања вредности у табели 2. С обзиром на поступак извођења модела и графичку интерпретацију промене ентропије према слици 3, због једнакости површина у дијаграму, ово се могло и очекивати.

Табела 3. Промена ентропије изобарске промене за CO₂ као полуидеалан гас, применом интегралне и табеларне методе $[\text{kJ/kgK}]$

Температурски интервал	Опсег $\Delta T = T_1 \div T_2$	$\Delta s = \int_{T_1}^{T_2} \frac{c_p(T)}{T} dT$	$\Delta s = \frac{c_p}{T} \Big _{T_0}^{T_2} \cdot (T_2 - T_0) - \frac{c_p}{T} \Big _{T_0}^{T_1} \cdot (T_1 - T_0)$
Шири	200 ÷ 1300	1,910502	1,9105
Средњи	400 ÷ 1100	1,118401	1,1184
Ужи	600 ÷ 800	0,323200	0,3232
$c_p(T) = 0,479107 + 1,524318 \cdot 10^{-3} \cdot T - 1,078176 \cdot 10^{-6} \cdot T^2 + 0,338976 \cdot 10^{-9} \cdot T^3 - 0,28876 \cdot T^4$ $T_0 = 100 \text{ K}$			

ЗАКЉУЧАК

Предложена метода решава постављени проблем директно, применом табличних вредности, израчунатих на бази температурских функција које зависе од стварног специфичног топлотног капацитета, за произвољан температурски интервал, односно размак, док се код постојеће интегралне методе, за сваки конкретан случај спроводи обимна и гломазна процедура која је често извор грешака, релација (33).

Предложена разломљена функција даје готово тачне резултате, па се она препоручује за коришћење, посебно због једноставније математичке процедуре, односно једноставног рачунарског програма.

Исто тако облик полазне функције зависности стварног специфичног топлотног капацитета од температуре у принципу нема утицаја са аспекта примене методе.

Приказани модел за разломљену функцију може се директно користити за састављање табела средњих вредности функција за сваку врсту полуидеалног гаса, при чему се размак температура може усвојити по жељи, зависно од тражене тачности (на пример $\Delta T = 10 \text{ K}$). Почетна температура T_0 мора бити усвојена тако да буде различита од нуле због појаве несвојственог интеграла у рачуну. С обзиром на то да она не утиче на промену ентропије, најпогодније је почетну температуру усвојити као најнижу температуру, на почетку разматраног температурског интервала. Исто тако, предложени модел у општем случају обухвата широко температурско подручје, укључујући и негативне температуре, што може имати практични значај.

У термодинамици, као што је познато, величине процеса, рад и размењена топлота, представљају се и одређују планиметријски преко одговарајућих површина у радном и топлотном дијаграму. У раду је показано да је на исти начин, коришћењем одговарајућих координата, могуће представити, односно одредити и промену ентропије полуидеалног гаса, при чему посебну пажњу треба обратити на коефицијенте размере при конструисању дијаграма. Ово омогућује потпуније сагледавање и праћење посматраног процеса.

Верификација модела изведена је с обзиром на карактеристичну изобарску промену стања, али је промену ентропије полуидеалног гаса према оба приказана модела могуће одредити користећи исти поступак за произвољну промену стања.

За случај реалног гаса, за који важи Ван дер Валсова једначина стања, уколико су за одређени температурски интервал познати коефицијенти у корелационој једначини специфичног топлотног капацитета, могуће је такође применити приказану методу.

На крају, према приказаној методи, уз коришћење изведених општих израза и одговарајућих рачунарских програма, предлаже се састављање термодинамичких таблица у приручницима за различите полуидеалне гасове, што би знатно убрзало решавање постављеног проблема у техничкој пракси, на ефикаснији и бржи начин.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] M. M. Abbott, H. C. Van Ness, *Thermodynamics, Scham's outline Series*, McGraw-Hill, Book Co, New York, 1986.
- [2] H. D. Baehr, *Termodinamik*, Springer-Verlag, Berlin, 1983.
- [3] I. P. Bazarov, *Termodinamika*, V. Š., Moskva, 1993.
- [4] W. Z. Black, J. G. Hartlay, *Thermodynamics, harper and Row*, New York, 1995.
- [5] J. M. Michael, *Fundamentals od Engineering Thermodynamics*, Wilay, New York, 2004.
- [6] J. Szargut, *Termodinamika*, PWN, Warszawa, 1995.
- [7] Z. Rant, *Termodinamika—knjiga za uk i prakso*, Univerza v Ljubljane, Ljubljana, 1993.
- [8] Đ. Kozić, B. Vasiljević, B. Bekavoe, *Priručnik za termodinamiku*, Mašinski faklutet, Beograd, 2007.
- [9] Đ. Kozić, *Termodinamika, inženjerski aspekti*, Mašinski faklutet, Beograd, 2007.
- [10] F. Bošnjaković, *Nauka o toplini*, Tehnička knjiga, Zagreb, 1982.
- [11] G. Büki, *Energetika*, MK, Budapest, 1997.
- [12] J. B. Fenn, *Engines, Enegrty and Entropy*, W. H. Freeman and Comp., New York, 1982.
- [13] B. V. Karleker, *Thermodynamics for Engineers*, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, 1993.
- [14] D. S. Mitrinović, *Matematika I—II*, Građevinska knjiga, Beograd, 1987.
- [15] C. B. Allendoerter, *Principlls of mathematics*, BCH, NewYork, 1985.
- [16] J. M. Smith, H. C. Van Ness, *Interdnetion to chemical Engineering Thermodynamics*, third edition, McGraw—Hill, New York, 1985.
- [17] B. Đorđević, V. Valent, S. Šerbanović, N. Radojković, *Termodinamika i termotehnika*, priručnik, Građevinska knjiga, Beograd, 1989.
- [18] B. Đorđević, V. Valent, S. Šerbanović, *Termodinamika i termotehnika*, Građevinska knjiga, Beograd, 1997.
- [19] S. Perry, *Chemical Engineers Handbook*, McGraw—Hill Book Com., New York, 1984.
- [20] VDI Wärmeatlas Berechnugsblätter für den Wärmeübergang, VDI Verlag GmbH, Düsseldorf, 1984.
- [21] D. Herceg, *Numeričke metode linarne algerbe*, Građevinska knjiga, Beograd 2003.
- [22] H. Schenck, *Theories of Engineering Experimentation*, Mc Graw—Hill Book Company, New York, 2002.
- [23] L. Rumnšiskij, *Matematičeskaja obrabotka rezultatov eksperimenta*, Mašinostvorenje, Moskva, 2001.
- [24] L. Collatz, *Numerische Behandlung von Differentialgleichungen*, KTS, Berlin, 1998.

- [25] A. Bejan, *Advanced Engineering Thermodynamics*, John Wiley and Sons, New York, 1997.
- [26] R. K. Rajput, *Engeneering thermodynamics*, Jones and Bartlett Publishers, London, 2010.
- [27] R. K. Rajput, *Thermal Engeneering*, Jones and Bartlett Publishers, London, 2009.
- [28] M. J. Moran, H. N. Shapiro, B. B. Boettner, M. B. Bailey, *Engeneering thermodynamics*, John Wiley and Sons, New York, 2011.
- [29] Y. A. Cengel, M. A. Boles, *Thermodynamics*, McGraw Hill Higher Education, New York, 2010.
- [30] C. Borgnakke, R. E. Sonntag, G. J. Wylen, *Fundamentals thermodynamics*, John Wiley and Sons, New York, 2009.
- [31] B. Pejović, M. Perušić, V. Mičić, G. Tadić, S. Pavlović, *Jedna mogućnost grafičkog predstavljanja energetske veličine realnog gasa za karakterističnu promenu stanja*, Termotehnika (Beograd 2013).
- [32] B. Pejović, Lj. Vasiljević, V. Mičić, M. Perušić, *Jedan pogodan model za određivanje korelacije između stvarnog i srednjeg specifičnog toplotnog kapaciteta sa mogućnostima njegove primene*, Hemijska industrija, Vol. 67 (Beograd 2013).
- [33] B. Pejović, M. Tomić, V. Mičić, *Određivanje korelacije između toplotnog kapaciteta i osnovnih termodinamičkih veličina stanja primenom diferencijala drugog reda*, KGH (Beograd 2012).

NEW MODEL FOR DETERMINING OF CHANGE ENTROPY OF SEMI IDEAL GAS BY USING FRACTIONAL TEMPERATURE FUNCTION

Abstract: In a semi-ideal gas, entropy changes cannot be determined through the medium specific heat capacity in a manner as determined by the change of internal energy and enthalpy, i.e. the amount of heat exchanged. Taking this into account, the authors conducted model through which it is possible to determine the change in the specific entropy of a semi-ideal gas for arbitrary temperature interval using the spreadsheet method, using the mean values of the appropriate functions. The idea is to replace integration, which occurs here inevitably, with mean value of the previous function. The model is derived based on the functional dependence of the actual specific heat capacity on the temperature. The theorem used is that of the mean value of a function as well as the mathematical properties of the definite integral.

The mean value of a fractional function is determined via its integrand. The relations derived relation, using the computer program, have enabled the design of appropriate thermodynamic tables through which it is possible to determine the

change in entropy of arbitrary state changes in an efficient and rational manner, without the use of calculus or finished forms. In this way, the change in the entropy of a semi-ideal gas is determined for an arbitrary temperature interval using the method which is analogous to that applied in determining the change of internal energy and enthalpy or the amount of heat exchanged, which was the goal of the work.

Verification of the proposed method for both the above functions was performed for a few characteristic semi-ideal gases where change $c(T)$ is significant, for the three adopted temperature intervals, for the characteristic change of state. This was compared to the results of the classical integral and the proposed method through the prepared tables.

In certain or special cases, it is possible to apply the presented method also in determining the change in entropy of the real gas.

Apart from that, the paper shows that the change in entropy for the observed characteristic case can be represented or graphically determined using the planimetric method of diagrams with suitably selected coordinates.

Key words: semi-ideal gas, the change in entropy, mean and true specific heat capacity, the mean value of the function, differential and integral calculus, table value functions, approximate functions, graphical methods.